

6-4-2020

## DOA Estimation Method of Uniform Circular Array Based on Improved Smoothed $l_0$ Norm

Wang Biao

*School of Electronic and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China;*

Chen Feng

*School of Electronic and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China;*

Lu Li

*School of Electronic and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## DOA Estimation Method of Uniform Circular Array Based on Improved Smoothed $l_0$ Norm

### Abstract

*Abstract: To solve the problems of the narrow-band signal DOA method, such as low resolution and unsuitable for applications with small number of snapshot and array elements, etc, DOA of uniform circular array based on improved smoothed  $l_0$  norm was proposed after analysis of the characteristics of UCA model and signal airspace sparse, combining with improved the smooth  $l_0$  norm algorithm. For reconstructing the signal, the method used the combined continuous function as the approximation to  $l_0$  norm by sparse matrix processing array manifold, which improved the convergence speed. It was also extended to the UCA DOA estimation, which avoided feature decomposition and spectral peak searching process. On the premise of guarantee the estimation precision, the calculation and the number of the array were effectively reduced. The feasibility and effectiveness of the method were verified by the experimental simulation.*

### Keywords

narrow-band signal, uniform circular array, DOA, space sparsity, improved smoothed  $l_0$  norm

### Recommended Citation

Wang Biao, Chen Feng, Lu Li. DOA Estimation Method of Uniform Circular Array Based on Improved Smoothed  $l_0$  Norm[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(10): 2336-2344.

# 基于改进平滑 $l_0$ 范数的均匀圆阵 DOA 估计方法

王彪, 陈峰, 陆丽

(江苏科技大学电子信息学院, 江苏 镇江 212003)

**摘要:** 针对传统窄带信号的 DOA 估计方法中存在分辨率低、不适用于低快拍以及阵元数较少的应用场合等问题, 在分析了均匀圆阵模型以及目标空域稀疏特性后, 结合改进平滑  $l_0$  范数重构算法, 提出了基于改进平滑  $l_0$  范数的均匀圆阵 DOA 方法。该方法在利用稀疏矩阵处理阵列流形的基础上, 通过选取组合函数作为近似估计  $l_0$  范数的函数进行信号重构, 提高收敛速度, 并将其扩展到均匀圆阵 DOA 估计方法中, 避免了特征分解和谱峰搜索过程, 在保证估计分辨率的前提下, 有效降低了计算量, 减小天线的阵元数目。通过实验仿真, 从而验证了该方法的可行性与有效性。

**关键词:** 窄带信号; 均匀圆阵; DOA 估计; 空域稀疏性; 改进平滑  $l_0$  范数

中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X(2017)10-2336-09

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201710015

## DOA Estimation Method of Uniform Circular Array Based on Improved Smoothed $l_0$ Norm

Wang Biao, Chen Feng, Lu Li

(School of Electronic and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China)

**Abstract:** To solve the problems of the narrow-band signal DOA method, such as low resolution and unsuitable for applications with small number of snapshot and array elements, etc, DOA of uniform circular array based on improved smoothed  $l_0$  norm was proposed after analysis of the characteristics of UCA model and signal airspace sparse, combining with improved the smooth  $l_0$  norm algorithm. For reconstructing the signal, the method used the combined continuous function as the approximation to  $l_0$  norm by sparse matrix processing array manifold, which improved the convergence speed. It was also extended to the UCA DOA estimation, which avoided feature decomposition and spectral peak searching process. On the premise of guarantee the estimation precision, the calculation and the number of the array were effectively reduced. The feasibility and effectiveness of the method were verified by the experimental simulation.

**Keywords:** narrow-band signal; uniform circular array; DOA; space sparsity; improved smoothed  $l_0$  norm

## 引言

相对于线阵, 均匀圆阵(Uniform Circular Array,

UCA)能提供  $360^\circ$ 全方位、无模糊的方位角信息, 并且无论在任何方位上都具有近似相同的角度估计和分辨力, 这些特点使得均匀圆阵特别适合在方位角测向中的应用。均匀圆阵具有圆对称性, 其方向图在阵列平面上电磁旋转扫描时波束的形状不会有太大的改变, 这使得它便于安装, 有利于进行空间侦查。因此, 均匀圆阵天线优越的结构特点和良好的测向性能<sup>[1]</sup>, 使其在军用和民用方面引起人



收稿日期: 2015-10-10 修回日期: 2015-12-24;  
基金项目: 国家自然科学基金(11574120, 61401180),  
江苏省高校自然科学基金(12KJB510003, 13KJB5100  
07), 江苏省高校优势学科建设工程, 江苏省研究生  
科研与实践创新计划项目(SJCX17\_0604), 江苏省  
“青蓝工程”资助的课题;  
作者简介: 王彪(1980-), 男, 甘肃张掖, 博士生, 副  
教授, 硕导, 研究方向为水声阵列信号处理及水声通  
信技术。

<http://www.china-simulation.com>

• 2336 •

们的关注。均匀圆阵的 DOA 估计的传统方法多为波束形成算法(Counting Bloom Filter, CBF)、基于最小方差信号无畸变响应算法(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)以及基于子空间类的 MUSIC 算法(Multiple Signal Classification, MUSIC)等高分辨估计算法<sup>[2-3]</sup>。最早出现的 CBF 算法计算速度快,但其估计性能容易受到传感器阵元孔径的限制,即存在“瑞利限”,因而该算法的估计分辨率不高,即不能对同一波束中的多个目标进行高分辨估计;波束形成算法类中还有一种较为经典的算法就是 MVDR 算法,其估计性能在信噪比较低的情况下效果不是很好,也就是该算法的抗噪能力较差;后来出现的子空间类算法中的经典 MUSIC 算法,该算法实现目标信号 DOA 估计性能较好,但 MUSIC 算法不适用较低快拍的应用场合。所以通过算法来提高基于 UCA 的测向分辨力显得尤为重要。

