

6-1-2020

Genetic Algorithm for Solving Multi-Objective Dynamic Flexible Job Shop Scheduling

Wang Chun

Institute of Electrical Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;

Zhang Ming

Institute of Electrical Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;

Zhicheng Ji

Institute of Electrical Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;

Wang Yan

Institute of Electrical Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Genetic Algorithm for Solving Multi-Objective Dynamic Flexible Job Shop Scheduling

Abstract

Abstract: To solve the scheduling problem of mold workshop in a toy factory with dynamic and flexible features, a mathematical model was established by introducing virtual operation and virtual working hours. Based on the strategies of periodic scheduling combined with dynamic event scheduling as well as the rolling window scheduling operation technology, dynamic scheduling was transformed into several continuous static scheduling windows, under which multi-objective genetic algorithm was used to solve the model. The priority of operation scheduling was given in different dynamic events. In addition, the encoding and anti-encoding of chromosome's operation sequence were made based on the proposed priority. Real running of mold workshop scheduling verifies the effectiveness of the proposed dynamic scheduling model, scheduling policy and the algorithm.

Keywords

dynamic scheduling, virtual operation, virtual working hours, rolling window, genetic algorithm, priority

Recommended Citation

Wang Chun, Zhang Ming, Ji Zhicheng, Wang Yan. Genetic Algorithm for Solving Multi-Objective Dynamic Flexible Job Shop Scheduling[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(8): 1647-1657.

基于遗传算法的多目标动态柔性作业车间调度

王春, 张明, 纪志成, 王艳

(江南大学电气自动化研究所, 江苏 无锡 214122)

摘要: 针对国内某玩具厂工模车间调度问题的柔性化、动态化等特点, 通过引入虚拟工序和虚拟工时概念对该车间建立调度数学模型。基于周期调度和动态事件调度相结合的调度策略并采用滚动窗口调度工序技术, 将动态调度转化为多个连续静态调度窗口, 并在静态调度窗口下采用多目标遗传算法解决该类调度模型。给出了不同的动态事件下工序加工的优先级, 并根据优先级对染色体的工序排序部分进行编码和反编码。通过对玩具厂工模车间调度的实际运行, 验证了动态调度模型、调度策略及所用遗传算法的有效性。

关键词: 动态调度; 虚拟工序; 虚拟工时; 滚动窗口; 遗传算法; 优先级

中图分类号: TP183 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X(2017)08-1647-11

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201708003

Genetic Algorithm for Solving Multi-Objective Dynamic Flexible Job Shop Scheduling

Wang Chun, Zhang Ming, Ji Zhicheng, Wang Yan

(Institute of Electrical Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: To solve the scheduling problem of mold workshop in a toy factory with dynamic and flexible features, a mathematical model was established by introducing virtual operation and virtual working hours. Based on the strategies of periodic scheduling combined with dynamic event scheduling as well as the rolling window scheduling operation technology, dynamic scheduling was transformed into several continuous static scheduling windows, under which multi-objective genetic algorithm was used to solve the model. The priority of operation scheduling was given in different dynamic events. In addition, the encoding and anti-encoding of chromosome's operation sequence were made based on the proposed priority. Real running of mold workshop scheduling verifies the effectiveness of the proposed dynamic scheduling model, scheduling policy and the algorithm.

Keywords: dynamic scheduling; virtual operation; virtual working hours; rolling window; genetic algorithm; priority

引言

调度操作是计划和生产流程中的一个关键问

题。作业车间调度问题(Job-shop Scheduling Problem, JSP)是该领域里一个具有重要研究意义的问题。在JSP问题中, 工件集合里的所有工件在机器集中的不同机器上进行加工, 每个工件由连续的多道工序组成, 每道工序在指定的一台机器上加工, 每道工序的可加工机器只有一台。柔性作业车间调度问题(Flexible Job-shop Scheduling Problem, FJSP)作为JSP问题的一个重要扩展, 其相关理论



收稿日期: 2015-09-14 修回日期: 2015-11-23;
基金项目: 国家863计划(2014AA041505), 国家自然科学基金(61572238);

作者简介: 王春(1988-), 男, 安徽淮北, 博士, 研究方向为智能调度; 张明(1990-), 女, 江苏盐城, 博士, 研究方向为群智能优化; 纪志成(1959-), 男, 浙江杭州, 博士, 教授, 研究方向为智能调度。

<http://www.china-simulation.com>

• 1647 •

研究成果和方法被广泛运用到实际的企业加工生产中。FJSP 与 JSP 相比,其最大的不同是每道工序的可加工机器往往不少于一台。因此,解决 FJSP 时要同时考虑 2 个问题:1、为每一道工序从其可加工机器集合中选择一台加工机器;2、为每一台机器上分配的工序安排加工顺序。由于 JSP 只需考虑 FJSP 中的第 2 个问题,因此 FJSP 是比 JSP 更为复杂的 NP-hard 问题。

动态柔性作业车间调度(Dynamic Flexible Job Shop Problem, DFJSP)考虑的是 FJSP 中的动态优化问题。动态性主要体现在:1、实际的加工过程中,各个工件依次进入待加工状态,进入系统接收加工,同时完成加工的工件又不断离开生产系统;2、生产调度的过程中,由于突发因素的影响导致原有的调度方案被破坏。影响生产调度的突发因素主要有 4 类:1)工件因素:交货期更改、不确定加工时间、紧急订单插入、动态优先级等;2)机器因素:机器故障、机器阻塞、超过机器能力负载极限等;3)工序延迟、工序质量不合格;4)工人缺勤、工艺路线更改等情况。多目标动态柔性作业车间调度(Multi-Objective Dynamic Flexible Job Shop Problem, MODFJSP)在 DFJSP 的基础上所优化的目标又不止一个,各个目标之间往往相互冲突,优化一个目标的同时往往损害了另一个目标的利益,优化与决策往往要同时兼顾多个目标。因此,寻求一种有效解决 MODFJSP 的算法具有极大的挑战性和重要的研究意义。

Chryssolouris 等^[1]用遗传算法对动态作业车间调度问题(Dynamic Job Shop Scheduling Problem, DJSP)进行了求解,并考虑了两个目标,验证了多目标优化在动态调度中的可行性。Rangsaritrasamee 等^[2]提出了一种同时考虑效率与稳定性的多目标优化策略,其采用加权的方式将两目标聚合为单目标问题进行研究,但是单目标优化问题的解并不能完全反映多目标优化问题解的特征。潘全科等^[3]研究了待加工工件的选取原则和再调度周期的确定方法,但该方法的处理对象也只针对 DJSP。Brank

等^[4]研究了工件随机到达的动态调度,以合并早期空闲时间的方法来提高调度效率,但其未考虑机器故障等突发情况。张超勇^[5]研究了原材料延期到达、加工时间延误、紧急订单加入等情况下的动态调度问题,但其考虑对象是 DJSP,并不适用于 DFJSP。ADIBI 等^[6]研究了对工件随机到达和机器故障等动态事件的处理,但是未考虑加工工艺路线的柔性化以及机器资源的可选性等约束条件。以上研究成果都只是针对 DJSP 问题,且考虑的动态突发因素都较为单一,不适用于 DFJSP。

