# Journal of System Simulation

Volume 29 | Issue 8

Article 4

6-1-2020

# Reachable Set Modeling Approach for Autonomous Vehicle's Dynamic Conflict Control

Cao Kai School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China;

Xiufang Liu School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China;

Yang Xu School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China;

Shen Peng School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China;

Follow this and additional works at: https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal

Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

# Reachable Set Modeling Approach for Autonomous Vehicle's Dynamic Conflict Control

### Abstract

Abstract: Aiming at the problem of active safety control modeling for autonomous vehicles, a combined method using the formal modeling and the dynamic non-cooperative game theory was proposed for discussing a control strategy of trajectory tracking and collision avoidance under dynamic conflict condition between autonomous vehicles. And it was proposed to divide the system control into three modes: trajectory tracking, collision avoidance and switching between trajectory tracking and collision avoidance. Taking into account the complexity as a hybrid systems and the existence of the trajectory tracking of vehicle, a modeling approach based on reachable set was proposed for the collision avoidance control of vehicle. In addition, to ensure the stability of the trajectory tracking of vehicles, a switching algorithm with hysteresis characteristics was proposed. The system validation shows that the best stability is achieved for the proposed algorithm when the threshold  $\alpha_1 = 0.05$  and  $\alpha_2 = 0.08$ . And the division of system control plays the advantage of independent model, which reduces the computational cost.

#### Keywords

hybrid system, collision avoidance, active safety control, mode switching, trajectory tracking

### **Recommended Citation**

Cao Kai, Liu Xiufang, Yang Xu, Shen Peng. Reachable Set Modeling Approach for Autonomous Vehicle's Dynamic Conflict Control[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(8): 1658-1666.

第 29 卷第 8 期 2017 年 8 月

# 自主车辆动态冲突控制可达集建模方法

曹凯,刘秀芳,杨旭,沈鹏 (山东理工大学交通学院,山东淄博 255049)

**摘要:**针对自主车辆主动安全控制建模问题,提出采用形式化建模与动态非合作博弈论相结合方法, 研究多自主车辆动态冲突条件下轨迹追踪和碰撞躲避的控制策略。提出将系统控制划分为:轨迹追踪、碰撞躲避以及追踪与躲避切换的三种模式。考虑到自主车辆这个混成系统的复杂性与轨迹追踪 偏差的存在性,提出对车辆碰撞躲避预警及控制采用可达集建模。为了保证车辆轨迹追踪的稳定性, 提出具有迟滞特性的追踪躲避切换算法。系统验证表明,当阈值 a<sub>1</sub> = 0.05 和 a<sub>2</sub> = 0.08 时,提出的 算法使系统稳定性最佳。而且系统控制的划分发挥了独立模型的优势,降低了计算成本。

关键词:混成系统;碰撞躲避;主动安全控制;模式切换;轨迹追踪

中图分类号: X913.3;U471.15 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2017) 08-1658-09 DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201708004

#### Reachable Set Modeling Approach for Autonomous Vehicle's Dynamic Conflict Control

Cao Kai, Liu Xiufang, Yang Xu, Shen Peng

(School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of active safety control modeling for autonomous vehicles, *a combined method using the formal modeling and the dynamic non-cooperative game theory was proposed for discussing a control strategy of trajectory tracking and collision avoidance under dynamic conflict condition between autonomous vehicles. And it was proposed to divide the system control into three modes: trajectory tracking, collision avoidance and switching between trajectory tracking and collision avoidance.* Taking into account the complexity as a hybrid systems and the existence of the trajectory tracking error for autonomous vehicle. In addition, to ensure the stability of the trajectory tracking of vehicles, a *switching algorithm with hysteresis characteristics was proposed.* The system validation shows that the best stability is achieved for the proposed algorithm when the threshold  $\alpha_1 = 0.05$  and  $\alpha_2 = 0.08$ . And the division of system control plays the advantage of independent model, which reduces the computational cost. **Keywords:** hybrid system; collision avoidance; active safety control; mode switching; trajectory tracking

# 引言

自主车辆的主动安全控制是以轨迹规划、轨迹



收稿日期:2016-09-11 修回日期:2017-03-07; 基金项目:国家自然科学基金(61573009),山东省自 然科学基金(ZR2010FM007); 作者简介:曹凯(1959-),男,黑龙江哈尔滨,博 士,副教授,研究方向为智能交通。 追踪控制和障碍物(特别是动态障碍物)躲避为核心 控制技术。然而,在面对非合作博弈条件下的突发 性冲突时,同时完成轨迹追踪和障碍物躲避控制策 略是困难的,因为这可能引起系统的控制冲突<sup>[1]</sup>。

