

6-5-2020

Image Segmentation and Offset Correction Based on Minimal Relative Entropy Theory and Level Set Method

Xiuqiang Pan

1. Zhejiang Industry & Trade Vocational College, Wenzhou325000, China;;

Jinxiao Shan

2. Information Technology Department of China Merchants Bank, Chongqing404100, China;;

Caifeng Yang

3. People's Hospital of Chongqing Shapingba District, Chongqing404100, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Image Segmentation and Offset Correction Based on Minimal Relative Entropy Theory and Level Set Method

Abstract

Abstract: The new variational level set method is achieved with the combination of the traditional level set method and *the energy function which is established by means of statistical model according to the minimal relative entropy*. The new method is applied to object segmentation and offset correction in intensity heterogeneous image. *Object segmentation and offset correction are unified* according to the evolution of the level set function, and a *deviation estimation function with intrinsic smooth feature* is obtained. The results prove that the overlapping areas between different tissues are significantly decreased and more accurate results are achieved. In addition, this model is not sensitive to contour initialization, and can achieve the desired effect with fewer iterations and shorter calculation time, which is suitable for the process of various automation applications in practice with large amount of data.

Keywords

relative entropy, image segmentation, offset correction, level set method

Recommended Citation

Pan Xiuqiang, Shan Jinxiao, Yang Caifeng. Image Segmentation and Offset Correction Based on Minimal Relative Entropy Theory and Level Set Method[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(11): 2731-2741.

基于最小相对熵与水平集的图像分割与校正

潘修强¹, 山金孝², 杨彩凤³

(1. 浙江工贸职业技术学院, 浙江温州 325000; 2. 招商银行信息技术部, 重庆 404100; 3. 重庆市沙坪坝区人民医院, 重庆 404100)

摘要: 根据最小相对熵理论, 从统计建模的角度出发建立起能量泛函, 然后与水平集方法集合得到一种新的变分水平集方法, 将该方法运用到了强度异质图像中进行目标分割与偏差校正。通过水平集函数的演化, 将目标分割与偏差校正进行了统一, 得到了具有内在平滑性的偏差估计函数。实验表明, 经过校正之后, 组织之间的重叠区域明显降低, 分割结果更为准确。此外, 模型对轮廓初始化并不敏感, 需要的迭代次数和时间较少, 适合于各种数据量较大的自动化应用场合。

关键词: 相对熵; 图像分割; 偏差校正; 水平集方法

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X(2017)11-2731-11

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201711019

Image Segmentation and Offset Correction Based on Minimal Relative Entropy Theory and Level Set Method

Pan Xiuqiang¹, Shan Jinxiao², Yang Caifeng³

(1. Zhejiang Industry & Trade Vocational College, Wenzhou 325000, China; 2. Information Technology Department of China Merchants Bank, Chongqing 404100, China; 3. People's Hospital of Chongqing Shapingba District, Chongqing 404100, China)

Abstract: The new variational level set method is achieved with the combination of the traditional level set method and the energy function which is established by means of statistical model according to the minimal relative entropy. The new method is applied to object segmentation and offset correction in intensity heterogeneous image. Object segmentation and offset correction are unified according to the evolution of the level set function, and a deviation estimation function with intrinsic smooth feature is obtained. The results prove that the overlapping areas between different tissues are significantly decreased and more accurate results are achieved. In addition, this model is not sensitive to contour initialization, and can achieve the desired effect with fewer iterations and shorter calculation time, which is suitable for the process of various automation applications in practice with large amount of data.

Keywords: relative entropy; image segmentation; offset correction; level set method

引言

目前, 基于核磁成像(MRI)的各种医疗诊断和科学研究都需要分割 MRI 中不同组织的目标区

域, 而分割结果的精度很大程度上是后续工作成功与否的关键。然而, 由于成像设备自身的不完善, MRI 中经常混杂着强度异质伪影, 即偏差场, MRI 中的偏差使不同组织的强度值重叠在一起, 使得很多基于图像强度的分割方法无法根据强度值区分不同组织区域。尽管有时通过肉眼难以观察到强度异质场, 但是, 基于医学图像的很多算法如分割和配准等对强度异质很敏感, 因此, 长期以来, 研究人员提出了众多 MRI 偏差场校正的方法^[1]。偏差



收稿日期: 2016-05-30 修回日期: 2016-07-14;
基金项目: 浙江省科技计划项目(2016C32103), 浙江省专业领军项目(lj2013146);
作者简介: 潘修强(1978-), 男, 浙江永嘉, 硕士, 副教授, 研究方向为图像处理、最优化控制; 山金孝(1987-), 男, 云南文山, 硕士, 研究方向为模式识别与图像分割。

<http://www.china-simulation.com>

• 2731 •

校正方法大致分为两类：前期法和后期法。前期法侧重从成像设备上消除偏差场，但是，这种方法虽然可以消除扫描设备引起的偏差场，却不能消除其他因素如病人自身组织所引起的强度异质现象^[1]，相比之下，后期法利用图像自身信息进行偏差的消除，完全不考虑偏差场源自何处，也无需透彻了解过多关于成像设备的硬件知识，因此，偏差后期校正法被普遍研究和采用。早期的后期法包括：滤波方法^[2-3]，面拟合方法^[4]，基于图像直方图的偏差校正法^[5-6]和基于分割的偏差校正法^[7]。其中，基于分割的方法使分割与偏差校正同时交互进行而相得益彰，故而是研究最为活跃的方法。在基于分割的方法中，采用 ML(Maximum-Likelihood)或 MAP(Maximum a Posteriori Probability)判据的参数估计法是最为常见的将分割与偏差校正统一起来的方法^[8]，这些方法通常利用最大期望(EM)算法来估计模型参数。然而，这类算法对参数的初始化较为敏感，因此，不适用于自动化分割场合^[9]。

最初，水平集方法作为移动目标跟踪的数字实现技术而被提出和推广，在过去几十年里，其在图像分割领域的研究取得了重大突破而被广泛采用^[10]。水平集方法将低维的目标轮廓嵌入到高维水平集函数中，可以灵活的应对目标轮廓的拓扑变化。基于水平集的方法，C.M.Li 等提出了可以克服强度异质影响的 LBF 模型^[11-12]，相对传统的采用全局均值分割的 CV 模型^[13]，LBF 模型利用了局部均值拟合的形式，在一定程度上克服了强度异质对目标分割的影响，但是，LBF 模型并没有将分割与偏差校正统一起来，而且，LBF 模型对初始轮廓较为敏感，不适当的初始化将使模型陷入局部极小值而无法准确分割目标，另外，LBF 模型在建模时并没有考虑强度值分布的方差，因此无法区分存在方差紊乱的目标区域。近年，C.M.Li 等基于 K 均值判据提出了一种结合分割与校正的变分水平集方法^[10,14]，本文将其称为 KVLS(K-means variation level set)模型，KVLS 模型将强度异质看成是乘性的，并将分割与偏差校正进行了统一，在