遗传算法是一类模拟生物进化过程与机制来求解问题的自适应计算方法,遗传算法因其具有较好的寻优能力和鲁棒性,近年来被广泛运用到求解 FJSP 中,但是其在 MODFJSP 相关运用较少。吴秀丽^[7]提出了一个基于多目标免疫遗传算法的动态调度优化算法,该文将优化的多目标转化成单目标计算。FATTAHI^[8]研究了有新机器和新工件加入、工件处理时间变化的动态柔性作业车间调度问题,但是该论文中所优化的 2 个目标仍然转化成单目标进行计算。刘爱军等^[9]提出一种自适应遗传算法的多目标柔性动态调度算法,基于事件和周期驱动的混合再调度策略来求解实际的调度问题,文中只考虑了机器故障和交货期变更两个突发因素,并未考虑紧急订单插入这种常见的突发情况。潘颖等^[10]针对 DFJSP 提出了基于 Agent 的车间调度模型,并提出一种改进遗传算法并封装在策略 Agent 中,该文也是将多个目标加权成单目标求解。从当前国内外学者的研究成果来看,遗传算法解决 MODFJSP 的相关研究成果较少,且主要存在几点不足:1、优化的目标较少,优化目标很少同时兼顾调度的稳定性和有效性;2、所建立的数学模型尤其是约束比较理想化,并不能完全反映企业的实际生产;3、MODFJSP 本质上是一个多目标优化问题,已有的解决方法大多都是将优化的目标加权成单目标,但是权重系数和权向量的多样性不足往往降低单目标优化所得解的性能,其解的大小并不能完全反映和替代个体之间的支配关系。因此,本

文针对国内某玩具厂的工模加工车间, 结合企业实际生产情况, 建立了 MODFJSP 模型, 并实际运用一类多目标遗传算法 (Multi-Objective Genetic Algorithm, MOGA) 解决该模型。

1 应用背景分析

该玩具加工厂的玩具生产过程及模具加工工艺流程如图 1 所示, 我们优化的对象为模具加工车间。

该玩具厂的模具加工车间的生产情况如下:

(1) 模具加工车间工种大致分为 2 类, 一类是机加工, 另一类是非机加工。机加工主要指线切割、CNC 和电火花 3 个工种, 非机加工主要指钳工、磨床、抛光 3 个工种。机加工和非机加工的主要区

别是机加工的机器 24 小时都在工作, 而非机加工的机器每天只在指定的工作时段工作。

(2) 该玩具厂针对每一个工种的配置了一台手持机, 对于一道加工工序, 我们能够从手持机的读卡器中读取与该工序相关的 4 个方面的信息: 即工序的加工零件号、工序的加工机台号、该工序的操作人员号、该工序的开始加工时间和结束加工时间。

(3) 所有的零件都具有释放期和交货期。

(4) 所有的工件都遵循一定的加工工艺路线。

(5) 相关工作人员负责给出每一道工序在每台机器上的预加工时间。

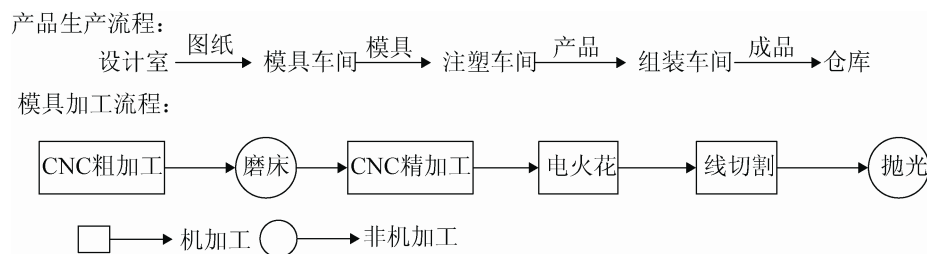


图 1 玩具生产过程及模具加工工艺流程图

Fig. 1 The flow chart of toy production process and mould machining process

2 实例问题建模

目标企业的模具加工主要分为主零件加工和配零件加工。主件都是在机器上加工, 但是配件加工都是钳工。配件加工有几个特点: 1、同一副模具的所有配件归同一名钳工进行加工; 2、很多工序完工之后都要进行钳工的操作。此外, 模具加工完后会进行试模, 试模确定不合格的工序要重新返修。

我们分别对钳工和试模的情况进行相关处理。首先针对钳工, 我们将整个模具的所有配件当成一个零件, 将钳工看成虚拟工序, 即在每一道工序后面都预留钳工作为下一道工序, 钳工操作工人当成虚拟机器。如果某一道工序完成后, 其后不用钳工可直接进入下一道工序, 则为了计算方便, 将该工序后的钳工工序在所有虚拟机器上的加工时间设为 0。我们实际将一道工序看成有 2 部分构成: 该

工序在机器上的加工, 简称工序机加工; 紧接着的钳工工序, 简称工序钳工。比如对于电火花这道工序其由电火花机加工和电火花钳工两道工序构成, 电火花这道工序的实际加工时间为这两道工序的加工时间之和。一个模具的整个加工过程中, 同一个零件的所有钳工都在同一个虚拟机器上完成。对于试模不合格的工序即返工工序, 在下一重调度时刻和其它工序一起调度, 但是试模返工工序的加工优先级较高。引入虚拟工序和虚拟工时的概念后, 将该模具作业车间调度问题就可转化为一个柔性作业车间调度问题。

我们通常这样描述 MODFJSP: n 个工件 $\{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 在 m 台机器 $\{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ 上加工, 每一个工件 J_i 包含一道或多道工序, n_i 为工件 J_i 的工序总数, 且工序按照指定的工艺路线进行加工; 每一道工序都有一台或多台机器可进行加工且

在不同的机器上加工时间是不一样的， $M_{ij} \subseteq \{1, 2, \dots, M\}$ 为工序 O_{ij} (第 i 个工件的第 j 道工序) 的可加工机器集合。调度的目标是为每一道工序选择一台合适的加工机器，并为每一台机器选择合理的工序加工顺序，从而确定每道工序的开完工时间，以优化一个或多个性能指标。工件在加工过程中出现机器故障、紧急订单加入、以及周期性再调度等情况。动态调度需要满足如下约束：

- (1) 每台机器在同一时刻只能加工一个工件；
- (2) 每个工件同一时刻只能在一台机器上进行加工；
- (3) 再调度时刻正在机器上加工的工序将不受影响，继续完成原来的加工。

