

6-4-2020

## Adaptive Fuzzy Robust $H^\infty$ Control of Flexible-joint Space Robot

Lijiao Zhang

*1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; ;2. Collaborative Innovation Center of High End Equipment Manufacturing, Fuzhou 350116, China;*

Chen Li

*1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; ;2. Collaborative Innovation Center of High End Equipment Manufacturing, Fuzhou 350116, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Adaptive Fuzzy Robust $H^\infty$ Control of Flexible-joint Space Robot

### Abstract

**Abstract:** In order to solve the problem of trajectory tracking and vibration suppression control for parameter unknown flexible-joints space robot system, *a joint flexibility compensation controller was introduced to improve the equivalent stiffness of the joint*; by using the singular perturbation method, the system was decomposed into a slow subsystem and a fast subsystem. For the slow subsystem, *the adaptive fuzzy  $H^\infty$  control algorithm was designed*; by using the fuzzy logic system to approximate the system uncertainty, a robust  $H^\infty$  control was used to eliminate the influence of the fuzzy approximation legacy of error to the output tracking error. For the fast subsystem, *the speed difference between the feedback control law was used to suppress the elastic vibration of flexible joints which was caused by system*. Numerical simulation results show that the proposed control algorithm can control the joint tracking of the space robot with flexible joints accurately and steadily, and suppress actively vibration of flexible joints, which proves the validity of the controller.

### Keywords

flexible-joints space robot, joint flexibility compensation controller, adaptive fuzzy,  $H^\infty$  robust control

### Recommended Citation

Zhang Lijiao, Chen Li. Adaptive Fuzzy Robust  $H^\infty$  Control of Flexible-joint Space Robot[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(6): 1223-1228.

柔性关节空间机器人自适应模糊鲁棒  $H_\infty$  控制张丽娇<sup>1,2</sup>, 陈力<sup>1,2</sup>

(1、福州大学机械工程及自动化学院, 福州 350108; 2、福建省高端装备制造协同创新中心, 福州 350116)

**摘要:** 为了解决参数未知情况下柔性关节空间机器人关节运动与关节柔性振动主动抑制的问题。引入一种关节柔性补偿器, 以提高关节的等效刚度; 之后, 采用奇异摄动理论将系统分解为快、慢变子系统。为慢变子系统设计了自适应模糊  $H_\infty$  控制, 用模糊逻辑系统逼近系统不确定项的同时, 采用  $H_\infty$  鲁棒控制项来克服模糊逼近遗留的误差对输出跟踪误差的影响。为快变子系统采用速度差值反馈控制律来抑制关节柔性引起的系统弹性振动。仿真表明, 所设计的控制算法能够精确、稳定地控制空间机器人的关节运动的同时, 主动抑制关节柔性振动; 证实了控制算法的有效性。

**关键词:** 柔性关节空间机器人; 关节柔性补偿器; 自适应模糊;  $H_\infty$  鲁棒控制

中图分类号: TP241

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2017) 06-1223-06

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201706009

Adaptive Fuzzy Robust  $H_\infty$  Control of Flexible-joint Space RobotZhang Lijiao<sup>1,2</sup>, Chen Li<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;

2. Collaborative Innovation Center of High End Equipment Manufacturing, Fuzhou 350116, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of trajectory tracking and vibration suppression control for parameter unknown flexible-joints space robot system, a joint flexibility compensation controller was introduced to improve the equivalent stiffness of the joint; by using the singular perturbation method, the system was decomposed into a slow subsystem and a fast subsystem. For the slow subsystem, the adaptive fuzzy  $H_\infty$  control algorithm was designed; by using the fuzzy logic system to approximate the system uncertainty, a robust  $H_\infty$  control was used to eliminate the influence of the fuzzy approximation legacy of error to the output tracking error. For the fast subsystem, the speed difference between the feedback control law was used to suppress the elastic vibration of flexible joints which was caused by system. Numerical simulation results show that the proposed control algorithm can control the joint tracking of the space robot with flexible joints accurately and steadily, and suppress actively vibration of flexible joints, which proves the validity of the controller.