分割的同时获得了平滑变化的偏差域近似函数。相对 LBF 模型，KVLS 模型能够更好的抵抗强度异质并应用到自动分割场合中，但是，KVLS 模型在统计建模时也只利用了强度均值信息，因此对真实强度值的分布估计并不充分，进而不能分割包含大量方差信息的目标区域。

基于信息论中的 MRE(minimum relative entropy)理论，本文提出了一种新的统一 MRI 目标分割与偏差校正的变分水平集方法，我们将其称为 MREVLS 模型。在 MREVLS 模型中，为了简化计算，我们采用对数变换将乘性偏差域转移成加性偏差域，并从最小相对熵理论出发，推导出了 MREVLS 模型的能量泛函，最后，我们将得到的能量泛函与水平集函数结合，采用变分法原理得到了模型的变分水平集形式，即 MREVLS 模型。在水平集方法的实现过程中，我们采用了新的 Heaviside 平滑近似函数，相对传统的 Heaviside 近似函数，新函数使模型分割的精度得到了提升。MREVLS 模型的重要特征在于，偏差估计函数的计算式中，通过卷积的形式，我们得到了一个内在平滑并可以近似常见偏差域的估计函数，而无需增加额外的能量项以保证偏差域的平滑性。同时，我们在 MREVLS 模型统计建模时，充分利用了图像强度分布的均值和方差信息，因此，相对于 LBF 和 KVLS 模型，MREVLS 模型更真实的重现了图像强度值的分布，进而更适于复杂目标分割并得到较高的分割精度。值得一提的是，我们提出的 MREVLS 模型对轮廓初始化并不敏感，因而可应用到各种自动化场合中。

1 背景知识

为了克服强度异质对图像分割的影响，文献^[11]提出了一种基于局部二值拟合的 LBF 模型，LBF 模型有效利用了图像局部均值信息，因此在目标分割上实现了预期效果。通过两个局部拟合函数 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ ，LBF 模型获得了轮廓内外区域局部均值的近似值，LBF 模型能量函数定义如下：

$$\varepsilon(\phi, f_1, f_2) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int (\int K_\sigma(x-y) |I(y) - f_i(x)|^2 M_i(\phi(y)) dy) dx + \mathfrak{R}(\phi) \quad (1)$$

$K_\sigma(x-y)$ 是作用范围取决于尺度参数 σ 的离散高斯核函数。 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的定义如下:

$$f_i(x) = \frac{K_\sigma(x) * [M_i(\phi(x))I(x)]}{K_\sigma(x) * M_i(\phi(x))}, i=1,2 \quad (2)$$

$M_1 = H(\phi)$, $M_2 = 1 - H(\phi)$, H 为 Heaviside 函数。通过调节尺度参数 σ 的大小, LBF 模型可以克服强度异质的不同程度对图像分割带来的影响, 但是, LBF 模型对轮廓初始化比较敏感, 也未将分割与偏差校正统一, 因此, 孤立的分割尽管可以提取目标, 但强加于目标上的偏差并未消除。

基于图像域中相对较小区域内图像强度可分离的假设, 文献[14]将观察到的图像看成是图像真实强度值与偏差域函数的乘积, 同时忽略噪声影响, 提出了一种用于强度异质图像分割与偏差校正的 K 均值变分水平集(KVLS)模型。文献[14]为图像域 Ω 中的每一个点 x 设置一个相对较小的圆形邻域 O_x , 并将 x 的邻域 O_x 划分成 N 个不相交的区域 $\Omega_i, i=1, \dots, N$, 则对每一个小区域 O_x , 文献[14]提出的 K 均值聚类模型为:

$$E_x = \sum_{i=1}^N \int K(x-y) |I(y) - b(x)c_i|^2 dx \quad (3)$$

$b(x)$ 为点 x 处的偏差域函数, c_i 为区域 Ω_i 的真实强度值, $K(x-y)$ 为加权函数。文献[14]也将 $b(x)c_i$ 看成是区域 $\{y | y \in O_x \cap \Omega_i\}$ 的聚类中心。将(1)式在全图像域 Ω 上积分, 即得到基于整幅图像的 K 均值聚类模型:

$$E_\Omega = \int (\sum_{i=1}^N \int K(x-y) |I(y) - b(x)c_i|^2 dy) dx \quad (4)$$

将(2)式与水平集方法集合, 便得到了模型的变分水平集形式:

$$E(\phi, b, c) = \int (\sum_{i=1}^N \int K(x-y) |I(y) - b(x)c_i|^2 M_i(\phi(y)) dy) dx + \sum_{i=1}^n \mathfrak{R}(\phi_i) \quad (5)$$

$M_i(\phi(y))$ 为用于区域划分的 Heaviside 函数组

合, 第二项为水平集函数的距离规则项, 其中 $N = 2^n$ 。文献[14]采用变分法求解得到了偏差域近似函数 $b(x)$, 由于 $b(x)$ 通过卷积形式得到, 因此保证了其自身的内在平滑性。与 LBF 模型相比, KVLS 模型统一了分割与偏差校正, 使得分割与偏差校正相得益彰, 因此, KVLS 模型在强度异质图像中的分割能力要优于 LBF 模型, 并且, KVLS 模型对轮廓初始化并不敏感, 更适用于自动场合的运用。

2 模型提出

2.1 图像统计建模

对于强度异质场, 普遍认为较为合理的假设是: 强度异质场是图像域内平滑变化的函数, 否则, 不论图像中各个组织在图像域中位置如何, 不同组织的强度值将是不同常数而不会出现组织间强度值重叠的情况。通常将异质图像中的强度异质场看成是加性或者乘性的, 由于乘性强度异质场更接近 MR 成像中接收线圈带来的异质情况, 所以在 MRI 偏差校正中, 多数文献采用的是乘性异质场^[1]。假设观察得到的图像为 $I(x)$, 则 $I(x)$ 可以如下建模:

$$I(x) = J(x)b(x) + n(x) \quad (6)$$

这里, $J(x)$ 是隐含在 $I(x)$ 中的真实图像, $b(x)$ 是偏差域函数, $n(x)$ 为加性噪声。在 MRI 中, $n(x)$ 可能是组织内部的生物噪声也可能是线圈扫描噪声^[15-17]。本文中, 我们将其看成是独立于偏差场 $b(x)$ 的扫描噪声。在 MRI 幅值图像中, $n(x)$ 通常由莱斯分布来逼近^[18], 随着信噪比的增加, 莱斯分布接近为高斯分布^[19], 所以, 本文中, 我们将噪声 $n(x)$ 假设为零均值且方差为 σ^2 的高斯分布。为了计算方便, 对(6)式进行对数变换, 并假设对数变换后的噪声仍然是高斯分布^[20-22], 于是将(6)式中的乘性偏差场变成了加性偏差场:

$$\log(I(x)) = \log(J(x)) + \log(b(x)) + n(x) \quad (7)$$

为了简化计算分析, 将(2)式写成:

$$\tilde{I}(x) = \tilde{J}(x) + \tilde{b}(x) + n(x) \quad (8)$$

(8)式中的各项分别对应着(2)式中的每一项。

因此, 我们将对数变换后的图像强度用均值为 $\tilde{J}(x)+\tilde{b}(x)$, 方差为 σ^2 的高斯分布来近似。图像可以划分为不同强度值的区域, 单一的高斯概率密度函数不能完全近似图像中所有组织区域的强度值分布。因此, 我们假设图像域 Ω 可以划分为 N 个区域 $\{\Omega_i | i=1,2,\dots,N\}$, 每个区域 Ω_i 可用均值为 $\tilde{J}_i+\tilde{b}(x)$, 方差为 σ_i^2 的高斯分布来近似, 且 \tilde{J}_i 为常量, 是区域 Ω_i 内的强度真实值。