随着压缩感知理论(Compressed Sensing, CS)<sup>[4-5]</sup>的提出,突破了奈奎斯特采样定律的限制,使得利用少量测量数据就能实现高分辨的 DOA 估计成为可能,推动了基于均匀圆阵的目标信号 DOA 估计方法的新发展。利用信源的可压缩性,可将信源的 DOA 估计转化为一个稀疏信号重构<sup>[6-8]</sup>的问题。对目标信号进行压缩或稀疏时,采用远低于奈奎斯特采样频率的速率对目标信号进行非自适应的随机投影测量,通过求解一个最优化方程对原信号进行高概率精确重构,从而实现高分辨的 DOA 估计。对于最优化求解问题,目前主流方法有基追踪算法(Basis Pursuit, BP)和匹配追踪算法(Matching Pursuit, MP)等。BP 算法通过线性规划以最小  $l_1$  范数的解逼近  $l_0$  范数的方法得到最优解,但该方法计算量大,运算速度较慢,且对硬件的要求较高<sup>[9]</sup>;匹配追踪算法作为一种贪婪算法,虽然速度较快,但往往不能得到最优解。

针对上述问题, Hosen Mohimani 等人提出了平滑  $l_0$  范数算法<sup>[10]</sup>,其思想是通过最速下降法和梯度投影原理,利用一个连续的函数来逼近矢量的  $l_0$  范数,直接在  $l_0$  范数意义下进行稀疏重构。进而

有 Niazadeh 等人提出基于 SL0 算法的自适应和非自适应 ISI 信道估计<sup>[11]</sup>算法,林婉娟等人提出的基于  $l_0$  的 NSL0<sup>[12]</sup>算法,以及王彪等人提出的平滑  $l_0$  范数的 DOA 估计<sup>[13]</sup>的方法。虽然与其他算法相比,平滑  $l_0$  范数算法及其演进算法避免了用  $l_1$  范数近似  $l_0$  范数约束的弊端,克服了  $l_0$  范数最优化求解的 NP 难问题,该算法不需要先验经验,不需要对信号进行预处理。但它们都有收敛速度慢,对  $l_0$  范数估计精度不高等缺陷。

为弥补平滑  $l_0$  算法的不足,本文将结合牛顿方向和阻尼步长,选用一个“陡峭性”更大的组合函数代替正态分布函数来作为近似估计  $l_0$  范数的函数,这样能很好地解决了利用基于平滑  $l_0$  算法的 DOA 估计方法对信号进行重构时存在的“锯齿效应”问题,并提高收敛速度。同时将该算法应用到均匀圆阵的 DOA 估计方法中,在保证估计精度、分辨率的前提下,不仅提高收敛速度,还减小天线的阵元数目以节约成本来解决实际应用中天线阵元个数多、占用空间范围大的问题,很好地弥补了现有基于均匀圆阵 DOA 估计方法运算较慢的问题。

## 1 均匀圆阵数学模型

均匀圆阵是由若干个阵元均匀分布在一个圆周上,采用球面坐标系表示入射平面波的波达方向,选取圆阵圆心为参考点(坐标的原点),半径为  $R$ 。目标的俯角  $\theta$  是目标到原点的连线与  $z$  轴的夹角,方位角  $\phi$  是原点到目标的连线在平面  $xOy$  上的投影与  $x$  轴的夹角。其结构如图 1 所示。

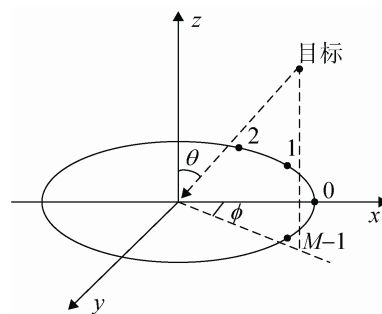


图 1 均匀圆阵(UCA)

Fig. 1 Uniform circular array

因此,第  $m$  个阵元相对于参考点的时延迟差为:

$$\tau = \frac{R \sin(\theta) \cos(\phi - 2\pi m / M)}{\lambda} \quad (1)$$

式中:  $m=0,1,\dots,M-1$ , 结合均匀圆阵的空间结构, 阵列在波达方向为  $\theta$  时, 阵列的导向矢量为:

$$\mathbf{A}(\theta, \phi) = [1 \exp(\frac{j2\pi R \sin(\theta) \cos(\phi - 2\pi / M)}{\lambda}) \dots \exp(\frac{j2\pi R \sin(\theta) \cos(\phi - 2\pi(M-1) / M)}{\lambda})]^T \quad (2)$$

均匀圆阵是由等间距的阵元排列在一个圆周上的二维平面阵。它能够测得二维角度; 其次, 均匀圆阵可以进行全方位扫描, 因此能实现  $360^\circ$  范围内的测向并且天线是无模糊的。它的天线都是全向的, 这说明无论在任何方向上, 天线测得角度的分辨率和估计精度都是近似或相同的。

## 2 均匀圆阵的目标信号稀疏表示

### 2.1 压缩感知原理

CS 理论的主要内容为信号的稀疏表示、编码测量和重构算法 3 个方面。第一选取合理的稀疏变换基或者冗余字典对接收信号进行稀疏表示; 第二设计测量矩阵, 对稀疏后的信号进行压缩采样; 第三通过选取的最优重构算法求解信号稀疏变换的变换系数矢量, 并根据这个稀疏变换系数恢复出原始信号。