近年来日本丰田等公司都将 JIT(Just in time) 准则作为生产考核要求。JIT 要求工件的完工时间必须靠近交货期，提前于交货期或落后于交货期完工都会受到惩罚。本文首先考虑调度的有效性，采用工件的最大完工时间和最大拖期时间最小两个优化目标。在动态调度过程中稳定性也是一个非常重要的优化目标，我们总是期望重调度的方案总是尽量不偏离原始的调度方案，因此，本文又引入最小偏差度作为第 3 个优化目标。综合优化目标和工模车间实际加工的各种约束情况，本文所提 MODFJSP 优化数学模型如式(1)~(4)。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{MOP:} \\ \text{minimize } y = F(x) = (f_1(x), f_2(x), f_3(x))^T \\ \text{subject to } c_{ijk} \leq s_{i(j+1)g} \quad i = \{1, 2, \dots, n\}, \\ \quad j = \{1, 2, \dots, n_i - 1\}, u_{ijk} = 1 \\ \quad \sum_{k=1}^m u_{ijk} = 1 \quad i = \{1, 2, \dots, n\}, \\ \quad j = \{1, 2, \dots, n_i\}, k = \{1, 2, \dots, m\} \\ s_{ijk} - s_{obk} \geq p_{ijk} \\ s_{ijk} + p_{ijk} + p'_{ij} = c_{ij} \\ f_1 = \min \{ \max C_i \} \\ f_2 = \min \{ \max |C_i - D_i| \} \\ f_3 = \min \sum_{j=1}^{N_d} (|S'_j - S_j|) \end{array} \right. \quad (1)$$

式中： c_{ijk} 为工序 O_{ij} 在机器 k 上的完工时间； $s_{i(j+1)g}$ 为工序 O_{ij+1} 在机器 g 上的开始加工时间； $u_{ijk}=1$ 表示工序 O_{ij} 在机器 k 上加工； p'_{ij} 为工序 O_{ij} 机加工后的钳工加工时间； C_i 为第 i 个工件的最大完工时间； D_i 为第 i 个工件的交货期； S_j 和 S'_j 分别为重调度前后工序 j 的开工时间； N_d 表示重调度时刻出现时，上一调度周期尚未完工的总工序数。

本文所建玩具厂的 MODFJSP 模型与以往的模型不同之处在于 3 点：1、因为引入了虚拟工时，所以每个工序的完工时间可能不等于其在加工机器上的完工时间，其等于机器上的完工时间和钳工时间之和；2、本文模型所优化的目标同时兼顾了调度的有效性和稳定性；3、本文模型中，不同工件的工序之间存在着优先级。

3 基于 MOGA 的动态调度优化算法

3.1 柔性作业车间动态调度执行步骤

本文所提动态调度解决方法采用基于周期性和动态事件相结合的调度策略，采用滚动窗口策略处理工件工序。动态调度的具体执行步骤如下。

Step 1: 设定重调度的周期，并根据车间的实际生产能力产生一个初始调度方案，按照初始调度方案执行生产。

Step 2: 判断是否可触发进行重调度，如果是执行 Step 3，否则继续执行现有的调度方案。

Step 3: 判断触发重调度的原因。如果是周期性调度，则按照上一周期的车间生产情况执行相应的周期性调度方案，如果是动态事件调度，则判断动态事件的类型并执行相应的调度方案。

Step 4: 判断重调度后的调度方案是不是满足要求，如果满足要求则按照新的调度方案执行生产，否则，判断是否需要重新调度，如需重新调度则重新生成新的调度方案。

本文所提 MOGA 算法主要是运用到 Step 3 中，在上一周期的调度方案基础上，运用 MOGA 生成新的调度方案。

3.2 滚动调度工序窗口

滚动窗口重调度方法来源于预测控制中的动态矩阵控制理论, 最早由 Nelson 提出^[11]。其主要思想就是把整个动态调度过程分为连续的几个静态区间, 对每个静态区间执行静态调度。我们首先根据玩具厂的实际生产情况定义 5 种工序类型: 1、已完工工序, 2、正在加工工序, 3、等待加工工序, 4、未加工工序, 5、返工工序。已完工工序为 2 次重调度时刻之间已经加工完工的工序, 正在加工工序为重调度时刻机器上正在加工的工序, 未加工工序为上一次重调度时刻已经调度但到这一次调度时刻还未加工的工序, 等待加工工序为这一重调度时刻已经释放但是还未调度的工序, 返工工序为重调度时刻试模后不合格还未重新调度的工序。同时我们定义三种工序窗口: 完工窗口、调度加工窗口、等待加工窗口。完工窗口存放已经加工完毕的工序, 调度加工窗口存放正在加工的工序和等待加工的工序, 待加工窗口存放未加工工序和返工工序。初始调度时刻和重调度时刻, 从待加工窗口选取一定数量的工序和调度加工窗口的工序一起组成重调度时刻待调度的工序。

3.3 基于周期性和动态事件相结合的调度策略

动态调度的根本思想就是在原始的调度方案下不停触发进行重调度。考虑到重调度时要从全局考虑调度的整体情况, 同时又能随机应对局部的突发事件, 所以我们采用全局性的周期重调度和局部事件驱动相结合的重调度策略。

周期重调度就是每隔一个时间周期就触发进行重调度, 周期性重调度的一个关键问题就是确定重调度周期。如果周期太短, 则调度太过频繁, 生产实现太过复杂。如果周期太长, 则重调度次数太少, 调度的意义不太大。考虑到玩具厂模具加工车间的实际上班情况, 设定重调度周期 $\Delta T=24$ h。事件驱动重调度就是每发生一个动态事件, 就触发进行重调度。动态事件的种类很多, 考虑到该玩具厂的实际加工情况, 我们主要考虑两类动态事件, 一

个是机器故障, 另一个是紧急订单插入。

3.4 周期性和动态事件的处理方法

不管是周期性重调度还是动态事件重调度, 调度处理的方法都是汇总调度加工窗口和等待加工窗口所有工序, 并给这些工序设立加工顺序优先级, 因此, 本文解决的调度问题与传统作业车间调度问题的一大不同就是不同工件的工序之间有加工优先级区别。周期性调度和不同动态事件触发的重调度对应的工序设立优先级的原则不同, 优先级高的工序优先加工, 优先级低的工序后加工。下面我们讨论不同情况下的工序优先级处理方法:

(1) 周期性重调度且上一调度周期有延迟完工的工序

在重调度时刻, 正在加工的工序仍然在原机器上继续加工。对于其它所有该时刻等待加工工序中, 上一周期未处理的紧急插单对应工序的优先级最高, 返工工序的优先级次之。如果有延迟完工工序, 则该工序的对应工件的未加工工序优先级再次之, 剩下的工序优先级一样。

(2) 机器故障重调度

这里的机器故障重调度指的是该机器已经不能进行任何工序的加工, 如果机器经过短暂维修可继续加工并造成部分工序完工延时, 则按照第 1 种情况处理, 这里不再赘述。对于机器故障, 需要部分工序更改加工机器, 在重调度时刻, 正在加工的工序仍然在原正常机器上继续加工, 如果是故障机器上的工序, 则重新选择加工机器, 所有工序的优先级设置与第 1 种情况一样。

(3) 紧急订单加入

在重调度时刻, 正在加工的工序仍然在原机器上继续加工。对于其它所有该时刻等待加工工序中, 紧急订单对应工件的加工工序的优先级最高, 返工工序次之, 剩下的工序优先级一样。