2.2 能量函数

假设 $h(x)$ 和 $g(x)$ 均是随机变量 x 的概率密度函数的度量函数, 则 $h(x)$ 和 $g(x)$ 之间的距离可以通过 Kullback-Leibler 距离来度量, 也即用相对熵来度量^[23]。假设 $h(x)$ 为图像强度值的真实概率密度函数, $g(x)$ 是真实概率密度函数的度量函数, 本文取为高斯概率密度函数。根据相对熵的定义, 概率密度函数 $h(x)$ 与 $g(x)$ 之间的差异可以通过下式来度量:

$$d(h|g) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) \log\left(\frac{h(x)}{g(x)}\right) dx \quad (9)$$

在数字图像处理中, $h(x)$ 即是图像直方图概率密度函数。根据 MRE(Minimum Relative Entropy) 原理, d 越小, 则 $h(x)$ 与 $g(x)$ 之间的差异越小, 即度量函数 $g(x)$ 与真实函数 $h(x)$ 的近似程度越好。对于图像域中的每一个点 x , 为其设置一个半径为 r 的圆形窗 $W(x,r)$, 设 $\{f(y) | y \in W(x,r) \cap \Omega_i\}$ 为图像域中 y 点处的强度值, $h_i(f(y))$ 为区域 Ω_i 的直方图概率密度函数, 区域 Ω_i 的近似高斯概率密度函数为 $g_i(y)$, 区域 $\{y | y \in W(x,r) \cap \Omega_i\}$ 相对熵为:

$$d(h_i|g_i) = \int_{W(x,r) \cap \Omega_i} h_i(f(y)) \log\left(\frac{h_i(f(y))}{g_i(y)}\right) dy \quad (10)$$

假设圆形窗 $W(x,r)$ 可以划分为 M 个区域, 则圆形区域 $W(x,r)$ 内相对熵总和为:

$$d(h_w|g_w) = \sum_{i=1}^M \int_{W(x,r) \cap \Omega_i} h_i(f(y)) \log\left(\frac{h_i(f(y))}{g_i(y)}\right) dy \quad (11)$$

(11)式是以图像域中某一点 X 为中心的圆域内部的相对熵, 对(11)式在图像域 Ω 上积分, 并以

能量函数的形式来描述相对熵, 得到基于最小相对熵的主动轮廓模型:

$$E = \int_{\Omega} \sum_{i=1}^M \int_{W(x,r) \cap \Omega_i} h_i(f(y)) \log\left(\frac{h_i(f(y))}{g_i(y)}\right) dy dx \quad (12)$$

对于观察到的图像 $I(x)$, h_i 是一个已知常量, 根据优化理论, 在寻求(12)式中能量泛函的极小值时, 等价于寻求下式的最小值:

$$E = - \sum_{i=1}^M \int_{\Omega} \int_{W(x,r) \cap \Omega_i} \log(g_i(y)) dy dx \quad (13)$$

其中: $g_i(y)$ 为区域 Ω_i 内的高斯概率密度函数:

$$g_i(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{(\tilde{I}(y) - \tilde{J}_i - \tilde{b}(x))^2}{2\sigma_i^2}\right), y \in \Omega_i \quad (14)$$

窗函数 $W(x,r)$ 的选取并不唯一, 可以取为经过裁剪的离散高斯核模板, 也可以采用典型的常量窗函数模板, 本文采用的窗函数为:

$$W(x,r) = \begin{cases} 1, & |x-y| \leq r \\ 0, & |x-y| > r \end{cases} \quad (15)$$

将(15)式、(14)式与(13)式结合, 得到本文模型的最终能量泛函:

$$E = \sum_{i=1}^M \int_{\Omega} \int_{\Omega_i} W(x,r) \left[\frac{\log(\sqrt{2\pi}\sigma_i) + (\tilde{I}(y) - \tilde{J}_i - \tilde{b}(x))^2}{2\sigma_i^2} \right] dy dx \quad (16)$$

能量泛函(16)式是基于 MRE 理论而提出的, (16)式与 MRE 理论的内在联系在于: 当我们采用最优化方法寻求(16)式的极小值时, 对应着得到了(9)式中的最小相对熵, 反之, (9)式中的最小相对熵对应着最佳逼近的高斯度量函数 $g(x)$, 而此时的 $g(x)$ 将使(16)式中的能量函数得到极小值。因此, 本文中的最小相对熵理论和主动轮廓模型通过寻求能量函数的极小值而实现了统一。

2.3 水平集形式和模型的实现

本文提出的 MREVLIS 模型中, 以 $\Omega_1, \dots, \Omega_N$ 的形式来划分图像中的不同区域, 而这种形式的划分虽然便于模型的描述与推导, 却不利于能量函数极小值问题的求解。本文中, 我们采用水平集函数的形式来描述图像中的不同区域, 假设图像中有两个不相交的区域 Ω_1 和 Ω_2 , 则用水平集函数的

形式可以描述为: $\Omega_1 = \{\Phi(x) < 0\}$, $\Omega_2 = \{\Phi(x) > 0\}$ 。其中, Φ 为水平集函数, Ω_1 为轮廓线内部区域, Ω_2 为轮廓线外部区域。水平集方法中, 轮廓线一般采用零水平集的形式来呈现, 而零水平集函数通常用 Heaviside 函数来近似获取, 通过 Heaviside 函数, 一个水平集函数 Φ 即可呈现两个不相交的区域 Ω_1 和 Ω_2 , 即 $\Omega_1 = 1 - H(\Phi)$, $\Omega_2 = H(\Phi)$, H 即是 Heaviside 函数。传统 Heaviside 函数通常用一个平滑函数 H_ε 来近似:

$$H_\varepsilon = \frac{1}{2} \sin(\arctan(\frac{x}{\varepsilon})) + \frac{1}{2} \quad (17)$$

参数 ε 一般取为 1。但是, 传统的平滑函数 H_ε 在 $x > 0$ 时其值比 1 要小很多, 而在 $x < 0$ 时又比 0 大很多, 因此, 不能很好的近似理论上的 Heaviside 函数, 而这直接导致的结果就是对真实区域的划分定位不准确。为了更准确的近似 Heaviside 函数, 我们采用了一个新的平滑近似函数 H_τ :

$$H_\tau = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \sqrt{2\tau} \exp(-y^2) dy + \frac{1}{2} \quad (18)$$