由压缩感知理论原理可知, 阵列在对阵列接收信号  $\mathbf{X}(t)$  采样的过程中就对其进行压缩, 那么在确定目标信号的稀疏表示后, 接收阵列输出可以表示为如下所示:

$$\mathbf{Y}(t) = \Phi \mathbf{X}(t) = \Phi \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \Phi \mathbf{N}(t) \quad (3)$$

式中:  $\Phi$  为  $N \times M$  投影矩阵;  $\mathbf{Y}(t)$  为  $N \times 1$  维的压缩采样后数据;  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_N]^T$  为信号矢量;  $\mathbf{S}(t)$  是  $K \times 1$  的稀疏向量, 且其中只有少数的非零元素;  $\mathbf{N}(t)$  为  $M \times 1$  噪声矢量。

投影矩阵的选取要满足约束等容性质, 常用的有高斯随机测量矩阵和伯努力随机测量矩阵。所以, 对式(3)中  $N \times M$  维的投影矩阵  $\Phi$  的设计如下:

$$\Phi = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_N]^T \quad (4)$$

式中:  $e_n = [0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0]$ ;  $\gamma(n)$  是对  $(0, M-1)$  域内的一个映射;  $\gamma(n)$  的值对应  $e_n$  中的位置, 且位置上的值为 1。那么压缩采样后的阵列数据输出如式(3)所示, 由于  $N < M$ , 这也就相当于从  $M$  个阵元接收好的数据中选出其中  $N$  个阵元接收的数据作为最后的阵列输出数据, 而其余的  $M-N$  个阵元所接收的数据是无用的, 所以在实际设置阵列时就可以结合阵列的空间结构和投影矩阵的设计, 有效的设置阵元的位置, 这样就大大减少了阵列的数据输出, 降低了阵列的尺寸。但对于信号的重构, 直接求解式(3)(对于无噪的情况, 即  $N_j=0$  时)则对应一个欠定方程组的求解问题, 它有无穷多组解。

### 2.2 目标信号的稀疏表示

由上述 CS 理论可知, 其应用的一个前提是信号必须是稀疏的或是可压缩的, 因此本节研究窄带信号模型下均匀圆阵信号的稀疏表示。

假定有  $J$  个频率为  $f$  的远场窄带信号, 接收阵列为含有  $M$  个阵元的均匀圆阵, 阵元间距为  $d = \lambda/2$  ( $\lambda$  为波长), 此时对于空间某个 DOA 角度的阵列接收信号可以表示为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta, \phi) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{A}(\theta, \phi)$  表达式如式(2)所示, 其为  $M \times 1$  维阵列流行矩阵;  $\mathbf{S}(t)$  为目标信号;  $\mathbf{N}(t)$  为  $M \times 1$  维噪声矢量。

为了得到阵列信号的稀疏表示, 对整个目标空间范围  $[-180^\circ \ 180^\circ]$  按等角度划分为  $K$  个空间位置, 使每个空间位置  $(\theta_k, \phi_k)$  都对应一个俯角为  $\theta_k$  和方位角为  $\phi_k$  的入射信号的 DOA 位置。其中  $(k=1, 2, \dots, K)$ , 并且  $K \gg J$ 。那么待估计的这  $J$  个信号的 DOA 角度  $\theta_j (j=1, 2, \dots, J)$ , 就只对应与这  $K$  个中少数的几个。如图 2 所示, 当  $J=2$  (如  $J_1$  和  $J_2$  位置) 时, 两个待估计的信号的 DOA 角度就对应于  $K$  中第 3 位和第 5 位所对应的角度。

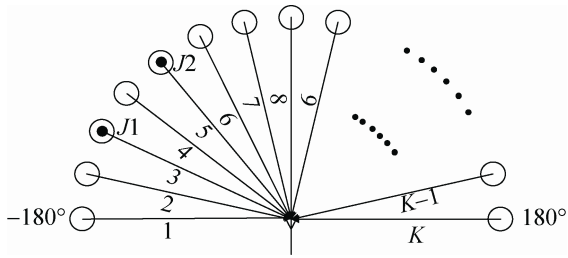


图 2 信号空间稀疏模型( $J=2$ )  
Fig. 2 Signal space sparse model( $J=2$ )

对于整个划分的  $K$  个 DOA 角度, 稀疏后的阵列流行矩阵可以表示为:

$$\mathbf{A}(\theta, \phi) = [a(\theta_1, \phi_1) \ a(\theta_2, \phi_2) \ \dots \ a(\theta_K, \phi_K)] \quad (6)$$

从而(6)式就可以表示为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{N}(t)$  为  $M \times 1$  噪声矢量。  $\mathbf{S}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_K(t)]^T$  是  $K \times 1$  的稀疏向量, 且  $\mathbf{S}(t)$  只有  $J$  个元素不为 0, 其余全是 0。不为零元素对应着  $J$  个目标信号 DOA 角度。

根据 CS 理论原理可知, 确定目标信号的稀疏表示后, 接收阵列输出可以表示为:

$$\mathbf{Y}(t) = \Phi \mathbf{X}(t) = \Phi \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \Phi \mathbf{N}(t) \quad (8)$$

式中:  $\Phi$  为  $N \times M$  投影矩阵。  $\Phi$  的选取要满足约束等容性质, 常用的有高斯随机测量矩阵和伯努力随机测量矩阵。

对式(8)进行化简得:

$$\mathbf{Y}(t) = \Psi \mathbf{S}(t) + \mathbf{E}(t) \quad (9)$$

这样就得到了目标信号的数学模型。

### 2.3 均匀圆阵目标信号 DOA 估计

在 DOA 估计方法中, 只要通过稀疏重构算法求出稀疏向量  $\mathbf{S}(t)$  就能够确定这  $M$  个目标信号的 DOA 角度值。而对于稀疏向量  $\mathbf{S}(t)$  的稀疏重构问题, 也即对式(9)的求解, 可以通过下面的式子进行求解得出:

$$\min \|\mathbf{S}(t)\|_{l_0} \quad s.t. \mathbf{Y}(t) = \Psi \mathbf{S}(t) + \mathbf{E}(t) \quad (10)$$