3.5 MOGA 算法的具体步骤

3.5.1 染色体编码

本文染色体采用 MSOS 整数编码方式^[12]。

MSOS 整数编码中的染色体由两部分组成: 机器选择部分(Machine Selection, MS)和工序排序部分(Operation Sequence, OS), 这两部分的染色体长度都为 D 。机器选择部分第 i 位上的数值 r 代表该位对应的工序选择了其可加工机器集合中的第 r 个机器加工。工序排序部分 OS 采用 Gen 提出的基于工序的编码方法^[13]。染色体的每一位基因直接为工件号, 工件号的前后顺序就是工序的加工顺序, 工件号当前重复出现的次数就代表对应工件的第几道工序。

本文将该工序编码方法进行了改进, 提出一类基于优先级的操作工序编码方法。因为在解码时, 染色体基因顺序靠前对应的工序优先加工, 所以我们在编码时, 按照前文所设立的优先级的先后顺序, 对处于同一优先级的工序按照基于工序的编码方法进行编码, 这样可以保证优先级高的工序优先被加工。当染色体解码后, 染色体要再进行一次反编码, 反编码的原则是先按照工序的优先级从高到低排列, 对于处于同一优先级的工序集里的工序按照开始加工时间大小顺序进行非降序排列。

3.5.2 染色体解码

本文采用插入式解码方法对染色体进行解码, 该解码方法能够保证解码所得的调度为活跃调度^[14]。该文提出的插入式解码方法主要是针对静态优化问题, 由于本文针对的是动态优化问题, 而且又引入了虚工时, 所以解码方法与其有几点不同, 主要体现在: 1、重调度时刻对于每台机器, 如果该机器有工序加工, 则机器的初始时刻为该工序的完工时间, 否则为重调度时刻; 2、对于每道工序的初始时刻, 如果其是工件的第一道工序, 则初始时刻为重调度时刻, 如果不是工件的第一道工序, 则又分两种情况, 如果其工件前任工序已经完工, 则初始时刻为重调度时刻, 如果工件前任工序正在加工, 则初始时刻为工件前任工序的完工时间; 3、对于每一道工序, 由于有虚拟工时的存在, 其完工时间为工序机加工完工时间+钳工时间。

3.5.3 种群初始化方法

文献[12]提出了 GLR 方法初始化种群, GLR 方法包括全局选择(Global Selection, GS), 局部选择(Local Selection, LS), 随机搜索(Random Selection, RS)。GS 和 LS 考虑的是短用时策略和设备均衡策略, RS 考虑的是多样性策略。本文结合实际情况, 将 GLR 三种选择策略的比例设为: 0.2、0.2、0.6。

3.5.4 个体交叉和变异

个体的交叉操作分为 MS 部分交叉和 OS 部分交叉。MS 部分采用均匀交叉^[15], 工序操作部分采用文献[16]提出的 POX 方法。

变异操作通过对个体基因位进行一个小的扰动来生成新的个体从而改善种群多样性, 克服算法进化陷入到局部最优。个体变异操作同样分为两部分, 即 MS 部分的变异操作和 OS 部分的变异操作。对于前者, 首先随机选取 r 道工序, $r \leq D$ 。对于这 r 道工序, 从每道工序的可加工机器集合中随机选择一台机器替换当前的加工机器。工序排序部分插入变异^[14]和互换变异^[17], 两种变异方法的选择概率相等。

本文所提解决调度模型的 MOGA 算法的流程图如图 2 所示。

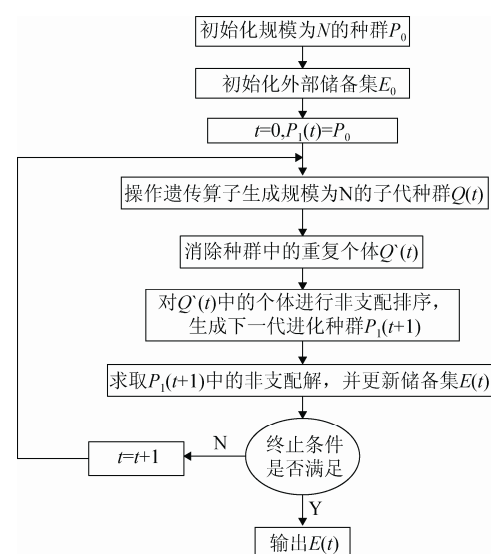


图 2 MOGA 算法流程图

Fig. 2 The flow chart of MOGA algorithm

4 实例运行验证

本文通过玩具厂工模车间加工的 2 个实例运行来验证 MOGA 算法的有效性。我们首先以该模具加工厂的某个最小制造单元为例, 该制造单元为例, 该制造单元共有 14 台设备, 加工 16 种零件, 每个零件包括 6 道工序。每个零件的类型、工序总数、释放期、交货期、可加工机器、在每台可加工机器上的加工时间、每道工序后的钳工加工时间等信息如附录中的表格所示。MOGA 算法的相关参数设置如下: 种群规模为 50、交叉概率为 0.8, 变异概率为 0.1, 最大进化代数 $T=100$, 再调度周期 $\Delta T=100$ 。

首先, 针对 3 个优化目标进行优化求解, 得到一组 Pareto 最优解。我们选取 Pareto 解集里的所有解中最大完工时间最小的一个调度方案作为初始调度方案, 该方案对应的最大完工时间为 139, 该方案的调度甘特图如图 3 所示, 从图 3 我们还可以清楚地看出, 红色虚线代表机器上加工工序的最大完工时间为 138, 蓝色实线代表所有工件的最大完工时间为 139。因为 $O_{11,6}$ 机器加工后有 1 小时的钳工加工, 所以红虚线对应时间比蓝实线对应时间

早 1 h。我们将在该初始调度方案的基础上进行 3 种不同事件情况下的调度, 在生成的甘特图中, 棕色矩形对应的加工工序为紧急订单工序, 土黄色矩形对应的工序为返工工序, 紫色矩形对应的加工工序为延迟完工的工件工序。绿色矩形对应的工序为除了前 3 种工序外的所有工序。