当 $x > 0$ 和 $x < 0$ 时, 对比 H_ε 和 H_τ 的值(如图 1(a)), 可以看出, 在参数同时取为 1 的情况下, 新采用的平滑近似函数能够更好的逼近理论上的 Heaviside 函数。

利用水平集函数的形式, 能量泛函(11)式可以重新写为:

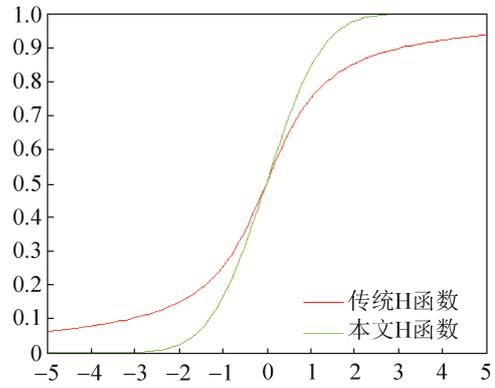
$$E(\phi, \sigma_i, \tilde{J}_i, \tilde{b}) = \sum_{i=1}^M \lambda_i \int_{\Omega} d_i(y) M_i(\phi(y)) dy \quad (19)$$

其中: λ_i 为每个区域的权重系数, $d_i(y)$ 表达式为:

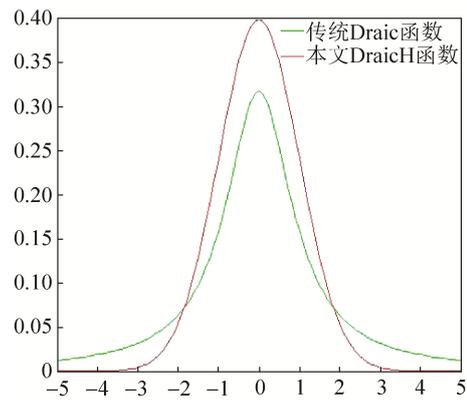
$$d_i(y) = \int_{\Omega} W(x, r) (\log(\sqrt{2\pi}\sigma_i) + \frac{(\tilde{I}(y) - \tilde{J}_i - \tilde{b}(x))^2}{2\sigma_i^2}) dx \quad (20)$$

通过最小化 $E(\phi, \sigma_i, \tilde{J}_i, \tilde{b})$, 可以同时得到分割结果和偏差场估计函数。本文中, 我们采用交替迭代更新参数的方法来极小化(14)式, 即分别用每一个参数来极小化 $E(\phi, \sigma_i, \tilde{J}_i, \tilde{b})$ 。首先, 我们固定参数 $\phi, \sigma_i, \tilde{b}$, 于是得到使能量函数取得极小值的参数 \tilde{J}_i :

$$\tilde{J}_i = \frac{\int_{\Omega} ((W * 1)(\tilde{I}(y)M_i(\phi(y))) - (W * \tilde{b}(x))M_i(\phi(y))) dy}{\int_{\Omega} (W * 1) \times M_i(\phi(y)) dy} \rightarrow \quad (21)$$



(a) Heaviside 函数



(b) Dirac 函数

图 1 本文提出的 Heaviside 及 Dirac 函数

Fig.1 Heaviside and Dirac functions proposed in this paper

然后, 固定参数 $\phi, \sigma_i, \tilde{J}_i$, 通过泛函分析和变分法原理, 得到使能量函数取极小值的偏差域估计函数 $\tilde{b}(x)$ 的表达式:

$$\tilde{b}(x) = \frac{\sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_i^2} (W * (\tilde{I}(y)M_i(\phi(y))) - \tilde{J}_i(W * M_i(\phi(y))))}{\sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_i^2} (W * M_i(\phi(y)))} \quad (22)$$

之后, 再固定参数 $\phi, \tilde{J}_i, \tilde{b}$, 得到使能量函数取得极小值的参数 σ_i :

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\iint_{\Omega} WM_i(\phi(y))(\tilde{I}(y) - \tilde{b}(x) - \tilde{J}_i)^2 dydx}{\iint_{\Omega} WM(\phi(y)) dydx}} \quad (23)$$

最后, 固定参数 $\sigma_i, \tilde{J}_i, \tilde{b}$, 对(14)式采用变分法和最速梯度下降法, 即可得到两相情况(假设 $M=2$)下水平集函数 Φ 的演化梯度下降流:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\delta(\phi)(\lambda_1 d_1 - \lambda_2 d_2) + v\delta(\phi)\text{div}\left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}\right) + \mu\text{div}(d_p(|\nabla \phi|)\nabla \phi) \quad (24)$$

其中: 第二项为轮廓线的长度规则项, 第三项为水平集函数的距离规则项^[24]。 $\delta(\phi)$ 为本文提出的 Heaviside 函数的导数, 即 Dirac 函数, 其图形如图 1 中的(b)所示, 表达式为:

$$\delta_{\tau} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau}} \exp\left(-\frac{x}{2\sigma^2}\right) \quad (25)$$

(24)式中, $\lambda_1, \lambda_2, v, \mu$ 均为非负参数, 通常情况下 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, 而 μ 与迭代时间步长只需满足 Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件即可^[25], 通常可以减小 μ 而增大时间步长 Δt 从而加快水平集函数的演化。MREVLS 模型的具体实现过程如下:

- 1) 对原图像域进行对数变换。
- 2) 水平集函数 Φ 初始化和偏差域估计函数 $\tilde{b}(x)$ 及参数 σ_i, \tilde{J}_i 的初始化。
- 3) 固定 ϕ, σ_i 和 $\tilde{b}(x)$, 根据(16)式更新参数 \tilde{J}_i 。
- 4) 固定 ϕ, \tilde{J}_i 和 σ_i , 根据(17)式更新偏差域估计函数 $\tilde{b}(x)$ 。
- 5) 固定 ϕ, \tilde{J}_i 和 $\tilde{b}(x)$, 根据(18)式更新参数 σ_i 。
- 6) 利用(19)式演化水平集函数, 并判断是否停止函数演化, 是则停止, 否则转到第 3 步去继续参数更新和演化。

3 实验和结果

本文实验中, 如果没有特定的说明, 则参数设置如下: $\lambda_i = 1$, 窗宽半径 $r=4$, 时间步长 $\Delta t=1$, $\mu=0.1$, 长度项系数 $v=0.001 \times 255^2$, 本文实验在 AMD 双核处理器, 3G 内存和 2.1GHz 主频的联想笔记本电脑上进行。在我们的模型中, 各个参数的