$\mathbf{Y}(t)$  为  $N \times 1$  维的压缩采样后数据。  $\mathbf{S}(t)$  是  $K \times 1$  的稀疏向量, 且其中只有少数的非零元素。其中  $\|\mathbf{S}\|_{l_0}$  表示求  $\mathbf{S}$  的  $l_0$  范数, 其值为稀疏矢量  $\mathbf{S}$  中非零元素个数, 表示稀疏矢量  $\mathbf{S}$  的稀疏度。对于基于

CS 的水声目标 DOA 估计, 关键是通过有效的方法重构出稀疏向量  $\mathbf{S}(t)$ , 之后根据  $\mathbf{S}(t)$  中非零元素与空间稀疏模型的一一对应关系就能准确地估计出目标信号的 DOA 角度。

## 3 基于改进算法的均匀圆阵 DOA 估计

### 3.1 改进平滑 $l_0$ 范数算法的基本原理

平滑  $l_0$  范数算法采用最速下降法和梯度投影原理, 逐步逼近最优解, 具有匹配度高、重建时间短、计算量低等优点。但是, 它的迭代方向为负梯度方向, 存在“锯齿效应”, 并且平滑  $l_0$  算法中的连续函数“陡峭性”不大, 使近似  $l_0$  范数的估计不精确、收敛速度慢, 为此, 提出了改进的平滑  $l_0$  算法。

本文采用组合函数作为近似估计  $l_0$  范数的函数, 将平滑  $l_0$  算法中采用的正态分布函数修改为如下的表达式为:

$$f_{\sigma}(S_j) = \varepsilon \frac{1 - e^{-\frac{S_j^2}{\sigma^2}}}{1 + e^{-\frac{S_j^2}{\sigma^2}}} + (1 - \varepsilon)(1 - e^{-\frac{S_j^2}{\varepsilon \sigma^2}}) \quad (11)$$

式中:  $0 < \varepsilon < 1$ ,  $j \in [1, K]$ 。

此时, 如果定义如下函数:

$$\mathbf{F}_{\sigma}(s) = \sum_{j=1}^K f_{\sigma}(s_j) \quad (12)$$

所以为了提高算法的收敛速度, 且更好地近似估计范数, 这里将平滑  $l_0$  算法采用的最速下降方向改为牛顿方向, 则牛顿方向表达式如下:

$$\bar{\sigma} = -\nabla^2 \mathbf{F}_{\sigma}(s_j)^{-1} \nabla \mathbf{F}_{\sigma}(s_j) \quad (13)$$

由式(10)可知, 所求的  $\nabla^2 \mathbf{F}_{\sigma}(S_j)$  矩阵只有在非奇异且正定的情况下, 才能使牛顿方向为下降方向, 即要求  $\nabla^2 \mathbf{F}_{\sigma}(S_j)$  矩阵中就是要保证对角线上的元素都为正数。通过构造一个新矩阵进行修正  $\nabla^2 \mathbf{F}_{\sigma}(S_j)$  矩阵对角线上的元素, 使其保证了所有特征根均为正数。最后, 得出修正的牛顿方向为:

$$\bar{\sigma} \approx \left[ \begin{array}{c} \frac{\lambda\sigma^2 s_1 + \frac{2(1-\lambda)}{\lambda}\sigma^2 s_1 e^{-\frac{s_1}{\lambda\sigma^2}}}{\lambda(s_1^2 + \sigma^2) + \frac{2(1-\lambda)}{\lambda}\sigma^2 s_1 e^{-\frac{s_1}{\lambda\sigma^2}}}, \dots, \\ \frac{\lambda\sigma^2 s_j + \frac{2(1-\lambda)}{\lambda}\sigma^2 s_j e^{-\frac{s_j}{\lambda\sigma^2}}}{\lambda(s_j^2 + \sigma^2) + \frac{2(1-\lambda)}{\lambda}\sigma^2 s_j e^{-\frac{s_j}{\lambda\sigma^2}}} \end{array} \right]^T \quad (14)$$

另外，为克服最速下降法中采用的步长是一个缺少理论依据的经验值的缺点，本文还将采用阻尼步长因子  $\mu$  进行迭代循环计算，也是克服算法无法整体收敛问题的这个缺点。即令  $\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{S} + \mu\bar{\sigma}$ ，同时要求  $\mu$  满足一维精确搜索的条件，条件如下：

$$f(s_j + \mu_j d_j) = \min_{\mu \geq 0} f(s_j + \mu d_j) \quad (15)$$

从式(15)中求出  $\mu$ ，这样可以使算法在整体上收敛速度较快从而使得算法性能得到提高。

综上所述，改进  $sl_0$  算法步骤可归纳如下：

(1) 初始值设置：

求出解集  $\mathbf{S} = \boldsymbol{\psi}^T (\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\psi}^T)^{-1} \mathbf{X}$ ，把它作为解的最初值；选取合适的递减序列，记为： $\sigma = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_J]$ ；

(2) 迭代循环(for  $P=1,2,3$ )

① 令搜索(最优值)方向即牛顿方向  $\bar{\sigma}$ ；

② 根据式(15)选取阻尼步长： $\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{S} + \mu\bar{\sigma}$ ；