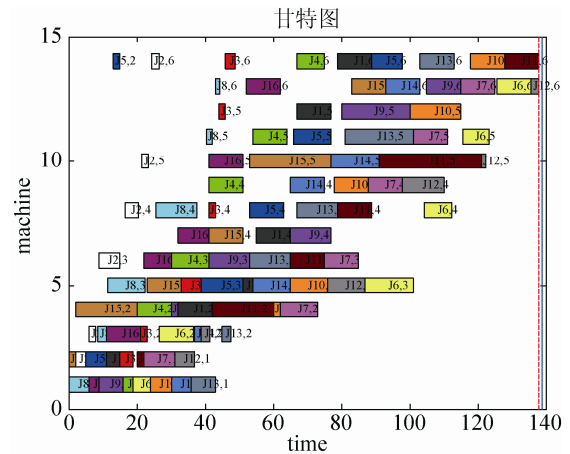


图 3 初始调度方案甘特图

Fig. 3 The Gantt chart of initial scheduling scheme

情况 1: 在时刻 100 插入 3 个紧急订单工件, J_{17} 、 J_{18} 、 J_{19} 。3 个工件的工序加工信息如表 1。

表 1 紧急订单工件加工信息表
Tab. 1 The processing information of urgent arrival jobs

工件	工序	可加工机器(加工时间)	钳工工时	释放期	交货期
J_{17}	1	$M_1(3)$ 、 $M_2(6)$	1.5		
	2	$M_3(10)$ 、 $M_4(12)$	0		
	3	$M_5(3)$ 、 $M_6(4)$	1	100	190
	4	$M_7(10)$ 、 $M_8(10)$ 、 $M_9(9)$	2		
	5	$M_{10}(11)$ 、 $M_{11}(8)$ 、 $M_{12}(10)$	1		
	6	$M_{13}(10)$ 、 $M_{14}(10)$	2		
J_{18}	1	$M_1(4)$ 、 $M_2(3)$	0		
	2	$M_3(2)$ 、 $M_4(5)$	1		
	3	$M_5(4)$ 、 $M_6(8)$	1.5	100	180
	4	$M_7(1)$ 、 $M_8(5)$ 、 $M_9(2)$	1		
	5	$M_{10}(20)$ 、 $M_{11}(20)$ 、 $M_{12}(30)$	4		
	6	$M_{13}(10)$ 、 $M_{14}(10)$	2		
J_{19}	1	$M_1(4)$ 、 $M_2(4)$	0		
	2	$M_3(21)$ 、 $M_4(17)$	3		
	3	$M_5(9)$ 、 $M_6(10)$	2	100	205
	4	$M_7(10)$ 、 $M_8(8)$ 、 $M_9(11)$	2		
	5	$M_{10}(24)$ 、 $M_{11}(26)$ 、 $M_{12}(28)$	6		
	6	$M_{13}(7)$ 、 $M_{14}(7)$	2		

在插入紧急订单后,重调度时刻正在加工的工序继续加工,紧急订单对应的加工工序要优先加工。图 4 为重新生成的调度方案中具有最小最大完工时间调度方案对应的甘特图,最大完工时间为 184。图 4 中可以清楚地看出,紧急订单的工序优先级高,在机器 6 上紧急订单对应的工序 $O_{18,3}$ 优先于返工工序 $O_{3,3}$ 加工,且 J_{17} , J_{18} , J_{19} 都在各自的交货期前顺利完成加工。

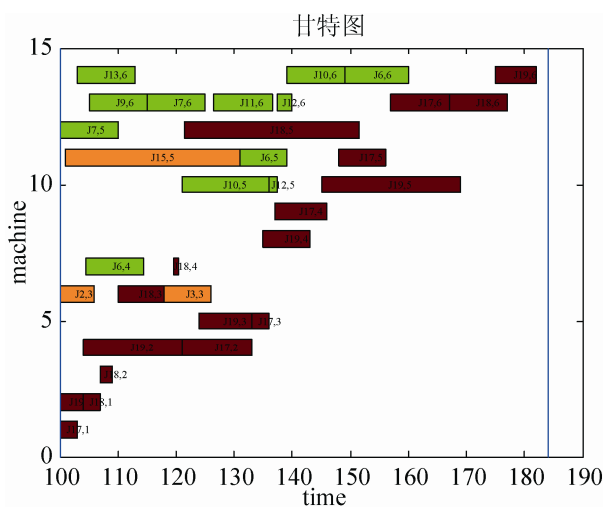


图 4 插入紧急订单重调度甘特图
Fig. 4 The Gantt chart of urgent job arrivals reschedule

情况 2: 在时刻 100, 机器 11 发生故障, 不能再进行加工, 图 5 为重调度方案中具有最小最大完工时间调度方案对应的甘特图, 最大完工时间为 151。从图 5 上可以看出, 机器 11 上已经没有工序进行加工, 时刻 100 机器 11 上正在加工的工序 $J_{13,5}$ 也被重新安排在机器 12 上重新进行加工。

情况 3: 在时刻 100, 达到重调度周期, 进行周期性重调度。此时加入新的工件 J_{17} 、 J_{18} 、 J_{19} , 三个工件的工序加工信息如表 1。原先的未加工工序中, $O_{7,5}$ 、 $O_{7,6}$ 为紧急订单对应的工序。 $O_{2,3}$ 、 $O_{3,3}$ 、 $O_{15,5}$ 为返工工序。同时, $O_{13,5}$ 因为突发情况将要延迟完工 8 个小时。图 6 为具有最小最大完工时间对应的周期性调度方案甘特图, 最大完工时间为 184。从图 6 中可以看出, 紫色对应的工序 $O_{13,6}$ 也因为 $O_{13,5}$ 的推迟而比普通工序优先调度。因为 $O_{13,5}$ 的完工时间由图 2 中的 103 延迟为 111, 所以

$O_{13,6}$ 的开工时间也为 111。在图 6 中, 紧急订单的工序要优先于返工工序和其它工序加工。

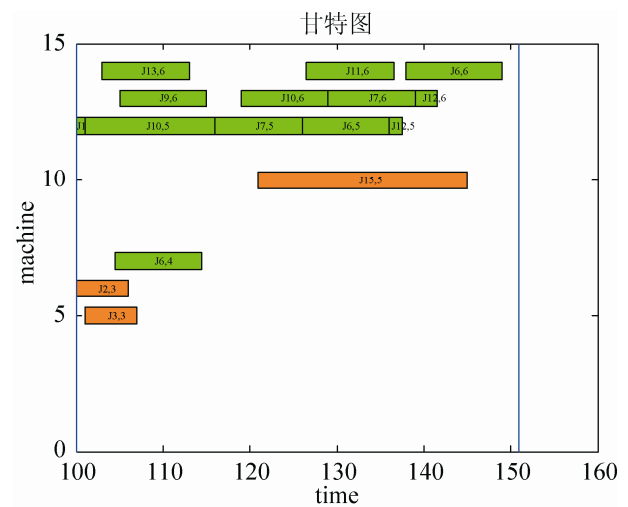


图 5 机器故障重调度甘特图
Fig. 5 The Gantt chart of machine breakdown reschedule

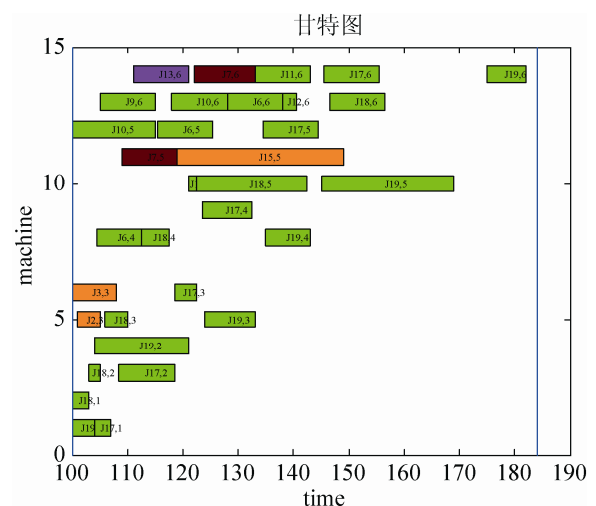


图 6 周期性重调度甘特图
Fig. 6 The Gantt chart of periodic reschedule

为了进一步验证所提算法的有效性, 我们将 MOGA 算法与 NSGA-II 算法^[18]进行对比。为了公平比较, 两种算法的参数设置完全一样。由于每一种情况下, 两种算法对应的 Pareto 解集都包含很多的最优解, 鉴于所优化的 3 个目标中, 最大完工时间比其它两个目标更重要且最难寻优, 所以我们列出不同算法的最大完工时间最小对应的解和非支配解的个数。从表 2 中可以看出, 初始调度下 MOGA 算法得到的目标值要支配 NSGA-II 所获得的。因此,