自主车辆非合作动态冲突问题有多种形式,其本质可以归结为多 Agent 非合作零和博弈问题。目前,有关多 Agent 博弈问题的研究兴趣主要集中在

第 29 卷第 8 期 2017 年 8 月

多 Agent 协作策略上,即面对复杂的环境和任务, 研究多 Agent 的工作、运动等协调控制策略问题。 采用的理论和方法主要有逻辑的方法、基于案例的 方法、基于模型推理的方法、优化方法以及经济学、 社会学、认知学等相关理论。其中,博弈论是应用 广泛的一种理论和方法。如代表性研究有:刘小梅 等研究的多个机器人相互协作、共同承担任务的多 机器人任务分配<sup>[2]</sup>;针对多移动机器人聚集任务的 路径规划,叶晔等建立基于博弈论的系统多目标优 化数学模型<sup>[3]</sup>;为提高足球机器人在比赛中进攻中 的成功率,黎波等通过分析足球机器人一些进攻策 略算法的不足和足球机器人进攻的任务以及 Nash 均衡的主要特征,提出了一种基于博弈论足球机器 人进攻策略算法<sup>[4]</sup>;针对面向协同机器人避碰运动 策略,李光日等设计了一种仿人机器人碰撞预测及 碰撞危险度评估方法,提出基于碰撞危险度的仿人 机器人动态避碰博弈策略<sup>[5]</sup>。此外,基于零和微分 对策模型, J.L.Manuel 等提出平面移动机器人协调 方案,即采用状态依赖 Riccati 方程,找到保证有 效地驱动机器人的一个控制策略,以便设计一个在 自由轨迹上的引领机器人,其它机器人跟随其运动 的模型<sup>[6]</sup>; Hitesh Shah 等采用值函数逼近的核递归 最小二乘算法,提出了一种基于博弈论的强化学习 控制器设计方法<sup>[7]</sup>。

目前的研究最终表现与效果验证都是通过传 统的单一轨迹系统仿真或实际试验技术来实现的, 这种实现方式的最大优点是它能产生一个反例(系 统过程轨迹与某一不安全状态相冲突),以此检验 设计系统的不安全状态。但是该实现方式需要对预 想的实际状态进行反复的试验,而且在没有反例产 生的条件下,理论上也无法证明系统是安全的。

系统分析发现,自主车辆在环境事件动态变化 的触发和出行目的的驱动下,其自主决策系统具有 随着环境的变化不断切换控制模式的行为特性,这 种行为特性服从跳转切换律;而在每次控制模式切 换之间,车辆的自主行为又呈现出具有不同的连续 变化规律的特征。因此,自主车辆是一个混成系统。 此外,由于现实环境中存在各种不确定扰动事件, 车辆的初始状态、传感器测量以及车辆模型参数等 系统输入也存在不确定偏差,从而增加了车辆追踪 参考轨迹时的偏差<sup>[8]</sup>。正是这个复杂实时系统具有 离散控制与实时连续行为混成叠加的特性以及轨 迹追踪偏差的存在,使得传统的验证方法无法遍历 所有可能的系统输入与运行状态,因而也就不足以 保证系统安全检测的可信性<sup>[9]</sup>。

目前,混成系统安全验证的有效方法是将混成 系统转化为可达性判定问题,即通过判定不安全状 态是否可达来验证系统的安全性<sup>[10]</sup>。对于自主车 辆机动行为的安全性而言,可达性分析的优势就在 于:通过穷举车辆机动行为状态,在一个预定义的 时间区间内,计算车辆机动行为状态的可达集。通 过验证车辆机动行为状态的可达集与障碍物的交 集来判定或推断自主车辆未来机动行为的安全性。 这种方法与传统的系统测试或系统仿真相比,基于 严格数学定义的形式验证方法不仅能精确、清晰地 描述系统结构及其相关特性,而且能够通过自动化 遍历、求解系统的完整状态空间,从理论上保障了 系统安全性验证的完备性<sup>[11]</sup>。

本文的贡献是针对多自主车辆非合作控制策 略问题,提出采用形式化的可达集建模与动态非合 作博弈论相结合方法,研究自主车辆的非合作动态 冲突条件下轨迹追踪和避碰的主动安全控制方法。

# 1 基本假设(Basic Assumption)

非合作动态冲突问题可分为单边优化和双边 优化问题,其中,单边优化只考虑一个 Agent 目标 函数的优化控制,因此为非博弈问题;而双边优化 通过最大化一个 Agent 目标函数,同时最小化另一 个 Agent 目标函数来实现双方的博弈控制。