**Keywords:** flexible-joints space robot; joint flexibility compensation controller; adaptive fuzzy;  $H_\infty$  robust control

## 引言

随着空间技术的发展对空间机器人的要求越



收稿日期: 2015-07-10 修回日期: 2015-11-09;  
基金项目: 国家自然科学基金(11372073, 11072061);  
作者简介: 张丽娇(1989-), 女, 福建宁德, 博士, 研究方向为空间机器人系统动力学与控制; 陈力(1961-), 男, 江西九江, 博士, 教授, 研究方向为空间机器人动力学与控制、多体系统动力学。

来越高, 柔性空间机器人的应用日益广泛<sup>[1-6]</sup>。传统的机器人动力学系统忽略关节柔性已不能满足柔性空间机器人的动力分析和控制的要求。装有行星齿轮传动的空间机器人和应用谐波驱动的轻质空间机器人就具有相当大的关节柔性, 关节柔性会导致机械臂的转动与驱动电机转子的转动角度之间存在着转动误差, 从而影响到控制系统的精度和系统的稳

<http://www.china-simulation.com>

• 1223 •

定性。同时, 关节柔性还会导致机械臂在运动的过程中产生振动<sup>[7]</sup>。因此, 如何建立动力学模型并据此设计高性能控制器以有效的控制柔性关节是空间机器人研究和应用必须面对和解决的问题<sup>[8-12]</sup>。

文献[13]提出了一种自适应算法, 具有简单性和通用性, 并考虑了机器人系统的参数未知和外部扰动问题, 但未考虑关节柔性对机器人控制的影响; 文献[14]将奇异摄动理论用于载体姿态均不受控的漂浮基柔性关节空间机器人中, 从而对其实现了有效控制, 但未考虑参数未知的问题; 文献[15]基于奇异摄动理论提出一个由非线性自适应控制器与一个线性控制器组合而成的复合控制器, 实现了对柔性关节刚度不确定的柔性关节空间机器人的控制, 但未考虑奇异摄动方法受关节柔度限制这一问题。

为了同时实现柔性关节空间机器人运动轨迹的渐近跟踪和抑制由关节柔性引起的系统柔性振动, 采用奇异摄动理论, 将系统分解为慢变子系统和快变子系统。首先, 针对传统的奇异摄动方法受关节柔度限制这一问题, 本文引入一种关节柔性补偿器, 以提高关节的等效刚度, 使关节具有较强的柔性。接着, 针对慢变子系统, 设计了自适应模糊  $H_\infty$  控制算法, 通过设计模糊逻辑系统, 用来逼近系统的不确定性, 对不确定性进行补偿, 其参数自适应调节, 整个闭环系统是 Lyapunov 意义下渐近稳定的; 然后, 设计鲁棒补偿项借助  $H_\infty$  性能指标将逼近误差和外部干扰衰减到期望的程度。最后, 针对快变子系统, 采用速度差值反馈控制律来抑制关节柔性引起的系统弹性振动, 保证系统的稳定性。

## 1 柔性关节空间机器人的动力学模型

考虑作平面运动的自由柔性关节空间机器人的几何模型如图 1 所示。该系统由自由漂浮的本体  $B_0$ , 两个弹性关节  $O_i (i=1,2)$  和两个刚性机械臂  $B_1$ 、 $B_2$  组成,  $x_1$ 、 $x_2$  轴分别为刚性机械臂  $B_1$ 、 $B_2$  的对称轴。

建立惯性坐标系  $(OXY)$  及分体  $B_i (i=0,1,2)$  的连动坐标系  $(O_i x_i y_i)$ , 并假设系统沿  $(X,Y)$  平面作平

面运动; 此外, 图中  $q_0$  为空间站本体姿态的实际转角,  $q_{mi} (i=1,2)$  各关节驱动电机的实际转角,  $q_i (i=1,2)$  为连杆  $B_i$  的实际转角。