对于 NSGA-II 我们也采用图 2 所对应的调度方案为初始调度方案, 剩下三种情况的运行结果如表 2 所示。我们可以看出除了紧急插单调度, MOGA 在周期性调度和机器故障下所获得的解都要支配 NSGA-II 的, 对于紧急插单调度, MOGA 只是在第 3 个目标上略微差于 NSGA-II。同时, 对于 4 种情况, MOGA 所获得的 Pareto 解集的非支配解个数也远远多于 NSGA-II, 则表明 MOGA 生成的调度方案中能够提供给决策者更多的决策方案。因此, 综上所述, MOGA 在解决 MODFJSP 这一类优化问题上的性能要好于 NSGA-II。

接着我们考虑工模车间完整的制造单元和所

有的调度工序, 对工序实时调度并在数据库中实时更新数据得到优化调度界面如图 7~8。从图 7 的显示界面中, 我们首先能够看出每一个模具的编号、模具的名称、加工的零件名称、工艺名称、工艺编号、工艺类别。由相关工作人员给出的预计机器加工工时和钳工工时。加工状态能够清楚地看出哪些工序正在加工、哪些工序加工结束、哪些工序未加工。图 8 中标红的工序都是紧急插单对应的工序, 在是否插单一栏都显示的是。预设设备编号、预设设备名称、预设开始时间、预设结束时间为通过 MOGA 算法计算的完工时间、加工设备。

表 2 MOGA 与 NSGA-II 算法的运行结果比较
Tab. 2 Comparison between MOGA and NSGA-II

情况	MOGA	NSGA-II
	目标值/(非支配解个数)	目标值/(非支配解个数)
初始调度	139 301 0/(97)	180 337 0/(5)
紧急插单调度	184 302.5 348.5/(28)	190.5 302.5 340/(8)
机器故障调度	151 302.5 320/(29)	161 302.5 384.5/(6)
周期性调度	184 296 258/(13)	184 298 266/(4)

序号	模具编号	模具名称	零件名称	工艺名称	工艺编号	工件类别	预计工时	钳工工时	加工状态	是否插单	预设设备编号	预设设备名称	预设开始时间	预设结束时间
1				CNC开粗	1	零件	2	1	加工结束	否	MJ-ZR10-1-KK	1号综合加工机开粗	2015-08-19 19:10:18	2015-08-19 22:10:18
2				CNC精加工	2	零件	2	1	加工结束	否	MJ-ZR10-2-CJ0	2号综合加工机精加工	2015-08-19 22:10:18	2015-08-20 1:10:18
3				磨床	3	零件	2	1	正在加工	否	MJ-MC-002	平面磨床	2015-08-20 13:10:18	2015-08-20 16:10:18
4				CNC精加工	4	零件	2	1	调度未开工	否	MJ-SR03-2-JJ0	2号高速加工机精加工	2015-09-04 1:40:18	2015-09-04 4:40:18
5				CNC调公	5	零件	2	1	调度未开工	否	MJ-ZR10-4-T0	4号综合加工机调公	2015-09-15 3:40:18	2015-09-15 6:40:18
6	150502096	齿轮-2	前模铸件	电火花普通	6	零件	2	1	调度未开工	否	MJ-JMBH-003	德豪 沙迪克镜面火花机	2015-09-15 6:40:18	2015-09-15 9:40:18
7				电火花普通	7	零件	2	1	调度未开工	否	MJ-DH01-005	普一电火花机	2015-09-25 7:10:18	2015-09-25 10:10:18
8				线切割快走丝	8	零件	2	1	调度未开工	否	MJ-X000-001	线切割机(新嘉) 中走丝	2015-09-29 8:10:18	2015-09-29 11:10:18
9				线切割慢走丝	9	零件	2	1	调度未开工	否	MJ-X000-002	线切割机快走丝	2015-10-31 17:10:18	2015-10-31 20:10:18
10				线切割慢走丝	10	零件	2	1	调度未开工	否	MJ-M2S-001	慢走丝(沙迪克)	2015-11-11 15:10:18	2015-11-11 18:10:18
11				抛光	11	零件	2	1	调度未开工	否	MJ-P01-001	抛光机1号机	2015-11-14 10:10:18	2015-11-14 14:10:18