本文假设一个在动态环境中车辆 Agent<sub>1</sub> 不仅 轨迹追踪还要躲避车辆 Agent<sub>2</sub> 的冲突模型,提出 的算法旨在解决 Agent<sub>1</sub> 不仅要努力追踪给定的参 考轨迹,同时还要躲避来自 Agent<sub>2</sub> 不确定冲突干 扰的主动安全控制解析问题。

| 第29卷第8期 | 系统仿真学报                       | Vol. 29 No. 8 |
|---------|------------------------------|---------------|
| 2017年8月 | Journal of System Simulation | Aug., 2017    |

在平面绝对坐标系中,Agent<sub>1</sub>的动力学模型 如下:

$$\dot{x}(t) = f_1(x^1(t), u^1(t)) = \begin{bmatrix} v^1 \cos \phi(t) \\ v^1 \sin \phi(t) \\ u^1(t) \end{bmatrix}$$
(1)

式中:  $x^{1} = [x_{1}^{1}, x_{2}^{1}, \phi]^{T}$ 表示坐标系中的状态变量;  $x_{1}^{1} \in R$ ,  $x_{2}^{1} \in R$ 和 $\phi \in R$ 分别表示坐标系中 Agent<sub>1</sub>的水平位置、垂直位置和角度;  $u^{1} \in R$ 为 Agent<sub>1</sub>的偏航率输入。

为了避免碰撞,初始 Agent<sub>1</sub> 被置于坐标原点,并且 Agent<sub>1</sub>与 Agent<sub>2</sub>在平面相对坐标系中的两个 车辆动态描述如下:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u^{1}(t), u^{2}(t)) = \begin{bmatrix} -v^{1} + v^{2} \cos \theta(t) + u^{1}(t)x_{2}(t) \\ v^{2} \sin \theta(t) - u^{1}(t)x_{1}(t) \\ u^{1}(t) - u^{2}(t) \end{bmatrix}$$
(2)

式中:  $x=[x_1,x_2,\theta]^T$ 表示系统的状态变量;  $x_1 \in R$ ,  $x_2 \in R$ 和  $\theta \in R$  分别表示坐标系中两个车辆的相对水平位 置、相对垂直位置和相对角度;  $v^1 \in R$  和  $v^2 \in R$  分别 为 Agent<sub>1</sub> 和 Agent<sub>2</sub> 的前进速度,且设为定值。针 对本文的假设条件,如果  $v^2 > v^1$ 成立,那么 Agent<sub>2</sub> 很容易赶上或超越 Agent<sub>1</sub>。在这种情况下,碰撞躲 避问题更加复杂而难以求解。因此,为了实现 Agent<sub>1</sub>无碰撞的轨迹追踪控制,至少应当保证不等 式  $v^2 \leq v^1$ 成立。

此外,  $u^2 \in R$  为 Agent2 的偏航率输入,并且将  $u^1 \in R$  和  $u^2 \in R$  限定在一下范围内:

 $-0.1 \leq u^{1}(t) \leq 0.1$  $-0.1 \leq u^{2}(t) \leq 0.1 \quad \forall t \in \mathbb{R}^{+}$ (3)

式中: R<sup>+</sup>是非负实数集。

# 2 控制逻辑及算法(Control Logic and Algorithm)

在本文提出的冲突模型中,将 Agent<sub>1</sub> 无碰撞 轨迹追踪控制策略划分为:轨迹追踪控制、碰撞躲 避控制以及躲避与追踪之间的切换策略三种模式。 这种控制策略划分的优势在于可以针对三种控制 策略进行独立建模,充分发挥独立模型的优势,有 助于降低计算成本。

#### 2.1 轨迹追踪控制

由于模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)以其原理简单、多变量控制和易于处理非线 性约束等优点<sup>[12]</sup>,为此,采用模型预测控制算法 实现车辆的轨迹追踪。首先,引入采样时刻k(=0,1,2,…,∞),并基于时域外推原理,构造一个可 以把采样信号转换成连续信号的零阶保持器 (zero-order holder, ZOH)的 MPC 模型。设时刻 $kT_s$ 处的测量状态信息为 $x_{klk}$ ,那么,模型预测控制器 最小化 N 维时域目标函数为:

$$Z^{*}(x_{k|k}) = \min_{u_{k}^{N} \in \mathbb{R}^{N}} Z(x_{k|k}, u_{k}^{N}),$$
  
s.t.  $x_{k+1|k} = A(k)x_{k|k} + B(k)u_{k}^{N} + w(k)$   
 $x_{\min} \leq x_{k|k} \leq x_{\max}$   
 $u_{\min}^{N} \leq u_{k}^{N} \leq u_{\max}^{N}$  (4)