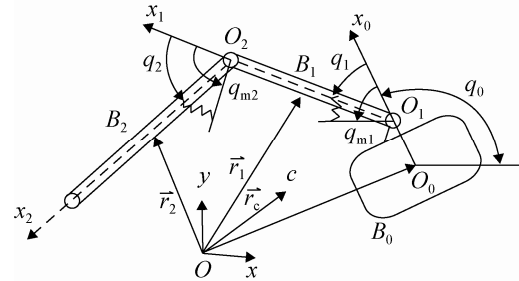


图 1 柔性关节空间机器人系统  
Fig. 1 Flexible-joint space robot system

对具有柔性关节的机器人系统, 根据文献[16]的假设, 机械臂与安装在关节处驱动其运动的驱动电机转子之间的柔性联接可简化为一刚度系数为  $K$  的无惯量线性弹簧, 简化模型如图 2 所示。因此, 当关节  $O_i$  处的电机转子转过角度  $q_{mi}$  时, 由于弹簧弹性力的作用, 关节驱动装置输出转角  $q_{mi}$  与其驱动的机械臂  $B_i$  实际转角  $q_i$  间存在差值, 其差值为:  $\alpha_i = q_{mi} - q_i$ 。因此, 在设计控制器时不得不考虑关节柔性的影响, 这样才能保证此类空间机器人的稳定性。

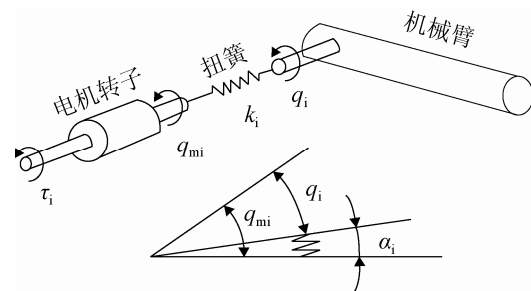


图 2 柔性关节的简化弹簧模型  
Fig. 2 Torsion spring model of flexible-joint

利用拉格朗日法和动量守恒关系, 可导出载体位置和姿态均不受控的柔性关节空间机器人动力学方程:

$$M(q)\ddot{q}_\theta + H(q, \dot{q}_\theta, \dot{q}_m) = u_\theta \quad (1)$$

$$J\ddot{q}_m + u_\theta = u \quad (2)$$

$$u_\theta = K(q_m - q_\theta) \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{q} = [q_0 \quad \mathbf{q}_\theta^T]^T$ ,  $\mathbf{q}_\theta = [q_1 \quad q_2]^T$  为机械臂各连杆转角所组成的列向量,  $\mathbf{q}_m = [q_{m1} \quad q_{m2}]^T$  为各关节驱动电机转角所组成的列向量;  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in R^{2 \times 2}$  和  $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_\theta, \dot{\mathbf{q}}_m) \in R^{2 \times 1}$  分别为机械臂连杆端的正定、对称惯性矩阵及包含科氏力、离心力的列向量;  $\mathbf{J} = \text{diag}(J_1, J_2)$  为驱动电机端的对角、正定惯量矩阵;  $\mathbf{K} = \text{diag}[k_1 \quad k_2]$  为对角形式的系统刚度矩阵,  $k_i$  ( $i=1,2$ ) 为各关节的线性扭转刚度;  $\mathbf{u} \in R^{2 \times 1}$  为由于关节柔性所产生的连杆驱动力矩列向量,  $\mathbf{u}_\theta \in R^{2 \times 1}$  为关节驱动电机实际产生的控制力矩列向量。

## 2 自适应模糊鲁棒 H $\infty$ 控制器设计

### 2.1 基于关节柔性补偿的控制系统模型

针对由(1)式、(2)式和(3)式所确立的柔性关节空间机器人系统, 引入了一种关节柔性补偿器, 以确保传统的奇异摄动在此处的推广运用。选取系统的控制输入规律

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_m + \mathbf{K}_n \mathbf{u}_n \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{u}_m = -\mathbf{K}_c \mathbf{u}_\theta$  为引入关节柔性补偿器,  $\mathbf{K}_c \in R^{2 \times 2}$  为正定柔性补偿矩阵;  $\mathbf{K}_n = \mathbf{K}_c + \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{I} \in R^{2 \times 2}$  为单位矩阵,  $\mathbf{u}_n \in R^{2 \times 1}$  为重新定义的控制输入量。