初始化是稳定的, 为了使其自动分割, 我们将偏差域函数 $\tilde{b}(x)$ 初始化为 1, 将 \tilde{J}_i 初始化为图像强度最大值与最小值之间 M 个等间隔的数值, 将方差 σ_i 初始化为 $1/\sqrt{2\pi}$ 。分割的相数 M 取决于实际分割的图像, 水平集函数 ϕ_i 可以自动生成, 也可以通过用户手工选取, 而且, 我们的模型对水平集函数的初始化并没有严格限制, 初始水平集可以在目标轮廓的外面、里面和交叉在目标与背景之间。首先我们在两相的情况下演示模型的分割与偏差校正结果, 偏差校正后的图像可以通过 $\tilde{I} - \tilde{b}(x)$ 得到。图 2 演示了我们提出的 MREVLS 在强度异质场中分割与校正结果, 从图 2(c)中可以看出, 我们提取的强度异质场(即偏差场)是均匀变化的, 图 2(d)是偏差校正后的结果, 从中可看出, 在去除图像中的强度异质场的同时, 还增强了目标与背景的对比度。

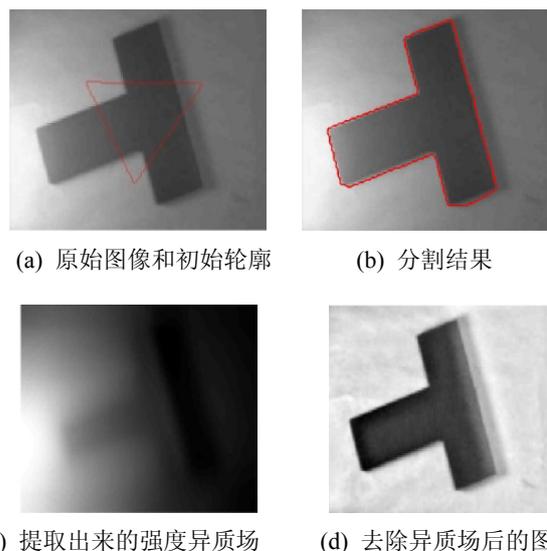


图 2 MREVLS 在强度异质场中的分割与偏差场校正的运用
Fig.2 Application of MREVLS in the correction of the segmentation and deviation field in the intensity heterogeneous field

为了演示我们的 MREVLS 在分割方面的优越性, 图 3 中, 我们将新模型的分割结果与传统基于全局区域的 CV 模型和基于局部区域的 LBF 模型的分割结果进行了对比。图 3 中的原图是一副目标与背景具有相同均值而不同方差的合成图像, 我们在原图上加入了偏差域, 得到图 3(a)中的原图, 从

图 3(b)(c)(d)可看出, CV 模型无法区分强度异质和方差异质的情况, LBF 模型尽管可以应对强度异质情况, 却不能区分存在方差异质的目标, 而我们的 MREVLs 却能很好的将图(a)中的目标提取出来。

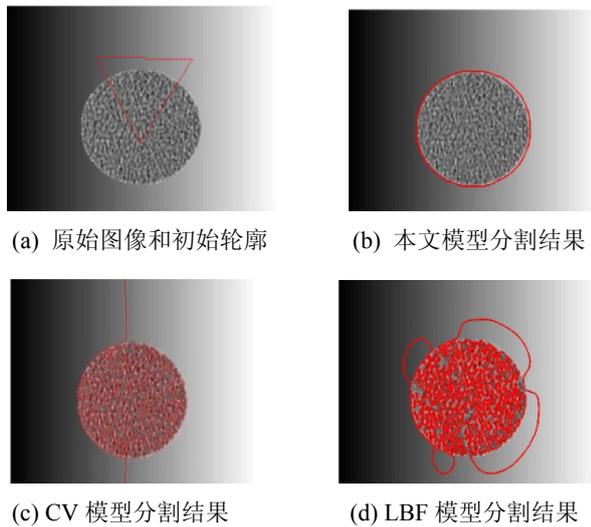


图 3 MREVLs 在强度异质场和区域方差不均匀图像中分割运用

Fig.3 Application of MREVLs in intensity heterogeneous field and regional variance inhomogeneous image

图 4 演示了 MREVLs 的抗噪能力, 从图 4 看出, 我们在分割目标的同时, 提取出了平滑的偏差场并得到了真实信号 \tilde{J} 。

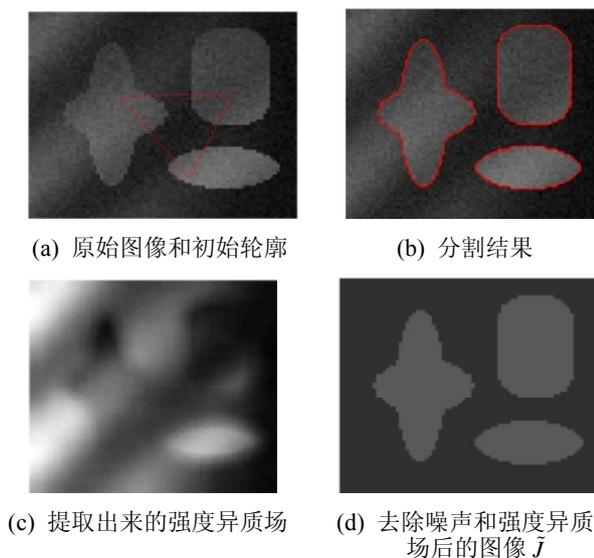


图 4 MREVLs 在强度异质场和噪声图像中分割校正运用
Fig.4 Correction and application of MREVLs in intensity heterogeneous field and noise image

图 5 演示的是 MREVLs 在一副 3T 的 MR 图像中进行分割和校正的结果, 从(a)中可以看出, 3T 的 MR 图像明显存在强度异质的情况, 利用 MREVLs, 我们可以同时获得如图(b)和(c)所示的分割结果和偏差域, 当从原始图像(a)中去除偏差域(c)后, 便得到偏差校正后的图像(d), 从(d)中可以看出, 偏差校正后的目标和背景区域强度都是均匀分布的, (e)和(f)分别对应着原始图像和偏差校正后图像的直方图, 通过对比可以发现, (f)中的直方图明显呈现出了双峰, 而(e)却呈现出了较为均匀的直方图分布。图(f)表明, 我们的 MREVLs 模型确实降低了不同组织之间的重叠区域, 增强了不同组织之间的对比度, 即起到了偏差校正的效果。