③ 将  $d$  投影到可行解集上，即  $\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{S} - \boldsymbol{\psi}^H (\boldsymbol{\psi}^H)^{-1} (\mathbf{Y} - \boldsymbol{\psi}\mathbf{S})$ ；

(3) 令  $j=j+1$ ，重复(2)步，直至  $\sigma_j \leq \sigma_J$ ，此时得到的  $\mathbf{S}$  即为信号的最优稀疏解。

### 3.2 基于改进 $sl_0$ 算法的均匀圆阵 DOA 估计

上述所述改进算法原理， $\mathbf{S}(t)$  的重构问题可以利用改进  $sl_0$  算法来进行求解。也即求解如下所示问题：

$$\min \|\mathbf{S}(t)\|_{l_0} \quad s.t. \mathbf{Y}(t) = \boldsymbol{\psi}\mathbf{S}(t) + \mathbf{E}(t) \quad (16)$$

其中，由式求解得到信号  $\mathbf{S}(t)$  中非零元素的位置，然后结合信号空间稀疏化模型，根据每个

$\mathbf{S}(t)$  中非零元素的位置来确定信号目标的空间 DOA 角度。

综上所述，基于改进  $sl_0$  算法的均匀圆阵 DOA 估计方法步骤可归纳如下：

(1) 假设目标空间范围为  $-180^\circ \sim 180^\circ$ ，对整个空间按等角度划分出  $K$  个 DOA 角度位置，则信号入射角度就会与空间划分的角度位置一一对应。

(2) 根据式(7)，得出均匀圆阵的阵列接收信号的稀疏表示模型；

(3) 根据式(8)，选取投影矩阵进行压缩采样，得到均匀圆阵阵列的输出数据，即式(9)；

(4) 运用改进  $sl_0$  算法进行重构求解式(10)，最终得到信号的 DOA 估计角度  $\hat{\theta}(f_j)$ ， $j=1,2,\dots,J$ ；

## 4 实验仿真及结果分析

在上述理论推导下，本节通过实验仿真来验证本文所提的基于均匀圆阵的快速 DOA 估计方法的可行性与有效性。首先与传统的均匀圆阵的 DOA 估计算法(CBF 算法、MVDR 算法和 MUSIC 算法)进行比较分析，然后通过和基于平滑  $l_0$  算法的 DOA 估计方法进行比较和分析，验证本文所提方法实现 DOA 估计的可行性。

实验假定阵列为均匀圆阵(UCA)，阵元个数  $M=40$ ，压缩数  $N=20$ 。阵元间隔  $d = \lambda/2$ ，圆阵半径为  $R=d/2$ 。目标空间离散数  $K=721$ ，目标数  $J=2$ ，入射角为  $[-15^\circ \ 25^\circ]$ ，加入高斯白噪声，并且输入信噪比  $SNR=10$  dB。CBF 算法、MVDR 算法和 MUSIC 算法均在快拍数  $L=300$  次进行仿真，而本文所提算法在快拍数  $L=10$  次的条件下进行仿真实验。

### 4.1 本文所提方法和传统的 DOA 估计方法性能分析

在上述实验条件下，对本文所提方法进行仿真实验，仿真结果如图 3 所示。从图中可以看出，本文所提方法在快拍数较少的情况下能够准确的估计出目标，因此本文所提方法切实是可行的。



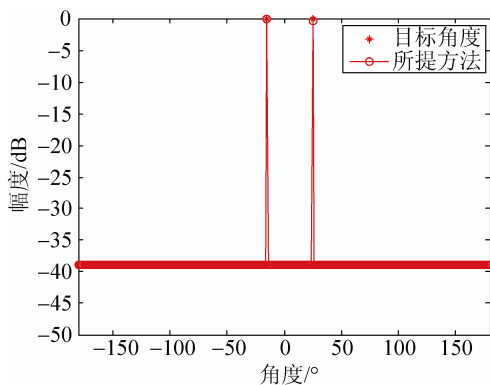


图 3 本文所提方法实现目标 DOA 估计  
Fig. 3 Proposed method DOA estimation

对本文所提方法和传统方法在上述实验条件下进行 DOA 估计仿真实验, 仿真结果如图 4 所示。从结果中可以得出本文所提方法和传统方法都能估计出目标角度, 但是本文所提方法的估计角度却更为精确。

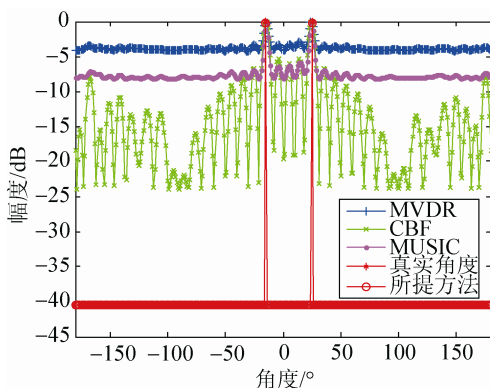


图 4 各种方法实现信号 DOA 估计性能比较  
Fig. 4 Variety of methods to achieve signal DOA estimation performance comparison

下面将从影响估计性能的参数比如信噪比、阵元个数、相邻阵元间距以及快拍数等方面对上述四种方法进行仿真实验, 并对得出的结果进行分析, 从而验证本文所提方法的有效性。

#### (1) 信噪比由 $SNR=10$ 改为 $SNR=-10$

在上述实验条件下, 只改变信噪比参数, 对上述四种方法进行仿真, 结果如图 5 所示。从图中可以看出, 随着信噪比的改变, 三种传统方法的估计性能明显下降, 而本文所提方法仍能精确估计出目标角度。所以本文所提方法相对于其它传统方法更