综合(2)式及(3)式, 并结合(4)式, 可导出

$$\mathbf{J} \mathbf{K}_e^{-1} \ddot{\mathbf{u}}_\theta + \mathbf{u}_\theta = \mathbf{u}_n - \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}}_\theta \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{K}_e = \mathbf{K} \mathbf{K}_n$  为等效刚度矩阵。显然, 只要补偿阵  $\mathbf{K}_c$  选取得当, 等效刚度阵  $\mathbf{K}_e$  将可以被有效地调整至人们所指定的刚度值上。

结合奇异摄动法, 现将控制律  $\mathbf{u}_n$  分解为

$$\mathbf{u}_n = \mathbf{u}_{ns} + \mathbf{u}_{nf} \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{u}_{ns} \in R^{2 \times 1}$  为慢变子系统,  $\mathbf{u}_{nf} \in R^{2 \times 1}$  为快变子系统。

定义奇异摄动正比例因子  $\varepsilon$ , 满足  $\mathbf{K}_e = \mathbf{K}_1 / \varepsilon^2$ ,  $\mathbf{K}_1 \in R^{2 \times 2}$  为正定、对角参数。选取快变子系统控制方法如下

$$\mathbf{u}_{nf} = -\varepsilon \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{u}}_\theta \quad (7)$$

由(7)式可确保如下柔性关节空间机器人快变子系统的稳定性

$$\varepsilon^2 \mathbf{J} \ddot{\mathbf{u}}_\theta + \varepsilon \mathbf{K}_1 \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{u}}_\theta + \mathbf{K}_1 \mathbf{u}_\theta = \mathbf{K}_1 (\mathbf{u}_{ns} - \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}}_\theta) \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{K}_2 \in R^{2 \times 2}$  为正定对角参数。

$\varepsilon$  为一个很小的正比例因子, 即  $\varepsilon \rightarrow 0$ , 柔性关节的刚度系数  $\mathbf{K} \rightarrow \infty$ 。有  $\mathbf{q}_m \approx \mathbf{q}_\theta$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_m \approx \dot{\mathbf{q}}_\theta$ , 此时, 柔性关节等效为刚性。结合(1)式和(8)式, 可导出柔性关节空间机器人的慢变子系统动力学模型

$$\mathbf{M}_s(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}_\theta + \mathbf{H}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_\theta) = \mathbf{u}_{ns} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{M}_s(\mathbf{q}) = \mathbf{M}(\mathbf{q}) + \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{J}$  为正定矩阵,  $\mathbf{H}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_\theta)$  为简化  $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_\theta, \dot{\mathbf{q}}_m)$  后得到的列向量。

整个柔性关节空间机器人的控制目标为设计控制输入  $\mathbf{u}$ , 使系统空间机器人关节能准确追踪期望轨迹并使由关节柔性引起的振动得到控制。首先引入关节柔性补偿器  $\mathbf{u}_m$ , 然后采用奇异摄动理论, 将描写关节刚性运动的慢变子系统  $\mathbf{u}_{ns}$  与描写关节柔性振动的快变子系统  $\mathbf{u}_{nf}$  结合, 最终得到系统的控制输入规律  $\mathbf{u}$ 。

### 2.2 慢变子系统的控制器设计

假设系统(1)有相对度向量, 并且零动态具有指数吸引性质。

设  $\mathbf{x} = [q_{\theta 1} \quad q_{\theta 2} \quad \dot{q}_{\theta 1} \quad \dot{q}_{\theta 2}]^T$  是系统状态向量, 对于给定的期望轨迹  $\mathbf{x}_d = [q_{d1} \quad q_{d2} \quad \dot{q}_{d1} \quad \dot{q}_{d2}]^T$ ,  $\mathbf{q}_d = [q_{d1} \quad q_{d2}]^T$ , 定义跟踪误差为  $\mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}_\theta$ 。将慢变子系统式(9)改写成如下状态空间的形式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_k \mathbf{x} + \mathbf{B} (-\mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{H}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_\theta) + \mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{u}_{ns}) \quad (10)$$

$$\text{式中: } \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

若柔性关节空间机器人系统的状态是完全可测的, 设计一个鲁棒自适应模糊控制器和可调参数的自适应律, 使得整个闭环系统趋于稳定, 式(10)可表示为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_k \mathbf{x} + \mathbf{B} (\Delta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_{ns}) + \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \quad (11)$$