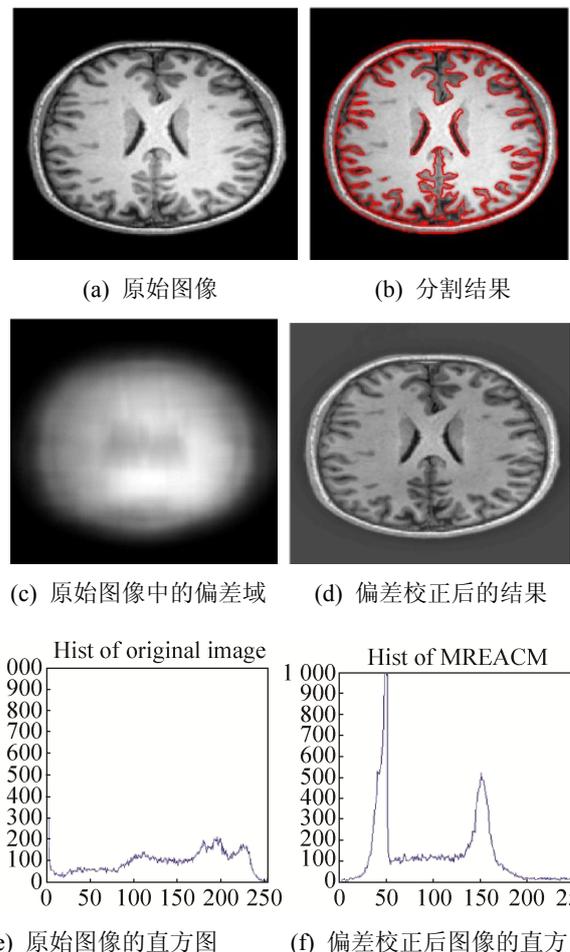
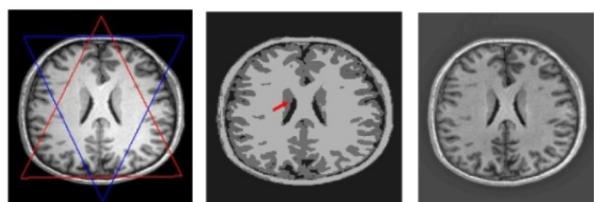


图 5 MREACM 在 2TMRI 中的运用

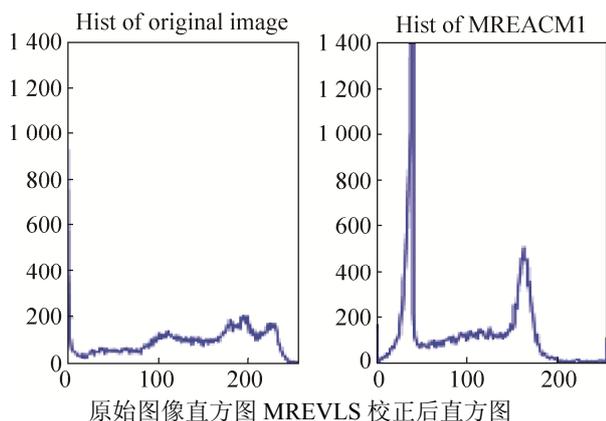
Fig.5 Application of MREACM in 2TMRI

图 6 和图 7 演示了 MREVLs 模型在多相水平

集形式下的分割结果。图 6 采用的是本文提出的 Heaviside 和 Dirac 函数，图 7 采用的是传统的 Heaviside 和 Dirac 函数，尽管图 6 和图 7 中的(c)和(d)没有多大差异，但是，从(b)中箭头标注的区域可以看出，采用本文提出的 Heaviside 和 Dirac 函数得到的分割结果明显要优于采用传统 Heaviside 和 Dirac 函数得到的分割结果。图 8 演示的是文献[10]的多相水平集分割结果。对比图 6 和图 8，图 8(b)中箭头标注区域的分割精度明显不如本文的分割结果精度，同时，文献[10]中的 KVLs 模型校正后的直方图与原始图像的直方图并没有多大差异，而我们的 MREVLS 模型校正后的直方图出现了明显的双峰现象。此外，由于文献^[10]对图像建模时采用的是乘性偏差域，因此，在从原始图像中去除偏差域时，对应着偏差域为接近为零的原图像区域会出现高频噪声，如图 8 中的(c)所示。



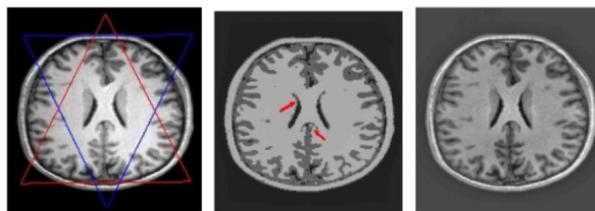
(a) 初始轮廓和 (b) 四相分割结果 (c) 偏差校正后原始图像的图像



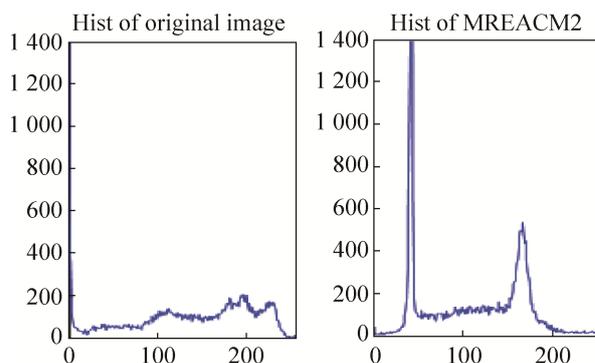
(d) 偏差校正前后的直方图对比

图 6 MREVLS 采用本文 Heaviside 和 Dirac 函数进行多相分割与校正的结果

Fig.6 MREVLS uses the Heaviside and Dirac functions in this paper for multiphase segmentation and correction



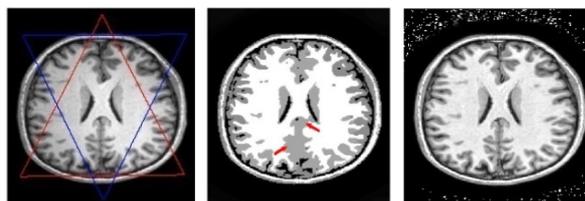
(a) 初始轮廓和 (b) 四相分割结果 (c) 偏差校正后原始图像的图像



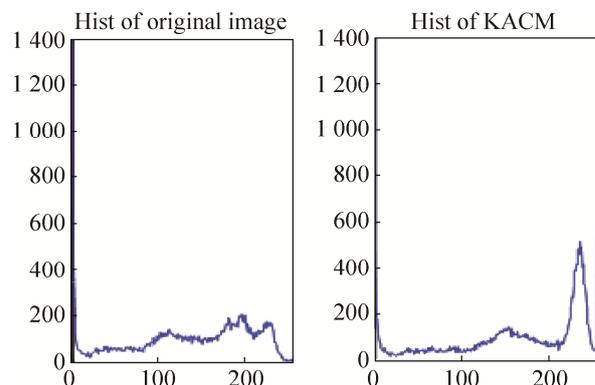
(d) 偏差校正前后的直方图对比

图 7 MREVLS 采用传统 Heaviside 和 Dirac 函数进行多相分割与校正的结果

Fig.7 MREVLS uses traditional Heaviside and Dirac functions for multiphase segmentation and correction