式中:  $x_{k|k}$  表示具有取样周期  $T_s$  (>0)的测量状态  $x(kT_s)$ , 简写为 x(k)。于是,通过求解控制器(4)的 最优解,可以得到使  $Z^*(x_{k|k})$  最优的最小值  $u_k^{N^*}$ ,

$$u(k) = u_k^{N^*}(1)$$
 (5)

为实现 MPC 的控制策略,需要线性化和离散 化非线性动力学模型(1)。为此,在以点( $x_0$ ,  $u_0$ )为 中心的邻域( $\Delta x^1$ ,  $\Delta u^1$ )内,基于 *Jacobian* 矩阵进行 线性化操作。于是,获得线性化模型:

$$\dot{x}^{1}(t) = A\Delta x^{1}(t) + B\Delta u^{1}(t) + C, \qquad (6)$$

式中: 
$$\boldsymbol{A} = \frac{\partial f_1}{\partial x^1}, \boldsymbol{B} = \frac{\partial f_1}{\partial u^1}, \boldsymbol{C} = f_1(x_0, u_0)$$
。 令  $t = kT_s$ ,

可以做如下近似:

$$\Delta x^{1}(t) \approx x^{1}(kT_{s}) - x^{1}((k-1)T_{s}),$$

$$\Delta u^{1}(t) \approx u^{1}(kT_{s}) - u^{1}((k-1)T_{s}),$$

$$\dot{x}^{1}(t) \approx \frac{(x^{1}((k+1)T_{s}) - x^{1}(kT_{s}))}{T_{s}},$$

$$\tilde{T} = \mathcal{L}, \quad \breve{R} \equiv (6) \exists \bigcup \ \breve{U} : \breve{L};$$

$$x^{1}(k+1) = \hat{A}x^{1}(k) + \hat{B}u^{1}(k) + \hat{C},$$
(8)

其中,为了简化省略了 T<sub>s</sub>,模型(8)中的矩阵为:

$$\hat{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{I} + T_s \boldsymbol{A}, \quad \hat{\boldsymbol{B}} = T_s \boldsymbol{B},$$
  
$$\hat{\boldsymbol{C}} = T_s (\boldsymbol{C} - \boldsymbol{A} \boldsymbol{x}^1 (k-1) - \boldsymbol{B} \boldsymbol{u}^1 (k-1))$$
(9)

然后,利用模型(8)近似地表示目标函数(4)。 那么,为了求解目标函数,未来轨迹方程可以写为:

$$x_{k}^{1,N} = \begin{vmatrix} x_{k+1|k}^{1} \\ x_{k+2|k}^{1} \\ \vdots \\ x_{k}^{1} \\ \vdots \\ x_{k}^{1} \\ \vdots \\ x_{k}^{1} \\ \vdots \\ x_{k}^{1} \\$$

式中: $x_{k}^{1,N} \in \mathbb{R}^{3N}$ , $x_{k|k}^{1} = x^{1}(k)$ ,并且, $u_{k}^{1,N} = [u^{1}(k),$  $u^{1}(k+1), \dots, u^{1}(k+N-1)]^{T}$ ,矩阵M、N和D为:

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \hat{A} \\ \hat{A}^{2} \\ \vdots \\ \hat{A}^{N} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} \hat{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \hat{A}\hat{B} & \hat{B} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{A}^{N-1}\hat{B} & \hat{A}^{N-2}\hat{B} & \cdots & \hat{B} \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} \hat{C} \\ \hat{C}(\boldsymbol{I} + \hat{A}) \\ \vdots \\ \hat{C}(\boldsymbol{I} + \hat{A} + \cdots + \hat{A}^{N+1}) \end{bmatrix}.$$

于是,由方程(10)可以得到用来执行轨迹追踪的目标函数(4)为:

$$Z(x_{k|k}^{1}) := \left\| x_{k}^{1,N} - x_{k}^{r,N} \right\|_{G}^{2} = (x_{k}^{1,N} - x_{k}^{r,N})^{T} \mathbf{G}(x_{k}^{1,N} - x_{k}^{r,N}) = (u_{k}^{1,N})^{T} \mathbf{V} u_{k}^{1,N} + 2f(x_{k|k}^{1})^{T} u_{k}^{1,N} + const (11)$$