式中:  $\Delta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_{ns}) = -\mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{H}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_\theta) + \mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{u}_{ns} - \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$ 。

控制目标是利用模糊逻辑系统设计自适应控制律, 满足:

- (1) 系统中所涉及的变量有界;
- (2) 跟踪误差  $\mathbf{e}$  取得 H $\infty$  跟踪性能, 即

$$\int_0^T e^T Q e dt \leq e^T(0) P e(0) + \frac{1}{\eta} \theta^T(0) \tilde{\theta}(0) + \rho^2 \int_0^T w^T w dt$$

式中:  $T \in [0, \infty)$ ,  $w \in L_2[0, T]$  是模糊逼近误差;  $Q$  和  $P$  是两个正定矩阵;  $\tilde{\theta} = \theta^* - \theta$  是参数的误差向量;  $\eta > 0, \rho > 0$  是两个给定的参数。

慢变子系统应用模糊逻辑系统构造自适应模糊控制器。模糊逻辑系统为  $\hat{u}(x|\theta)$ , 用它逼近不确定项。

设模糊逻辑系统为

$$\hat{u}(x|\theta) = \sum_{i=1}^N \theta_i \xi_i(x) = \theta^T \xi(x) \quad (12)$$

式中:  $\theta$  为可调参数,  $\xi_i(x)$  为模糊基函数, 定义为

$$\xi_i(x) = \frac{\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j)}{\sum_{i=1}^M [\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j)]} \quad (13)$$

慢变子系统的控制器为

$$u(x) = \hat{u}(x|\theta) + u_d + u_f \quad (14)$$

$$u_d = \ddot{q}_d + K_\delta^T e \quad (15)$$

$$u_f = -\lambda^{-1} B^T P e \quad (16)$$

$u_d$  的选取使系统趋于稳定,  $K_\delta = [a_2, a_1]$  且满足  $\dot{s} + a_2 s + a_1 s = 0$  为 Hurwitz 多项式这个条件。 $u_f$  的选取用来克服逼近误差,  $\lambda > 0$  是一个设计参数。

给定正定矩阵  $Q$ , 确定抑制水平  $\rho > 0$ , 满足条件  $2\rho^2 \geq \lambda$ 。 $P = P^T > 0$ ,  $P$  是满足下面黎卡提方程解的一个正定矩阵。

$$PA + A^T P + Q - 2\lambda^{-1} PBB^T P + \rho^{-2} PBB^T P = 0 \quad (17)$$

式中:  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}$ ,  $a_1, a_2$  选取使得矩阵  $A$  的特征根都在左半开平面内。

定义参数向量  $\theta$  的最优参数为  $\theta^*$ , 则

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Omega} [\sup_{x \in U_c} |\hat{u}(x|\theta) - u^*(x|\theta)|]$$

式中:  $\Omega$  是适当的包含  $\theta$  的有界集。

为了便于分析, 将控制量代入系统(11)式中, 得到误差方程如下形式:

$$\dot{e} = Ae + B\tilde{\theta}^T \xi(x) + Bu_f + Bw \quad (18)$$

式中:  $\tilde{\theta} = \theta^* - \theta$  是参数估计误差, 取参数向量  $\theta$

的自适应律为

$$\dot{\theta} = -\eta e^T PB \xi(x) \quad (19)$$

式中:  $\eta > 0$  是参数的学习律。

为了保证实施控制过程中参数向量  $\theta$  在指定的范围内, 利用投影算子对参数  $\theta$  向量的自适应律进行修正。

定义如下的有界闭集

$$\Omega = \{\theta \mid \|\theta\|^2 \leq M\}, \quad \Omega_\delta = \{\theta \mid \|\theta\|^2 \leq M + \delta\}.$$

式中: 根据实际问题, 确定出设计参数  $M > 0$  和  $\delta > 0$ 。

取参数向量  $\theta$  的调节律为

$$\dot{\theta} = \begin{cases} -\eta e^T PB \xi(x), & \text{if } \theta \in \Omega \text{ or } \theta \in \Omega_\delta \\ & \text{and } e^T PB \xi(x) \leq 0 \\ P_r[-\eta e^T PB \xi(x)], & \text{other} \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $P_r[\cdot]$  为投影算子。