(a) 初始轮廓和 (b) 四相分割结果 (c) KVLs 校正后原始图像的图像



(d) 偏差校正前后的直方图对比

图 8 文献[10]在四相情况下的分割结果

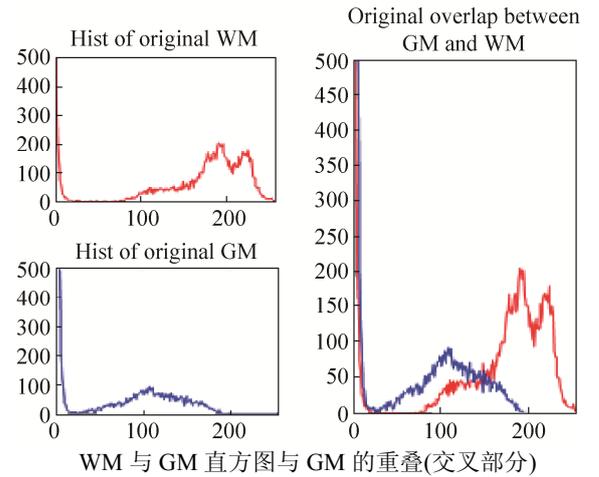
Fig.8 Segmentation results of document[10] in four phase

强度异质校正方法的有效性通常根据某一组织区域在偏差校正前后的强度变化系数(Coefficient of Variation)即 CV 值来评估,其原理在于,如果某一组织区域的偏差场被去除以后,则该区域强度值的标准差与均值的比值,即强度变化系数 CV 应该减小,但是, CV 评估法对强度值的加性转换较为敏感,并且 CV 值仅源自单一的组织区域,不利于充分评估模型对图像的整体校正能力,此外,对于明显不同的两个组织区域强度值的重叠情况, CV 值没有提供任何有用信息^[1]。因此,为了更为准确的反映模型的校正能力,本文没有采用文献[10]中的 CV 值对模型评估,而采用了加性强度值转换不敏感、能够反映不同组织之间强度值重叠情况的 CJV(coefficient of Joint Variation)系数来对模型进行评估对比^[26],两个不同组织 C1 和 C2 之间的 CJV 系数定义如下:

$$CJV(C_1, C_2) = \frac{\sigma(C_1) + \sigma(C_2)}{|\mu(C_1) - \mu(C_2)|} \quad (26)$$

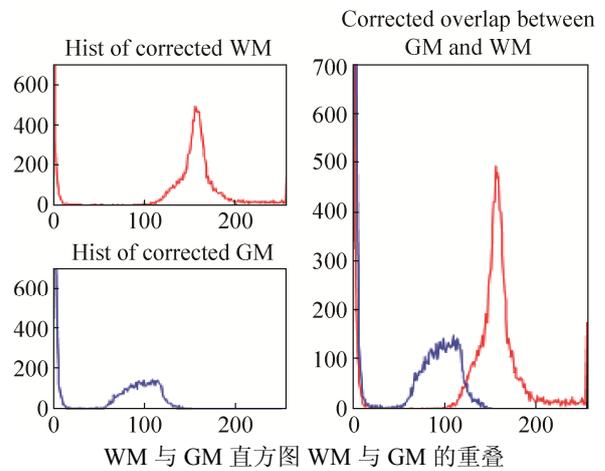
σ 为标准差, μ 为均值。从模式分类的角度看, CJV 近似于分类误差, CJV 值越大,说明两类之间的重叠部分越多,反之,则重叠部分较小。从实验的简单有效性出发,本文采用图 6 和图 8 中分割得到的白质(WM)和灰质(GM)来分别计算本文模型和文献[10]中 KVLS 模型的 CJV 值。图 9 与图 10 分别给出了本文 MREVLS 模型与 KVLS 模型对 GM 与 WM 校正前后的直方图和二者之间的重叠区域图。表 1 给出了相关的数据以对 MREVLS 与 KVLS 模型进行评估对比。

从图 9~图 10 中可看出,经过 MREVLS 与 KVLS 模型校正后的 WM 与 GM 的重叠区域都有所降低,但是,本文模型的校正结果更为明显(表 1 的最后一项也反映了这一点),而且得到的单峰直方图也更为平滑,同时,表 1 中的数据表明,本文模型只用了 KVLS 模型 1/4 的时间就将分类准确率近似提高到了 KVLS 模型的两倍,这一实验结果表明,本文将普遍采用的乘性偏差域进行对数变换,使其成为加性偏差域,确实提高了模型的计算效率。



(a) 原始图像

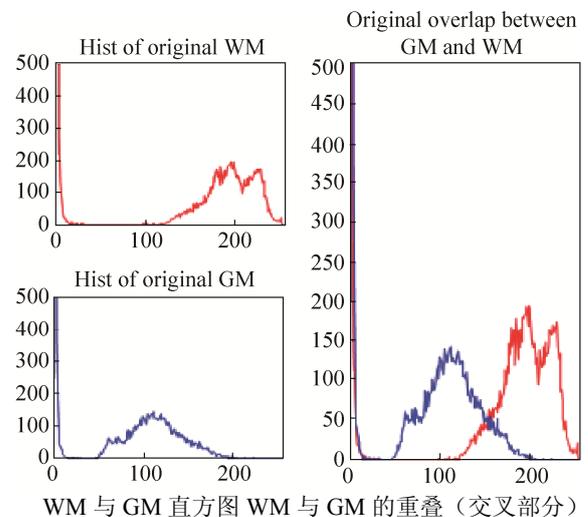
(b) 原始图像 WM



(c) 本文模型偏差校正后的

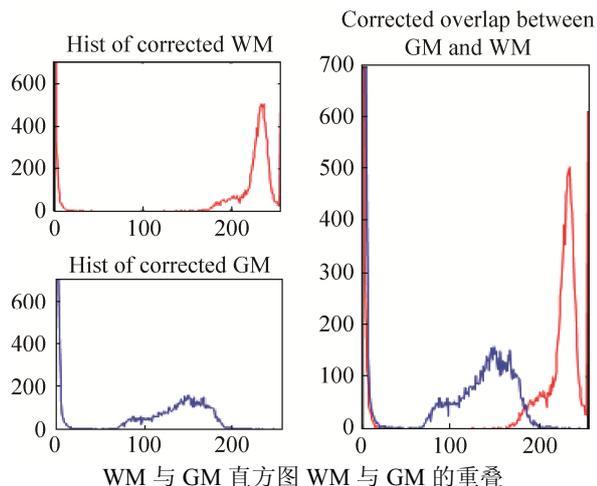
(d) 本文模型偏差校正后的
图 9 原始图像和经过本文模型偏差校正后的 WM 与 GM 直方图对比

Fig.9 Comparison of WM and GM histogram after correction of original image and this model deviation



(a) 原始图像

(b) 原始图像



(c) KVLS 模型偏差校正后的直方图 (d)KVLS 模型偏差校正后图 10 原始图像和经过 KVLS 模型偏差校正后的 WM 与 GM 直方图对比

Fig.10 Comparison of WM and GM histogram after correction of original image and KVLS model deviation

表 1 MREVLS 与 KVLS 实验数据对比

Tab.1 Comparison of experimental data between MREVLS and KVLS

模型	迭代次数	耗时/s	CJV 值		分类误差降低百分率/%
			校正前	校正后	
MREVLS	15	37	1.02	0.70	32
KVLS	250	198.25	0.69	0.56	18