式中:  $f(x_{k|k}^{1})^{T} = (Mx_{k|k}^{1} + Nu_{k}^{1,N} + D - x_{k}^{r,N})GB$ ,  $V = B^{T}GB$ , 而  $x_{k}^{r,N} (\in R^{3N})$ 表示给定的 N 时域参考 轨迹, G 是具有以下形式的权重矩阵:

$$G = \text{diag}[G_1, G_2, ..., G_N],$$
  

$$G_i = \text{diag}[g_i^1, g_i^2, g_i^3], \quad i \in \{1, 2, ..., N\}$$
(12)

此外,对于式(4)的第二个约束条件,由于车辆 模型(1)具有关于偏航率逐点实时约束的特性,即

$$-1 \leq u^{1}(k) \leq 1 \iff \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u^{1}(k) \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
 (13)

所以,必须考虑N时域约束条件:

$$\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{u}_{k}^{1,N} \leqslant \boldsymbol{I} , \qquad (14)$$

这里,*I* 表示单位矩阵,并且矩阵 **Φ**∈R<sup>2N×N</sup> 具有如下形式:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ 0 & -1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 \end{bmatrix}$$
(15)

因此,由目标值 Z(x<sup>1</sup><sub>k|k</sub>)、线性预测(10)以及约 束条件(14),可以得到如下优化值作为式(4)的模型 预测控制器,

$$\min_{\substack{u_{k}^{1,N} \in \mathbb{R}^{N} \\ \text{s.t.}}} (u_{k}^{1,N})^{T} V u_{k}^{1,N} + 2f(x_{k|k}^{1}) u_{k}^{1,N} 
\text{s.t.} \quad \mathbf{\Phi} u_{k}^{1,N} \leq \mathbf{I}$$
(16)

于是,可以依据式(5)计算最优控制器(16)的控制策略。

#### 2.2 碰撞躲避控制

如前所述,自主车辆这个复杂实时系统具有离 散控制与实时连续行为混杂叠加以及轨迹追踪存 在偏差的特性,使得传统的建模方法无法遍历所有 可能的系统输入与运行状态。因此,本文提出采用 基于严格数学定义的形式化的可达集建模方法。为 此,定义碰撞集及可达集如下:

**定义1** 如果两个车辆动态模型(2)的状态 *x*(*t*) 包含在某一碰撞集合

 $Ω_0 = \{x \in R^3 | \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \le \lambda\}$ 式中: λ>0 为集合半径。当  $x(t) \in \Omega_0$  时,那么称两 个车辆发生了碰撞。
 (17)

定义 2 假设系统动态(2)的初始状态为  $x_0$ , 碰 撞集合为  $\Omega_0$ , 对于  $\forall \tau \in [0, T(x_0)]$ , 我们称

$$\Omega(\tau) := \{ x_0 \in \mathbb{R}^3 \mid \forall u^1 \quad \exists s \in [0, \tau] \\ x(s; x_0) \in \Omega_0 \}$$
(18)

为可达集,其中, $T(x_0) = \inf\{t \in R^+ | x(t; x_0) \in \Omega_0\}$ 。

可达集的计算可以采用水平集的方法近似计 算得到集合 Ω(τ),其存在性和有界性这里不做讨 论,请参考文献[12]。

从定义 2 可知,如果系统(2)的状态存在于可 达集(18)中,只要 Agent<sub>2</sub>获得适当的系统输入,那 么 Agent<sub>1</sub> 与 Agent<sub>2</sub>的碰撞就会发生。因此, Agent<sub>1</sub>

| 第 29 卷第 8 期 | 系统仿真学报                       | Vol. 29 No. 8 |
|-------------|------------------------------|---------------|
| 2017年8月     | Journal of System Simulation | Aug., 2017    |

要想避免与 Agent<sub>2</sub> 发生碰撞,最好办法是避免系 统(2)的状态落入可达集(18)中。为此,有必要掌控 躲避动作的最佳输入,为此,本文基于博弈论推导 出这种最佳输入。

如前假设,考察两个 Agent 的非协同零和博 弈。成本函数表示如下:

$$g(x(T(x_0))) = \sqrt{x_1^2(T(x_0)) + x_2^2(T(x_0))} - \beta$$
(19)  
而价值函数描述为:

$$V(x_0) = \min_{u^1} \max_{u^2} g(x(T(x_0)))$$
(20)

并且,哈密顿函数定义为:

$$H(x,u^{1},u^{2}) := \psi^{T} f(x(t),u^{1}(t),u^{2}(t))$$
(21)

式中: 
$$\psi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3]^T = \frac{\partial V}{\partial x} \in \mathbb{R}^3$$
,依据系统(2)

获得哈密顿函数为:

1 0

$$H(x,u^{1},u^{2}) = -v^{1}\psi_{1} + v^{2}\psi_{1}\cos\theta - v^{2}\psi_{2}\sin\theta + u^{1}(\psi_{1}x_{2} - \psi_{2}x_{1} + \psi_{3}) - u^{2}\psi_{3}$$
(22)

再根据文献[12]给出的最优化条件,设x\*为系 统最优轨迹, u<sup>1</sup>\*和 u<sup>2</sup>\*分别为系统最优输入,于是, 有如下不等式成立:

$$H(x^*, u^1, u^{2^*}) \leq H(x^*, u^{1^*}, u^{2^*}) \leq H(x^*, u^{1^*}, u^2)$$
 (23)  
由式(3)、(22)和以下的(24)式可以求解系统最

优输入,并且可以由以下 bang-bang 控制描述,

$$u^{1^{*}} = \operatorname{sign}(\psi_{1}x_{2} - \psi_{2}x_{1} + \psi_{3})$$

$$u^{2^{*}} = \operatorname{sign}(\psi_{3})$$
(24)

因此,本文讨论的非合作动态冲突问题中, Agent<sub>1</sub>的最优输入为+1 或-1。

以图 1 为例,设系统状态的坐标为[ $x_1, x_2, \varphi$ ] = [1.5, 0.5,  $-\pi$ ],图 1(a)展示了在相对坐标系中系统的可达集,图 1(b)展示了 $\varphi$ 取不同角度时的可达集片段。由图 1(b)可知,如果系统状态处在可达集边界上,则有  $V \equiv 0$  成立;如果系统状态在可达集之外,则 V 增大,否则减小,因此, $u^{1*}=-1,u^{2*}=1$ 。综上,由系统动态(2)可以决定对应于两个 Agent 之间相对位置的每个输入。



图 1 可达集及其片段 Fig. 1 Reachable set and its fragments

#### 2.3 追踪与躲避切换策略

将基于 MPC 的轨迹追踪控制与基于可达集的 碰撞躲避控制进行切换,实现无碰撞的轨迹追踪控 制目标。为此,引入集合  $S(\alpha) \subset R^3$ 。首先假设一个 阈值  $\alpha$ ,对于 $\forall \alpha > 0$  和  $x_0$ ,定义一个集合:

 $S(a) := \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \rho(x, \Omega_0 \cup \Omega(\tau)) \leq a$ 

$$\forall \tau \in [0, T(x_0)] \}$$
 (25)  
式中:  $\rho(x, Y) = \inf_{y \in Y} ||y - x||$ 表示距离。如果  $x \in Y$ ,

那么 $\rho(x,Y) = 0$ 。

引入该集合的作用是为 Agent<sub>1</sub> 提供一个切换 预警范围,并探测 Agent<sub>2</sub> 是否正在靠近碰撞集  $\Omega_0$ 或可达集  $\Omega(\tau)$ 。由于可达集  $\Omega(\tau)$ 是近似计算得到 的,因此考虑通过反复选取一个合理的阈值  $\alpha > 0$ (另文阐述  $\alpha$  的优化规则),使得集合  $S(\alpha)$ 既要覆盖

http://www.china-simulation.com

碰撞集  $\Omega_0$ , 也要覆盖可达集  $\Omega(\tau)$ , 如图 2。





由集合 S(a)定义可知,如果  $x \in S(a)$ ,那么优化 控制(24)输入到 Agent<sub>1</sub>,即在有限时间内,系统动 态(2)的状态已处在可达集  $\Omega(\tau)$ 内,如果 Agent<sub>1</sub>不及 时躲避的话,那么 Agent<sub>1</sub>与 Agent<sub>2</sub>必然会引起冲突。 为此,Agent<sub>1</sub>必须采取躲避行动;如果  $x \notin S(a)$ ,此 时 Agent<sub>1</sub>与 Agent<sub>2</sub>不会发生冲突,Agent<sub>1</sub>只需利用 已经建立的 MPC 控制器追踪给定的轨迹即可。

根据以上切换策略基本基本思想,本文提出两种切换算法:一种是不考虑系统抖振问题的简单切换控制,一种是消弱系统抖振的切换控制。简单切换算法如下:

**Step 2**: If  $x(kT_s) \in S(\alpha)$ , then

The Agent<sub>1</sub> inputs  $u^{1*}(kT_s)$  in formula (23),

```
and go to Step 1 with k = k + 1.
```

**Step 3**: The Agent<sub>1</sub> inputs  $u_k^{N^*}(1)$  of formula (5),

And go to **Step 1** with k = k + 1.