适用于低信噪比的应用场合, 即其抗噪能力较强。

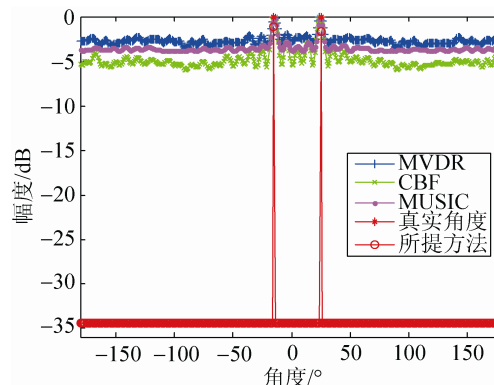


图 5  $SNR=-10$  时各方法实现 DOA 估计性能比较  
Fig. 5 DOA estimation performance comparison at  $SNR=-10$

#### (2) 阵元数由 $M=40$ 改为 $M=10$

其它实验条件不变, 改变阵元数, 对上述所述的方法进行实验仿真, 结果如图 6 所示。从图中可以看出, 传统的方法在阵元数为 10 的时候均不能有效的估计出目标角度, 而本文所提的方法仍能准确的估计出目标角度。说明阵元数减少对本文所提方法的估计性能并没有太大的影响, 故而本文所提方法较于传统方法更适用于阵元数较少的应用场合, 这也大大节省了阵元成本。

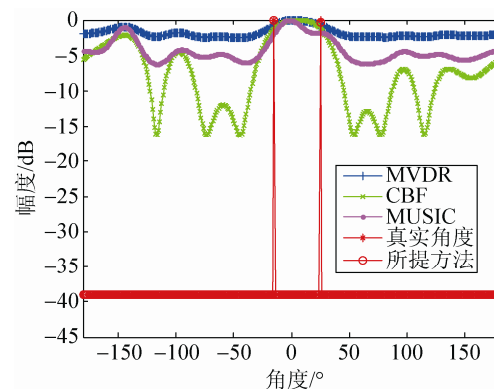


图 6  $M=10$  时各方法实现 DOA 估计性能比较  
Fig. 6 DOA estimated performance comparison at  $M=10$

#### (3) 阵元间距由 $d = \lambda/2$ 改为 $d = \lambda/8$

其他实验条件不变, 改变相邻阵元间距, 对上述四种方法进行实验仿真, 结果如图 7 所示。从图中可以看出, 阵元间距变小时传统的方法在均不能



正确估计出目标角度,说明传统方法对阵元间距的要求比较高。而本文所提的方法在阵元间距改变时仍能准确的估计出目标角度,这表明阵元间隔的变化对本章所提方法影响相对较小。

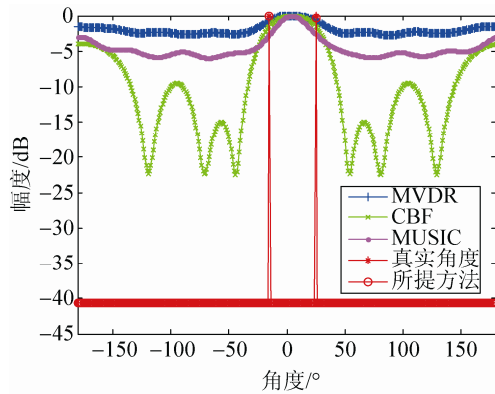


图7  $d=\lambda/8$  各种方法实现 DOA 估计性能比较  
Fig. 7 DOA estimated performance comparison at  $d=\lambda/8$

#### (4) 改变快拍数

其他实验条件不变, CBF 算法、MVDR 算法和 MUSIC 算法均在快拍数由  $L=300$  次改为  $L=10$ , 而本文所提方法快拍数由  $L=10$  改为  $L=1$ , 对上述所述的方法进行实验仿真, 结果如图 8 所示。从图中可以看出, MVDR 算法已经完全失真, CBF 算法和 MUSIC 算法估计性能明显下降, 而本文所提的方法仍能准确的估计出目标角度, 这表明本文所提方法适用于快拍数较少的应用场合, 从而减少采样周期, 不需要大量的采样数据就可恢复出信号。

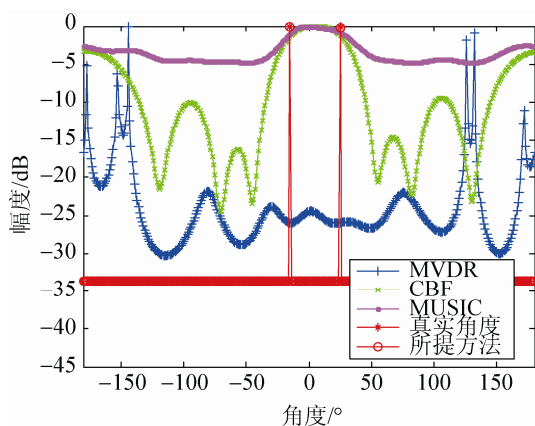


图8 不同快拍数下各方法实现 DOA 估计性能比较  
Fig. 8 DOA estimated performance comparison at different snapshots

综上所述, 相对于传统的基于均匀圆阵的目标 DOA 估计方法, 本文所提方法在估计性能上明显要好, 该方法适用于阵元数较少、低快拍的应用场合。

## 4.2 本文所提方法和基于平滑 $l_0$ 算法的目标 DOA 估计方法性能比较

在上述实验条件不变的情况下, 对本文所提方法和基于平滑  $l_0$  方法的均匀圆阵 DOA 估计方法进行仿真实验, 仿真结果如图 9 所示。从图中可以看出, 两种算法都能够准确的估计出目标, 但是改进平滑  $l_0$  算法的估计效果要好于基于平滑  $l_0$  算法的目标 DOA 估计。