图 7 工序调度方案界面图

Fig. 7 Interface diagram of operation scheduling scheme

序号	模具编号	模具名称	零件名称	工艺名称	工艺编号	工件类别	预计工时	钳工工时	加工状态	是否插单	预设设备编号	预设设备名称	预设开始时间	预设结束时间
47				磨床	3	零件	10	1	加工结束	否	MJ-MC-002	平面磨床	2015-08-18 17:10:18	2015-08-19 4:10:18
48				CNC精加工	4	零件	3	1	加工结束	否	MJ-ZR10-4-JJ0	4号综合加工机精加工	2015-08-19 4:10:18	2015-08-19 8:10:18
49				CNC调公	5	零件	10	1	加工结束	否	MJ-SR03-001	数控高速加工中心	2015-08-21 22:10:18	2015-08-22 9:10:18
50				电火花普通	6	零件	10	1	正在加工	是	MJ-JMBH-004	亚奇夏尔镜面火花机	2015-09-03 14:10:18	2015-09-04 1:10:18
51				电火花普通	7	零件	10	1	调度未开工	否	MJ-DH01-001	普一电火花机	2015-09-04 1:10:18	2015-09-04 12:10:18
52				线切割中走丝	8	零件	10	1	调度未开工	否	MJ-Z2S-001	三光中走丝(线切割)	2015-10-17 18:10:18	2015-09-28 5:10:18
53				线切割慢走丝	10	零件	10	1	调度未开工	否	MJ-M2S-001	慢走丝(沙迪克)	2015-10-17 8:10:18	2015-10-17 19:10:18
54				抛光	11	零件	10	1	调度未开工	否	MJ-P01-002	抛光机2号机	2015-10-17 19:10:18	2015-10-19 19:10:18
55				CNC开粗	1	零件	10	1	加工结束	是	MJ-ZR10-1-KK	1号综合加工机开粗	2015-08-13 18:40:18	2015-08-14 3:40:18
56				CNC精加工	2	零件	10	1	加工结束	是	MJ-ZR10-2-CJ0	2号综合加工机精加工	2015-08-21 8:10:18	2015-08-21 20:10:18
57				磨床	3	零件	10	1	加工结束	是	MJ-MC-001	平面磨床	2015-08-22 8:10:18	2015-08-22 19:10:18
58				CNC调公	4	零件	10	1	加工结束	是	MJ-SR03-2-JJ0	2号高速加工机调公	2015-08-22 5:10:18	2015-08-22 16:10:18
59				CNC调公	5	零件	10	1	加工结束	是	MJ-SR03-001	数控高速加工中心	2015-08-22 18:10:18	2015-09-03 3:10:18
60				电火花普通	6	零件	10	1	加工结束	是	MJ-JMBH-004	亚奇夏尔镜面火花机	2015-09-03 3:10:18	2015-09-03 14:10:18
61				电火花普通	7	零件	10	1	加工结束	是	MJ-DH01-001	普一电火花机	2015-09-03 10:10:18	2015-09-03 21:10:18
62				线切割中走丝	8	零件	10	1	加工结束	是	MJ-X000-001	线切割机(新嘉) 中走丝	2015-09-03 21:10:18	2015-09-10 8:10:18
63				线切割快走丝	9	零件	10	1	加工结束	是	MJ-X000-002	线切割机快走丝	2015-09-11 8:10:18	2015-09-11 19:10:18
64				线切割慢走丝	10	零件	10	1	加工结束	是	MJ-M2S-001	慢走丝(沙迪克)	2015-09-11 21:10:18	2015-09-12 4:10:18
65				抛光	11	零件	10	1	正在加工	是	MJ-P01-001	抛光机1号机	2015-10-30 10:10:18	2015-10-31 10:10:18

图 8 紧急订单调度方案界面图

Fig. 8 Interface diagram of urgent job scheduling scheme

http://www.china-simulation.com

5 结论

本文结合国内一家玩具厂的模具车间生产加工情况,通过引入虚拟工序和虚拟工时的概念,归结出该模具厂的动态多目标柔性作业车间调度优化模型,考虑了周期性调度、紧急订单调度和机器故障调度三种情况,给出了不同情况下的工序加工优先级,并根据优先级进行染色体工序排序部分的编码和反编码。运用多目标遗传算法解决该模型,实践证明,所提优化模型和解决算法都是有效的。

本文考虑了工序延迟、紧急订单插入、机器故障三种加工情况,实际生产中,突发情况会有很多,如何将所提算法运用到更多的突发事件处理中是未来重点要研究的问题。

参考文献:

- [1] Chrysolouris G, Subramaniam V. Dynamic Scheduling of Manufacturing Job Shops Using Genetic Algorithms [J]. *Journal of Intelligent Manufacturing* (S0956-5515), 2001, 12(3): 281-293.
- [2] Rangsaritratamee R, Ferrell J R W G, Kurz M B. Dynamic Rescheduling that Simultaneously Considers Efficiency and Stability [J]. *Computers & Industrial Engineering* (S0360-8352), 2004, 46 (1): 1-15.
- [3] 潘全科, 朱剑英. 作业车间动态调度研究 [J]. *南京航空航天大学学报*, 2005, 37(2): 262-268. (Pan Q K, Zhu J Y. Rolling Time Horizon Job-Shop Scheduling Strategy in Dynamic Environment [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2005, 37(2): 262-268.)
- [4] Branke J, Mattfeld D. Anticipation and Flexibility in Dynamic Scheduling [J]. *International Journal of Production Research* (S0020-7543), 2005, 43(15): 3103-3129.
- [5] 张超勇, 李新宇, 王晓娟, 等. 基于滚动窗口的多目标动态调度优化研究 [J]. *中国机械工程*, 2009, 20(18): 2190-2197. (Zhang C Y, Li X Y, Wang X J, et al. Multi-objective Dynamic Scheduling Optimization Strategy Based on Rolling-horizon Procedure [J]. *China Mechanical Engineering*, 2009, 20(18): 2190-2197.)
- [6] Adibi M, Zandieh M, Amiri M. Multi-Objective Scheduling of Dynamic Job Shop Using Variable Neighborhood Search [J]. *Expert Systems with Applications* (S0957-4174), 2010, 37(1): 282-287.
- [7] 吴秀丽. 柔性作业车间动态调度问题研究 [J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(14): 3828-3832. (Wu X L. Research on Flexible Job Shop Dynamic Scheduling Problem [J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(14): 3828-3832.)
- [8] Fattahi P, Fallhi A. Dynamic Scheduling in Flexible Job Shop Systems by Considering Simultaneously Efficiency and Stability [J]. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology* (S1755-5817), 2010, 2(2): 114-123.
- [9] 刘爱军, 杨育, 邢青松, 等. 柔性作业车间多目标动态调度 [J]. *计算机集成制造系统*, 2011, 17(12): 2629-2637. (Liu A J, Yang Y, Xing Q S, et al. Dynamic scheduling on multi-objective flexible job shop [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2011, 17(12): 2629-2637.)
- [10] 潘颖, 孙伟, 马跃, 等. 基于多 Agent 的柔性作业车间调度研究 [J]. *大连理工大学学报*, 2011, 51(5): 667-674. (Pan Y, Sun W, Ma Y, et al. Research on Multi-agent-based Flexible Job-shop Scheduling [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2011, 51(5): 667-674.)
- [11] Holloway C A, Nelson R T. Job Shop Scheduling with Due Dates and Variable Processing Times [J]. *Management Science* (S0025-1909), 1997, 20(9): 1264-1275.
- [12] Guohui Zhang, Liang Gao, Yang Shi. An Effective Genetic Algorithm for the Flexible Job-Shop Scheduling Problem [J]. *Expert Systems with Applications* (S0957-4174), 2011, 38(4): 3563-3573.
- [13] Gen M, Tsujimura Y, Kubota E. Solving Job-Shop Scheduling Problem by Genetic Algorithms [C]// *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Systems and Cybernetics*, San Antonio, USA. USA: IEEE, 1994: 1577-1582.
- [14] Yuan Y, Xu H. Multiobjective Flexible Job Shop Scheduling Using Memetic Algorithms [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* (S1545-5955), 2015, 12(1): 336-353.
- [15] Gao J, Sun L Y, Gen M. A Hybrid Genetic and Variable Neighborhood Descent Algorithm for Flexible Job Shop Scheduling Problems [J]. *Computer and Operations Research* (S0305-0548), 2008, 35(9): 2892-2907.
- [16] Lee K M, Yamakawa T. A Genetic Algorithm for General Machine Scheduling Problems [C]// *Proceedings of 2nd International Conference on Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems (KES-98)*, Adelaide, South Australia. USA: IEEE, 1998, 2: 60-66.
- [17] 潘颖. 离散制造业 MES 系统建模与调度研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2012: 44. (Research on System Modeling and Scheduling of Manufacturing Execution System of Discrete Manufacturing Industry [D]. Dalian, China: Dalian University of Technology, 2012: 44.)
- [18] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* (S1089-778X), 2002, 6(2): 182-197.