众所周知,系统切换控制一定会伴生抖振问题。 系统抖振发生的本质原因在于模式切换所造成控 制的不连续性。为了减弱系统抖振现象,文献[13] 设计了一种具有迟滞特性的 MPC-可达集碰撞躲避 切换控制算法,即当设定阈值 0<a1<a2 时,由集合 (25)可得 *S*(*a*<sub>1</sub>)和 *S*(*a*<sub>2</sub>),实现系统的抖振减弱。系统模式切换迟滞曲线见图 3,两个集合之间的关联关系如图 2 所示。



Fig. 3 Mode switching hysteresis curve

从图 2 和 3 可以看到,存在着两种不同的切换 碰撞回避模式和轨迹跟踪模式的阈值。因此,基于 这样一种模式切换设计,本文提出一个基于迟滞的 切换算法,如图 4 所示。





以上基于迟滞的切换算法的初始假设是模式 x(0)∉S(a<sub>1</sub>)成立,即假设系统初始控制模式为轨迹 追踪,以下将举例验证其有效性。

## 3 系统验证(System Verification)

假设系统基本参数为:  $v^1 = 1, v^2 = 0.95, \beta = 0.5$ , 初始参考轨迹  $x_2^1 = 0$ 和初始状态为:

$$x(0) = \begin{bmatrix} 2.2\\ 2.0\\ -\pi/2 \end{bmatrix}, \quad x^{1}(0) = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}$$
(26)

**Step 1**: Measure  $x(kT_s)$  of formula (2) at sampling time  $t=kT_s$ .

| 第29卷第8期 | 系统仿真学报                       | Vol. 29 No. 8 |
|---------|------------------------------|---------------|
| 2017年8月 | Journal of System Simulation | Aug., 2017    |

对于 N 维时域计算,所有的权重矩阵 G<sub>i</sub>都是 相同的,即对任意的 i = 1, 2,..., N-1 有 G<sub>i</sub> = G<sub>i+1</sub> 成 立。基于以上初始假设,考虑如下两种类型验证例, 即,简单切换算法和基于迟滞的切换算法的验证。

**验证 1** 对单阈值 *α*=0.05 的简单切换算法如 图 5 展示。图 5(a)展示了车辆 Agent<sub>1</sub> 与 Agent<sub>2</sub>在 绝对坐标系上的轨迹图,以及 Age nt<sub>1</sub> 的横向摆 动路径和 Agent<sub>2</sub> 的追赶路径;图 5(b)揭示了车辆 Agent<sub>1</sub> 与 Agent<sub>2</sub> 输入信号的时间响应情况;由图 5(b)可知,在简单切换算法控制下的 Agent<sub>1</sub>发生了 严重的抖振。接下来观察基于迟滞的切换算法的执 行情况。

**验证 2** 假设阈值 *α*<sub>1</sub>=0.05 和 *α*<sub>2</sub>=0.08,验证 系统的轨迹追踪和抖振降低情况。由图 5(b)与图 6(b)比较可知抖振降低明显。

此外,在验证 2 中还设计了一个智能小车追逐 防撞模型,即车辆 Agent<sub>1</sub> 自主追踪轨迹、避障行 驶;而 Agent<sub>2</sub> 人工控制,产生对 Agent<sub>1</sub> 的主动干 扰,以便于验证基于迟滞的切换控制效率。如图 7 所示,在 α<sub>2</sub>=0.08 时的一部分避障和轨迹追踪行动。 图 7(a)~(d)展示了 Agent<sub>1</sub> 与 Agent<sub>2</sub> 在 7.2~13.6 s 的 部分轨迹,其中大约在 9 s 时系统第一次启动碰撞 躲避模式,此后切换到追踪控制模式。



图 5 在阈值  $\alpha = 0.05$  条件下的系统仿真 Fig. 5 System simulation under threshold  $\alpha = 0.05$ 



(a) Trajectory of two vehicles

(b) Time respones of input signals of two vehicles

图 6 在阈值  $\alpha_1 = 0.05$  和  $\alpha_2 = 0.08$  条件下的系统仿真 Fig. 6 System simulation under threshold  $\alpha_1 = 0.05$  and  $\alpha_2 = 0.08$ 

0.2

0.4

0.4

0.2

0.4

0.4

0.6

0.6

0.6

0.6



Fig. 7 System simulation under threshold  $\alpha_1 = 0.05$  and  $\alpha_2 = 0.08$ 

| 第29卷第8期 | 系统仿真学报                       | Vol. 29 No. 8 |
|---------|------------------------------|---------------|
| 2017年8月 | Journal of System Simulation | Aug., 2017    |