4 结论

本文基于最小相对熵理论,提出了一种新的统一图像分割与偏差校正的变分水平集方法(MREVLS)。MREVLS 模型保证了偏差域估计函数的内在平滑性,因此无需增加额外能量项来规则化偏差域函数,我们的偏差估计函数可以近似各种常见强度异质图像中的偏差场,因而可用于各种强度异质图像的分割与校正中。此外,本文提出了一种新的近似 Heaviside 的平滑函数,与传统 Heaviside 的近似平滑函数相比,新的近似函数增加了分割的精度。MREVLS 模型在统计建模时考虑了图像各个区域的均值和方差,因此,从统计角度上更好的逼近了真实图像强度值的分布,与 KVLS 模型相比, MREVLS 模型增强了分割各种复杂目标的能力和分割的精度。值得一提的是,我们的 MREVLS 模型对各个参数和水平集轮廓的初始化并不敏感,

而且只需较少的迭代次数和时间,因此可运用到各种数据量较大的自动化应用场合中。

参考文献:

- [1] Vovk U, PernusF, LikarB."A Review of Methods for Correction of Intensity Inhomogeneity in MRI[J].IEEE Transactions on Medical Imaging(S0278-0062), 2007, 26(3): 405-421.
- [2] RussJ. The Image Processing Handbook[M].CRC Press,2011.
- [3] TomaževićD, LikarB, PernušF.Comparative evaluation of retrospective shading correction methods[J]. Journal of Microscopy(S0022-2720), 2002, 208(3): 212-223.
- [4] Zhu GY, UdupaJ K, LiuJ, et al.Scale-based method for correcting background intensity variation in acquired images [C]. Medical Imaging 2002:Image Processing, 2002, 4684: 1103-1111.
- [5] SledJ G, ZijdenbosA P, EvansA C.A nonparametric method for automatic correction of intensity nonuniformity in MRI data[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062),1998, 17(1): 87-97.
- [6] GispertJ D, ReigS, PascauJ,et al. Garcia-Barreno, and M. Descot. Method for bias field correction of brain T1-weighted magnetic resonance images minimizing segmentation error[J]. Human Brain Mapping (S1065-9471), 2004, 22(2): 133-144.
- [7] L X, L L, L H, L. Z.Partial volume segmentation of brain magnetic resonance images based on maximum a posteriori probability[J]. Medical Physics(S0094-2405), 2005, 32(7): 2337-2345.
- [8] WellsW M, III, W E L. Grimson, R. Kikinis, and F. A. Jolesz.Adaptive segmentation of MRI data[J].IEEE Transactions on Medical Imaging(S0278-0062), 1996, 15(4): 429-442.
- [9] Z Kaihua, Z Lei, Z Su. A variational multiphase level set approach to simultaneous segmentation and bias correction[C]//2010 17th IEEE International Conference on Image Processing(ICIP), 2010: 4105-4108.
- [10] C Li, R. Huang, Z Ding, et al. "A Level Set Method for Image Segmentation in the Presence of Intensity Inhomogeneities With Application to MRI[J]. IEEE Transactions on Image Processing (S1057-7149), 2011, 20(7): 2007-2016.
- [11] Chunming L, K Chiu-Yen, J C Gore, et al.Implicit Active Contours Driven by Local Binary Fitting Energy [C]//IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition 2007(CVPR '07), 2007(1): 1-7.

- [12] Li C M, Kao C Y, Gore J C, et al. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing (S1057-7149), 2008, 17(10): 1940-1949.
- [13] Chan T, Vese L. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing (S1057-7149), 2001, 10(2): 266-277.
- [14] Li C, Huang R, Ding Z, et al. A Variational Level Set Approach to Segmentation and Bias Correction of Images with Intensity Inhomogeneity [C] // 11th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, 2008, 11(2): 1083-1091.
- [15] Prima S, Ayache N, Barrick T, et al. Maximum likelihood estimation of the bias field in MR brain images: Investigating different modelings of the imaging process [C]. Med. Image Comput. Computer-Assist. Intervention (MICCAI 2001), 2001, 2208: 811-819.
- [16] Brechbühler C, Gerig G, Székely G. Compensation of spatial inhomogeneity in MRI based on a multi-valued image model and a parametric bias estimate [C]. International Conference on Visualization in Biomedical Computing, 1996, 1131: 141-146.
- [17] Styner M, Brechbühler C, Székely G, et al. Parametric estimate of intensity inhomogeneities applied to MRI [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062) 2000, 19(3): 153-165.
- [18] Nowak R D. Wavelet-based Rician noise removal for magnetic resonance imaging [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062), 1999, 8(10): 1408-1419.
- [19] Gudbjartsson H, Patz S. The Rician Distribution of Noisy MRI Data [J]. Magnetic Resonance in Medicine (S0740-3194), 1995, 34(6): 910-914.
- [20] Guillemaud R, Brady M. Estimating the bias field of MR images [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062), 1997, 16(3): 238-251.
- [21] Van K, Leemput, Mae F, Vandermeulen D, PSuetens. Automated model-based bias field correction of MR images of the brain [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062), 1999, 18(10): 885-896.
- [22] Wells W M, III, W E L. Grimson, R. Kikinis, and F. A. Jolesz. Adaptive segmentation of MRI data [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062), 1996, 15(4): 429-442.
- [23] Octavio, Augusto, Fontes, et al. Combined Minimum Relative Entropy and Maximum Likelihood estimation of dynamic models [C] // the 12th Annual Conference on Global Economic Analysis, 2009.
- [24] Li Chunming, Xu Chenyang, Gui Changfeng, et al. Distance Regularized Level Set Evolution and its Application to Image Segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing (S1057-7149), 2010, 19(12): 3243-3254.
- [25] Gilboa G, Sochen N, Zeevi Y. Forward-and-backward diffusion processes for adaptive image enhancement and denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing (S1057-7149), 2002, 11(7): 689-703.
- [26] Likar B, Viergever M A, Pernus F. Retrospective correction of MR intensity inhomogeneity by information minimization [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062), 2001, 20(12): 1398-1410.



(上接第 2730 页)

- [18] Dai Q H, YANG B G, Feng J Q. Reconstructable geometry shadow maps [C]. Redwood City CA. Proceedings of the 2008 Symposium on Interactive 3D Graphics and Games, ACM, 2008: 4.
- [19] Lloyd B, Tuft D, Yoon S, et al.. Warping and Partitioning for Low Error Shadow Maps [C]. Anney, Fr. Proceedings of: 215-226.
- [20] Hasselgren J, Akenine-Möller T, Ohlsson L. Conservative rasterization [J]. GPU Gems, 2005, 2: 677-690.
- [21] Timonen V. Line - Sweep Ambient Obscure [C] // Computer Graphics Forum. Anaheim, USA. Blackwell Publishing Ltd, 2013, 32(4): 97-105.