考虑(1)、(2)、(3)式的控制对象, 取控制律  $u_{ns}$  为(14)式, 则设计的控制方案保证如下的性能:

(1)  $q \in \Omega, x, e, u_{ns} \in L_\infty$ 。

(2) 对于给定的抑制水平  $\rho$ , 跟踪误差达到  $H_\infty$  跟踪性能指标。

证明 取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\eta} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (21)$$

求  $V$  对时间的导数得

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} + \frac{1}{2\eta} \dot{\tilde{\theta}}^T \tilde{\theta} + \frac{1}{2\eta} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \quad (22)$$

由于  $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta}$ , 根据(18)式得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} [e^T A^T P e + u_f^T B^T P e + \tilde{\theta}^T \xi(x) B^T P e + \\ & w^T B^T P e + \frac{1}{\eta} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} + e^T P A e + e^T P B u_f + \\ & e^T P B \tilde{\theta}^T \xi(x) + e^T P B w + \frac{1}{\eta} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}] \end{aligned}$$

由(16)式可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} e^T (PA + A^T P - \frac{2}{\lambda} PBB^T P) e + \frac{1}{2} w^T B^T P e + \\ & \frac{1}{2} e^T P B w + \tilde{\theta}^T (e^T P B \xi(x) + \frac{1}{\eta} \dot{\tilde{\theta}}) \end{aligned}$$

根据黎卡提方程(17)式及参数向量  $\theta$  的自适应律(19)式得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2}e^T Qe + \frac{1}{2}\rho^2 w^2 - \\ & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho}B^T Pe - \rho w\right)^T \left(\frac{1}{\rho}B^T Pe - \rho w\right) \leq \\ & -\frac{1}{2}e^T Qe + \frac{1}{2}\rho^2 w^2 \end{aligned} \quad (23)$$

对(23)式从 0 到 T 积分得

$$V(T) - V(0) \leq -\frac{1}{2}\int_0^T e^T Qe dt + \frac{1}{2}\rho^2 \int_0^T w^2 dt$$

由于  $V(T) \geq 0$ , 所以由上式便得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\int_0^T e^T Qe dt & \leq V(0) + \frac{1}{2}\rho^2 \int_0^T w^2 dt = \\ & \frac{1}{2}e^T(0)Pe(0) + \frac{1}{2\eta}\theta^T(0)\tilde{\theta}(0) + \frac{1}{2}\rho^2 \int_0^T w^2 dt \end{aligned}$$

即跟踪误差取得 H $\infty$  控制性能指标。

### 3 仿真算例与分析

为验证上述控制算法的有效性, 将对图 1 所示的柔性关节空间机器人进行动力学数值模拟仿真。利用快变子控制律(7)式、关节运动慢变子控制器(14)式和柔性补偿器所组成的总控制律(4)式对系统进行仿真分析。选取系统惯性参数的真实值为:

$$\begin{aligned} m_0 = 40 \text{ kg}, m_1 = 2 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg}; j_0 = 26.67 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ j_1 = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, j_2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_1 = J_2 = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

第一个和第二个柔性关节驱动电机关节扭转刚度分别为  $k_1 = 100 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$  和  $k_2 = 100 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$ 。

同时, 控制系统相关参数选取如下:  $\lambda = 0.005$ ,  $\rho = 0.05$ ,  $K_c = \text{diag}[10, 10]$ ,  $K_2 = \text{diag}[0.1, 0.1]$ ,  $\varepsilon = 0.01$ ,  $Q = \text{diag}[10, 10]$ ,  $a_1 = a_2 = 4$ 。

假定柔性关节空间机器人系统各连杆关节在关节空间的期望运动轨迹分别为(单位: rad):  $q_{1d} = q_{2d} = \pi/2$ , 且系统初始运动位置为(单位: rad):  $q_0(0) = 1.50$ ,  $q_1(0) = 1.55$ ,  $q_2(0) = 1.50$ ,  $q_{m1}(0) = 1.55$ ,  $q_{m2}(0) = 1.50$ 。

模糊规则定义为:  $R^j$ : 如果  $q_1$  是  $F_1^j$ , 且  $q_2$  是  $F_2^j$ , 则  $y_i$  是  $B^j$  ( $i=1, 2$ )。