附录

工件加工信息表

工件	工序	可加工机器 (加工时间)	钳工 工时	释 放 期	交 货 期	工件	工序	可加工机器 (加工时间)	钳工 工时	释 放 期	交 货 期
J ₁	1	M ₁ (3)、M ₂ (4)	1	9	290	J ₉	1	M ₁ (7)、M ₂ (7)	2	9	390
	2	M ₃ (10)、M ₄ (10)	0				2	M ₃ (2.5)、M ₄ (2)	0		
	3	M ₅ (3)、M ₆ (4)	1				3	M ₅ (12)、M ₆ (12)	3		
	4	M ₇ (10)、M ₈ (10)、M ₉ (9)	2				4	M ₇ (12)、M ₈ (12)、M ₉ (12)	3		
	5	M ₁₀ (8)、M ₁₁ (10)、M ₁₂ (10)	2				5	M ₁₀ (20)、M ₁₁ (20)、M ₁₂ (20)	5		
	6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (10)	2				6	M ₁₃ (10)	1		
J ₂	1	M ₁ (4)、M ₂ (3)	1	2	282	J ₁₀	1	M ₁ (6)、M ₂ (6)	1	14	400
	2	M ₃ (2)、M ₄ (4)	1				2	M ₃ (2)、M ₄ (2)	0		
	3	M ₅ (4)、M ₆ (6)	1.5				3	M ₅ (11)、M ₆ (11)	2		
	4	M ₇ (2)、M ₈ (4)、M ₉ (2)	1				4	M ₇ (10)、M ₈ (10)、M ₉ (10)	3		
	5	M ₁₀ (2)、M ₁₁ (2)、M ₁₂ (3)	1				5	M ₁₀ (15)、M ₁₁ (15)、M ₁₂ (15)	3		
	6	M ₁₃ (2)、M ₁₄ (2)	0				6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (10)	2		
J ₃	1	M ₁ (3)、M ₂ (4)	1	12	302	J ₁₁	1	M ₁ (2)、M ₂ (2)	0	20	440
	2	M ₃ (2)、M ₄ (3)	1				2	M ₃ (20)、M ₄ (18)	2		
	3	M ₅ (6)、M ₆ (8)	2				3	M ₅ (10)、M ₆ (10)	1		
	4	M ₇ (2)、M ₈ (2)、M ₉ (3)	1				4	M ₇ (10)、M ₈ (10)、M ₉ (10)	1		
	5	M ₁₀ (4)、M ₁₁ (2)、M ₁₂ (2)	0				5	M ₁₀ (30)、M ₁₁ (30)、M ₁₂ (30)	5.5		
	6	M ₁₃ (2)、M ₁₄ (3)	1				6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (10)	1		
J ₄	1	M ₁ (3)、M ₂ (3)	1	10	300	J ₁₂	1	M ₁ (6)、M ₂ (6)	2	1	391
	2	M ₃ (10)、M ₄ (10)	0				2	M ₃ (2.5)、M ₄ (4)	0		
	3	M ₅ (10)、M ₆ (11)	0				3	M ₅ (11)、M ₆ (11)	2		
	4	M ₇ (10)、M ₈ (9)、M ₉ (10)	3				4	M ₇ (12)、M ₈ (12)、M ₉ (12)	2		
	5	M ₁₀ (10)、M ₁₁ (10)、M ₁₂ (12)	3				5	M ₁₀ (1.5)、M ₁₁ (1.5)、M ₁₂ (1.5)	0		
	6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (8)	3				6	M ₁₃ (2.5)、M ₁₄ (2.5)	0		
J ₅	1	M ₁ (6)、M ₂ (6)	2	3	253	J ₁₃	1	M ₁ (7)、M ₂ (7)	2	24	412
	2	M ₃ (10)、M ₄ (10)	2				2	M ₃ (2.5)、M ₄ (2.5)	0		
	3	M ₅ (12)、M ₆ (11)	2				3	M ₅ (12)、M ₆ (12)	2		
	4	M ₇ (10)、M ₈ (10)、M ₉ (10)	3				4	M ₇ (12)、M ₈ (12)、M ₉ (12)	2		
	5	M ₁₀ (10)、M ₁₁ (11)、M ₁₂ (12)	3.5				5	M ₁₀ (20)、M ₁₁ (20)、M ₁₂ (20)	2		
	6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (9)	3				6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (10)	2		
J ₆	1	M ₁ (5)、M ₂ (5)	2.5	6	300	J ₁₄	1	M ₁ (6)、M ₂ (6)	1	16	176
	2	M ₃ (10)、M ₄ (9)	3				2	M ₃ (2)、M ₄ (3.5)	1		
	3	M ₅ (14)、M ₆ (12)	3.5				3	M ₅ (11)、M ₆ (11)	0		
	4	M ₇ (10)、M ₈ (8)、M ₉ (10)	3				4	M ₇ (10)、M ₈ (10)、M ₉ (10)	0		
	5	M ₁₀ (10)、M ₁₁ (8)、M ₁₂ (10)	2				5	M ₁₀ (14)、M ₁₁ (15)、M ₁₂ (14)	1		
	6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (11)	2				6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (12)	2		
J ₇	1	M ₁ (10)、M ₂ (9)	2	10	400	J ₁₅	1	M ₁ (2)、M ₂ (2)	0	0	230
	2	M ₃ (10)、M ₄ (11)	2				2	M ₃ (20)、M ₄ (18)	3		
	3	M ₅ (10)、M ₆ (10)	2				3	M ₅ (10)、M ₆ (10)	2		
	4	M ₇ (8)、M ₈ (9)、M ₉ (10)	2.5				4	M ₇ (10)、M ₈ (10)、M ₉ (12)	2		
	5	M ₁₀ (10)、M ₁₁ (10)、M ₁₂ (10)	3				5	M ₁₀ (24)、M ₁₁ (30)、M ₁₂ (32)	6		
	6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (11)	3				6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (10)	2		
J ₈	1	M ₁ (6)、M ₂ (6)	2.5	0	270	J ₁₆	1	M ₁ (3)、M ₂ (3)	1	4	344
	2	M ₃ (2.5)、M ₄ (3)	0.5				2	M ₃ (10)、M ₄ (10)	1		
	3	M ₅ (11)、M ₆ (11)	3				3	M ₅ (8)、M ₆ (8)	2		
	4	M ₇ (12)、M ₈ (12)、M ₉ (12)	3				4	M ₇ (9)、M ₈ (10)、M ₉ (9)	0		
	5	M ₁₀ (1.5)、M ₁₁ (1.5)、M ₁₂ (1.5)	1				5	M ₁₀ (10)、M ₁₁ (10)、M ₁₂ (9)	1		
	6	M ₁₃ (1.5)、M ₁₄ (1)	0				6	M ₁₃ (10)、M ₁₄ (11)	1		