在15.40~22.00 s 范围内系统运动情况如图7(e)~ (h)所示,大约在18.40 s 时系统再一次启动碰撞躲 避模式,然后模式被切换回追踪控制模式。由此验 证了系统控制、碰撞躲避及模式切换的有效性。

# 4 结论(Conclusions)

针对自主车辆非合作动态冲突博弈策略问题, 提出采用形式化的可达集建模与动态非合作博弈 论相结合方法,研究多自主车辆面对非合作博弈条 件下的突发性冲突时,轨迹追踪和避碰的集成控制 方法。

在建立的非合作动态冲突博弈模型中,提出将 无碰撞轨迹追踪控制模式进行模式划分,这种方法 在降低计算成本方面发挥了独立模型计算优势。此 外,由于引入了一种基于迟滞的切换策略,减少了 系统抖振,起到了稳定系统轨迹追踪的目的。

基于自主车辆具有混成系统的特性,通过采用 可达集建模方法,提高了系统对环境的预警能力。

为了构建一个更有效的控制策略和预警机制, 今后将考虑多可达集混合构建控制器的方法研究, 以利于更加全面的表达系统行为。

## 参考文献:

- Kala R. Multi-robot path planning using co-evolutionary genetic programming [J]. Expert Systems with Applications (S0957-4174), 2012, 39(3): 3817-3831.
- [2] 刘小梅,田彦涛,杨茂.基于博弈论的多机器人任务 分配算法 [J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2010, 28(3): 256-263. (Liu Xiaomei, Tian Yantao, Yang Mao. Game theory based multi-robot task allocation algorithm
  [J]. Journal of Jilin University (Information Science Edition), 2010, 28(3): 256-263.)
- [3] 叶晔, 岑豫皖, 谢能刚. 基于博弈论的多移动机器人 聚集任务路径规划 [J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(6): 216-218. (Ye Ye, Cen Yuwan, Xie Nenggang. Path planning of flocking task for multiple mobile robots based on game theory [J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(6): 216-218.)
- [4] 黎波,李磊民. 博弈论的足球机器人进攻策略研究[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(30): 224-226. (Li Bo,

Li Lei-min. Research on soccer robot attack strategy in game theory [J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(30): 224-226.)

- [5] 李光日,黄强,徐乾,等. 基于碰撞危险度的仿人机 器人动态避碰博弈策略 [J]. 长春理工大学学报(自然 科学版), 2012, 35(4): 70-75. (Li Guangri, Huang Qiang, Xu Qian, et al. Game strategy of dynamic collision avoidance for humanoid robots based on the collision risk [J]. Journal of Changchun University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2012, 35(4): 70-75.)
- [6] Manuel J L, Ricardo C, Celeste R, et al. Zero-Sum Nonlinear Polynomial Game for Planar Robots Coordination [J]. IFAC-Papers On Line (S2405-8963), 2015, 48(11): 463-468.
- [7] Hsieh H T, Chu C H. Kernel Recursive Least Squares Function Approximation in Game Theory Based Control
   [J]. Procedia Technology (S2212-0173), 2016, 23: 264-271.
- [8] Baier R, Gerdts M, Xausa I. Approximation of Reachable Sets using Optimal Control Algorithms [J]. Numerical Algebra, Control & Optimization (S2155-3289), 2013, 3(3): 519-548.
- [9] 卜磊. 形式化验证:从混成系统到 CPS [J]. 中国计算机学会通讯, 2013, 9(7): 23-30. (Bu Lei. Formal verification: from hybrid system to CPS [J]. Communications of the CCF, 2013, 9(7): 23-30.)
- [10] 卜磊, 解定宝. 混成系统形式化验证 [J]. 软件学报, 2014, 25(2): 219-233. (Bu Lei, Xie Dingbao. Formal verification of hybrid system [J]. Journal of Software, 2014, 25(2): 219-233.)
- [11] 曹凯,黄肖肖,于云,等. 自主车辆避障安全路径的可达集建模 [J]. 系统仿真学报, 2016, 28(3): 526-533.
  (Cao Kai, Huang Xiaoxiao, Yu Yun, et al. Modeling Method Based on Reachable Set for Safety Path in Autonomous Vehicle Obstacle Avoidance [J]. Journal of System Simulation (S1004-731X), 2016, 28(3): 526-533.)
- [12] Basar T, Olsder G J. Dynamic Non-cooperative Game Theory [M]. Second edition. USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.
- [13] Jorge M Gonçalves, Alexandre Megretski. Global Stability of Relay Feedback Systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control (S0018-9286), 2001, 46(4): 550-562.