选择如下形式的隶属度函数:

$$\begin{aligned} \mu_{F_1^1}(q_1) & = \exp(-(q_1 + 1.25)^2 / 0.72), \\ \mu_{F_1^2}(q_1) & = \exp(-(q_1)^2 / 0.72), \\ \mu_{F_1^3}(q_1) & = \exp(-(q_1 - 1.25)^2 / 0.72) \end{aligned}$$

利用文中所设计的自适应模糊鲁棒 H $\infty$  控制算法对柔性关节空间机器人系统进行计算机模拟仿真运算, 仿真过程全部耗时:  $t = 10 \text{ s}$ 。图 3 是载体位置和姿态均不受控, 系统在施加关节柔性补偿器(实线)和不施加关节柔性补偿器(点划线)的两种情况下, 空间机器人载体姿态角的实际运动轨迹的比较; 图 4 和图 5 可看出, 其控制算法在施加关节柔性补偿器(实线)和不施加关节柔性补偿器(点划线)的两种情况下, 关节角  $q_1$  和  $q_2$  的实际运动轨迹的比较。

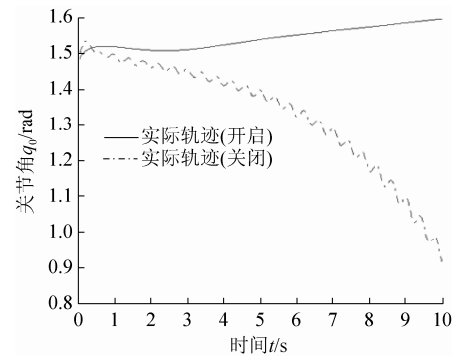


图 3 载体姿态角  $q_0$  的轨迹跟踪图  
Fig. 3 Trajectory tracking of the base attitude angle  $q_0$

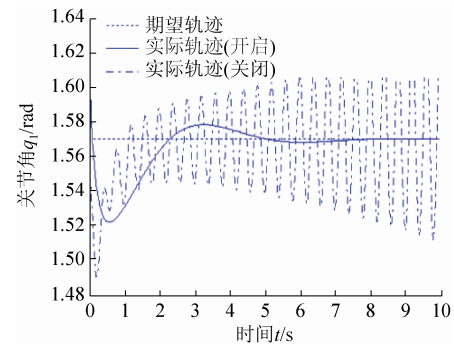


图 4 关节角  $q_1$  的轨迹跟踪图  
Fig. 4 Trajectory tracking of joint angle  $q_1$

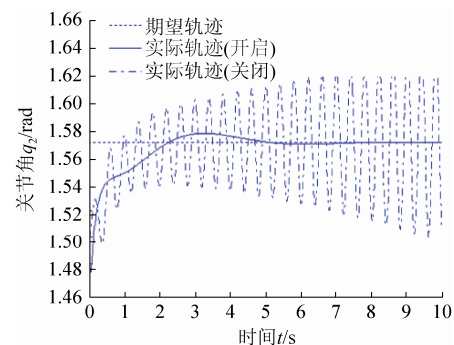


图 5 关节角  $q_2$  的轨迹跟踪图  
Fig. 5 Trajectory tracking of joint angle  $q_2$

仿真结果表明,文中所设计的控制算法能够精确且稳定地跟踪上期望运动轨迹。通过对开启与关闭关节柔性补偿控制器的仿真结果对比可以看出,在关闭关节柔性补偿器的情况下,文中设计的控制算法使得连杆转角  $q_1$ 、 $q_2$  的轨迹跟踪出现较大偏差,传统的奇异摄动法在此处的应用受到限制。文中所设计的控制方案无关节柔性的限制,因此较适用于具有一般柔度的空间机器人系统的控制。

#### 4 结论

本文讨论了参数未知及载体位置和姿态均不控的情况下,柔性关节空间机器人关节运动的控制问题。传统的奇异摄动控制方法仅适用于关节柔度较小的机器人,基于奇异摄动方法,引入一种关节柔性补偿器,提高了关节的等效刚度,并提出了由慢变子系统的自适应模糊鲁棒  $H_\infty$  控制和快变子系统的速度差值反馈控制组成的混合控制律。仿真试验结果证实了关节柔性补偿器引入的必要性,文中所设计的模糊鲁棒控制算法的有效性,并验证所设计的控制算法能抑制参数未知给系统带来的影响,并能达到预期  $H_\infty$  跟踪性能。