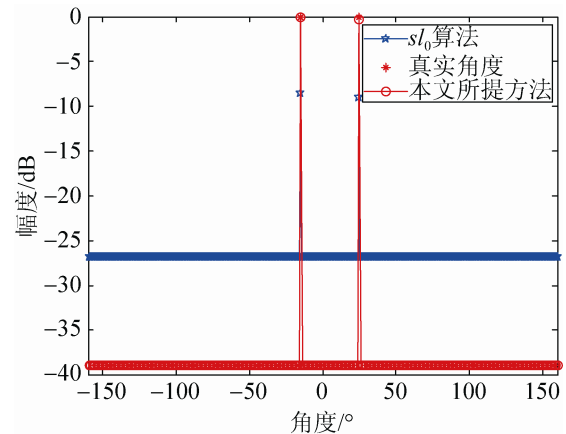


图9 两种方法实现信号 DOA 估计性能比较  
Fig. 9 Two methods DOA estimated performance comparison

下面将从计算所用时间、均方根误差以及失败率 3 个方面对这两种方法进行仿真实验, 并对结果进行详细的比较和分析。

#### (1) 运算耗时分析

在上述实验条件下, 对上述两种方法的计算时间进行多次实验, 并对多次计算结果求平均, 结果如表 1 所示。

表1 两种方法实现 DOA 估计所用时间  
Tab.1  $s_{l_0}$  and proposed method estimation times

Algorithm	Time(s)
$s_{l_0}$ 算法	0.368 694 5
所提算法	0.0259 486 0

从表中可以看出本文所提算法实现 DOA 估计所用的时间远远少于  $l_0$  算法, 且  $l_0$  算法实现 DOA 估计所用时间是本文所提方法的近 15 倍。因此改进平滑  $l_0$  算法在运算时间上具有绝对的优势, 这对于实际的应用具有非常重要的意义和价值。

### (2) 估计失败率分析

估计失败率是基于稀疏重构类估计方法重要的性能衡量指标, 所以本文将上述两种方法进行估计失败率仿真并比较分析。实验分别在阵元个数分别为  $M=40$ 、 $M=20$  以及  $M=10$  的条件下进行, 其结果如图 10 所示。从图 10(a)中可以看出, 当  $M=40$  时, 本文方法在  $SNR=0\text{ dB}$  时失败率就为 0 了, 而基于平滑  $l_0$  算法的估计则要求  $SNR=5\text{ dB}$  时才能实现零失败率, 并且改进算法的失败率明显低于平滑  $l_0$  算法。从图 10(b)中可以看出, 当  $M=20$  时, 两种算法的失败率都增大, 但是本文所提方法仍能低于  $s_{l_0}$  的失败率实现信号的 DOA 估计。从图 10(c)中可以看出, 当  $M=10$  时,  $s_{l_0}$  算法已经无法以零失败率对信号进行 DOA 估计, 但是本文所提方法仍能在  $SNR \geq 10\text{ dB}$  以零失败率对信号进行 DOA 估计。且本文所提方法的失败率要低于  $s_{l_0}$  算法。综上所述, 相对于  $s_{l_0}$  算法, 改进  $s_{l_0}$  算法能够在较少阵元的情况下, 以较低的信噪比实现基于均匀圆阵的目标信号 DOA 估计。

### (3) 均方根误差

为了更好地分析本文方法的估计性能, 分别在输入信噪比为  $SNR=-10:2:10$ (单位为  $\text{dB}$ ) 时, 计算平滑  $l_0$  算法和改进平滑  $l_0$  算法实现 DOA 估计的均方根误差, 结果如图 11 所示。均方根误差随着信噪比的增加, 两种算法的抗噪性能均越来越好。但是, 本文所提算法在  $SNR=-4\text{ dB}$  就能零误差地实现目标 DOA 估计, 而  $s_{l_0}$  算法实现零误差时则要求  $SNR=0\text{ dB}$ 。由此可见, 相对于  $s_{l_0}$  算法, 本文所提方法在低信噪比时能以高精度实现基于均匀圆阵的目标 DOA 估计。

通过实验可知, 采用改进  $s_{l_0}$  算法实现圆阵的目标信号 DOA 估计是切实可行并且有效的。

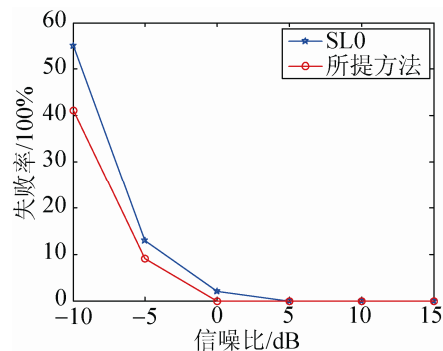
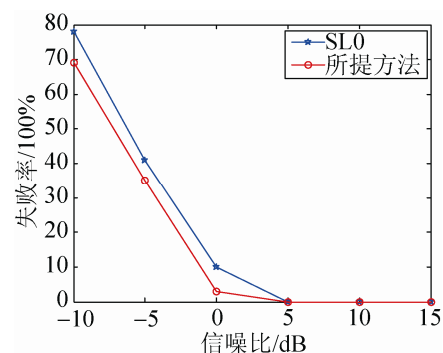
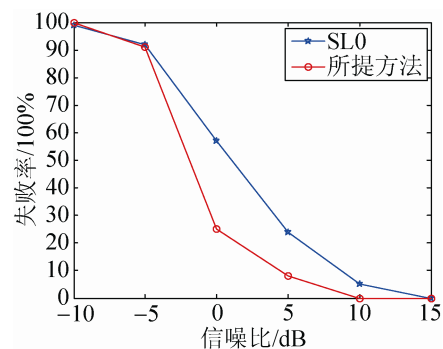
(a)  $M=40$ (b)  $M=20$ (c)  $M=10$ 

图 10 不同阵元数两种算法实现 DOA 估计失败率比较图

Fig. 10 Comparison of DOA estimated failure rate for different array elements

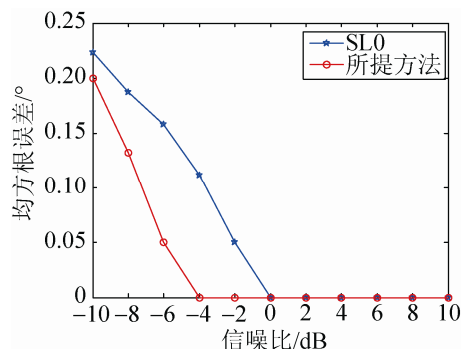


图 11 快拍数对方位角和俯仰角估计的影响

Fig. 11 Effect of snapshots on the estimation

## 5 结论

文章详细介绍了基于均匀圆阵的目标 DOA 估计的学习框架,并结合压缩感知原理和稀疏重构算法,提出了基于改进  $s_l_0$  算法的均匀圆阵 DOA 估计方法。最后通过仿真结果得到以下结论:

(1) 通过与传统的均匀圆阵信号估计方法的估计性能比较,我们可以得出:本文所提方法克服了传统算法存在的抗噪性能差、分辨率不高、不适用于低快拍以及阵元数较少的应用场合等问题。另外,本文所提方法能在阵元数较少的情况下对信号实现高精度的 DOA 估计,这大大减少了阵元数目,从而节省了实际成本。

(2) 通过与基于  $s_l_0$  算法的目标 DOA 估计方法的估计性能的比较,我们可以知道:本文所提方法不仅大大减少了实现 DOA 估计所用时间,还能对信号实现相对于  $s_l_0$  算法性能较好的 DOA 估计。快速的 DOA 估计算法缩短了所用时间、减少了计算量,从而降低了对硬件和软件的要求,这对于实际的应用来说具有较大的优势。

## 参考文献:

- [1] 吴畏, 闫鲁生, 黄本雄, 等. 基于工程应用的圆形阵列方向特性研究 [J]. 系统仿真学报, 2011, 23(3): 536-541. (Wu Wei, Yan Lu-Sheng, Huang Ben-xiong, et al. Study of Direction Characteristic of Circular Array Based on Application of Project[J]. Journal of System Simulation, 2011, 23(3): 536-541.)
- [2] Capon J. High-resolution frequency-wave number spectrum analysis [J]. Proceedings of the IEEE (S0018-9219), 1969, 57(8): 1408-1418.
- [3] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on(S0018-926X), 1986, 34(3): 276-280.
- [4] Baraniuk R. Compressive sensing [J]. IEEE Signal Processing Magazine(S1053-5888), 2007, 24(4): 118-121.
- [5] 赵瑞珍, 林婉娟, 李浩, 等. 基于光滑  $l_0$  范数和修正牛顿法的压缩感知重建算法 [J]. 计算机辅助设计与

- 图形学学报, 2012,24(04):478-484.(Zhao Rui-Zhen, Lin Wan-Juan, Li Hao, et al. Reconstruction Algorithm for Compressive sensing Based on Smoothed  $l_0$  Norm and Revised Newton Method[J].Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2012,24(04):478-484.)
- [6] 王彪, 李超, 李宇, 等. 一种快速水声目标波达方向估计方法 [J]. 声学学报, 2014,39(05):544-548.(Wang Biao,Li Chao,Li Yu,et al. A fast direction of arrival estimation method for underwater acoustic target[J]. ACTA ACUSTICA, 2014,39(05):544-548.)
- [7] Bilik I. Spatial compressive sensing for direction of arrival estimation of multiple sources using dynamic sensor arrays [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems(S0018-9251), 2011, 47(3): 1754-1769.
- [8] 胡南. 基于稀疏重构的阵列信号波达方向估计算法研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2013.(Hu Nan. Direction of Arrival Estimation Algorithm for Array Signals based on Sparse Signal Reconstruction[D]. Hefei, China: University of Science and Technology of china, 2013.)
- [9] Cai T, Xu G, Zhang. On recovery of sparse signals via  $l_1$  minimization [J]. IEEE Trans. Inf. Theory (S0018-9448), 2009, 55 (7): 3388-3397.
- [10] Hosen Mohimani G, Massoud Babaie-Zadeh, Christian Jutten. A fast approach for over-complete sparse decomposition based on smoothed  $l_0$  norm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing (S1053-587X), 2009, 57(1): 289-301.
- [11] Ghalehjegh S H, Babaie-Zadeh M, Jutten C. Fast block-sparse decomposition based on  $s_l_0$  [C]// 9<sup>th</sup> International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation. Springer Berlin Heidelberg, 2010, 6365: 426-433.
- [12] 林婉娟, 赵瑞珍, 李浩. 用于压缩感知信号重建的 NSL0 算法[J]. 新型工业化, 2011, 1(7): 78-84. (Lin Wan-Juan, Zhao Rui-Zhen, Li Hao. The NSL0 Algorithm for Compressive Sensing Signal Reconstruction[J]. The Journal of New Industrialization,2011, 1(7): 78-84.)
- [13] 王彪, 李超, 戴跃伟. 基于空域压缩采样的水声目标 DOA 估计方法 [J]. 兵工学报, 2013,34(11):1479-1483. (Wang Biao,Li Chao,Dai Yue-Wei. DOA Estimation Method Based on Spatial Compressive Sampling for Underwater Acoustic Target [J]. ACTA ARMAMENTARII, 2013, 34(11): 1479-1483.)