#### 参考文献:

- [1] Kumar A, Pathak P, Sukavanam N. Reduced model based control of two link flexible space robot [J]. *Intelligent Control and Automation* (S2153-0653), 2011, 2(2): 112-120.
- [2] 梁捷, 陈力. 柔性空间机械臂的双环积分滑模控制 [J]. *中国机械工程*, 2011, 22(16): 1906-1912. (Liang Jie, Chen Li. Dual-loop integral sliding mode control for flexible space manipulator [J]. *China Mechanical Engineering*, 2011, 22(16): 1906-1912.)
- [3] 王从庆, 石宗坤, 袁华. 自由浮动空间双臂机器人的鲁棒协调控制 [J]. *宇航学报*, 2005, 26(4): 436-440. (Wang Cong-qing, Shi Zong-kun, Yuan Hua. Robust coordinated control of a free-floating dual-arm space robot [J]. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(4): 436-440.)
- [4] 洪在地, 贞超, 陈力. 柔性臂漂浮基空间机器人建模与轨迹跟踪控制 [J]. *机器人*, 2007, 29(1): 92-96. (Hong Zai-di, Yun Chao, Chen Li. Modeling and trajectory tracking control of a free-floating space robot with flexible manipulators [J]. *Robot*, 2007, 29(1): 92-96.)
- [5] Sabatini M, Gasbarri P, Monti R, et al. Vibration control of a flexible space manipulator during on orbit operations [J]. *Acta Astronautica* (S0094-5765), 2012, 73(2): 109-121.
- [6] Pereira E, Aphale S S, Feliu V. Integral resonant control for vibration damping and precise tip-positioning of a single-Link flexible manipulator [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* (S1083-4435), 2011, 16(2): 232-240.
- [7] Elmaraghy H A, Lahdhiri T, Ciuca F. Robust linear control of flexible joint robot systems [J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* (S0921-0296), 2002, 34(4): 335-356.
- [8] Nanos K. On the use of free-floating space robots in the presence of angular momentum [J]. *Intelligent Service Robotics* (S1861-2776), 2011, 4(1): 3-15.
- [9] Lightcap C A, Banks S A. An extended Kalman filter for real-time estimation and control of a rigid-link flexible joint manipulator [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* (S1063-6536), 2010, 18(1): 91-103.
- [10] Park Y J, Wan K C. External torque-sensing algorithm for flexible-joint robot based on Kalman filter [J]. *Electronics Letters* (S0013-5194), 2013, 49(14): 877-878.
- [11] Vakil M, Fotouhi R, Nikiforuk P N. A new method for dynamic modeling of flexible-link flexible-joint manipulators [J]. *Journal of Vibration and Acoustics* (S1048-9002), 2012, 134(1): 14503-14513.
- [12] Yeon J S, Yim J, Park H. Robust control using recursive design method for flexible joint robot manipulator [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology* (S1738-494X), 2011, 25(12): 3205-3213.
- [13] Koofigar H R. Adaptive tracking with external force disturbance rejection for uncertain robotic systems [J]. *International Journal of Control Automation and Systems* (S1598-6446), 2014, 12(1): 169-176.
- [14] 陈志勇, 陈力. 漂浮基带柔性铰空间机器人的动力学建模及奇异摄动控制研究 [J]. *中国机械工程*, 2011, 18(22): 2151-2155. (Chen Zhi-yong, Chen Li. Study on dynamics modeling and singular perturbation control of free-floating space robot with flexible joints [J]. *China Mechanical Engineering*, 2011, 18(22): 2151-2155.)
- [15] Ulrich S, Sasiadek J Z, Barkana I. Nonlinear adaptive output feedback control of flexible-joint space manipulators with joint stiffness uncertainties [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics* (S0731-5090), 2014, 37(6): 1961-1975.
- [16] Spong M W. Modeling and control of elastic joint robots [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control* (S0022-0434), 1987, 109(4): 310-319.