

6-3-2020

## Coverage Path Planning Algorithm Based on Centroidal Power Diagram

Liping Zheng

*School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;*

Yajun Cheng

*School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;*

Lu Chang

*School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;*

Ting Liao

*School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Coverage Path Planning Algorithm Based on Centroidal Power Diagram

### Abstract

**Abstract:** Coverage path-planning algorithm is widely used in mobile sensor networks, multi-robot system, and other fields. The coverage path planning algorithm based on CCCPD(Centroidal Capacity Constrained Power Diagram) was studied. *The classical Lloyd based generating method for Centroidal Power Diagram was extended to PD-Lloyd algorithm, which could be used for path-planning. Two optimizing strategies were proposed to enhance the credibility of the PD-Lloyd algorithm by considering the physical moving characteristics of individuals in the real scene.* Experiments prove that the proposed algorithm has advantages of well stability and inherent collision-free characteristic, and can generate more optimal motion path.

### Keywords

Power diagram, coverage path planning, Lloyd method, crowd simulation

### Recommended Citation

Zheng Liping, Cheng Yajun, Lu Chang, Liao Ting. Coverage Path Planning Algorithm Based on Centroidal Power Diagram[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(5): 1120-1124.

## 质心 Power 图下覆盖路径规划算法

郑利平, 程亚军, 路畅, 廖婷

(合肥工业大学计算机与信息学院, 安徽 合肥 230009)

**摘要:** 覆盖路径规划算法广泛应用于移动传感网络、群机器人系统等领域。研究基于质心容量限制 Power 图下的覆盖算法, 对经典 Lloyd 方法进行扩展, 在生成质心 Power 图的 Lloyd 算法基础上, 改进后得到可用于路径规划的 PD-Lloyd 算法, 考虑实际场景中个体移动的物理特性, 给出两种优化策略, 以增强算法效果和可信性。实验证明: 该算法稳定性好, 具有内在避碰特性, 能产生较优的运动路径。

**关键词:** Power 图; 覆盖路径规划; Lloyd 方法; 人群仿真

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2017) 05-1120-06

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201705025

### Coverage Path Planning Algorithm Based on Centroidal Power Diagram

Zheng Liping, Cheng Yajun, Lu Chang, Liao Ting

(School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** Coverage path-planning algorithm is widely used in mobile sensor networks, multi-robot system, and other fields. The coverage path planning algorithm based on CCCPD (Centroidal Capacity Constrained Power Diagram) was studied. The classical Lloyd based generating method for Centroidal Power Diagram was extended to PD-Lloyd algorithm, which could be used for path-planning. Two optimizing strategies were proposed to enhance the credibility of the PD-Lloyd algorithm by considering the physical moving characteristics of individuals in the real scene. Experiments prove that the proposed algorithm has advantages of well stability and inherent collision-free characteristic, and can generate more optimal motion path.

**Keywords:** Power diagram; coverage path planning; Lloyd method; crowd simulation

## 引言

群体仿真技术是计算机图形学和计算机动画领域的热点研究问题, 在虚拟场景建模、电影动画、机器人控制等领域有广泛应用。随着虚拟现实技术的发展, 以及三维场景快速建模技术的进步, 人群仿真要求更加趋于真实和智能化, 群体路径规划问

题得到广泛研究。从宏观角度看, 人群仿真可看作人群整体移动过程中通过全局导航引导群体的形变、分割和合并<sup>[1]</sup>。微观上, 人群仿真要处理个体与个体以及个体与障碍物之间的交互, 如实现避碰和运动重定向, 这些交互来源于个体对附近局部区域环境信息的分析和决策<sup>[2]</sup>。路径规划算法的优劣直接影响到人群仿真的可信性和效率, 面向各种需求研究高效的路径规划算法是实现智能仿真的有效手段。

虚拟人群路径规划方法中最广为人知的是 A\* 算法。文献[1]采用 A\* 算法并结合三角导航网在完



收稿日期: 2015-04-30 修回日期: 2015-08-06;  
基金项目: 国家自然科学基金(61300118), 安徽省科技强警项目(1401b042009);  
作者简介: 郑利平(1978-), 男, 湖北, 博士, 教授, 研究方向为可视化、群体和疏散仿真; 程亚军(1990-), 男, 安徽, 硕士生, 研究方向为群体仿真。

<http://www.china-simulation.com>

• 1120 •

成路径规划的同时保持人群整体的协调性和稳定性; 文献[3]提出基于 A\* 的改进算法, 充分考虑复杂环境下的地形因素, 提高了仿真运动的真实性和实时性。路径规划的一般方法还有路线图法、势场法、单元分割法等。文献[4]提出的自适应弹性路线图(AERO, Adaptive-Elastic ROadmaps)在发生障碍物避碰和个体相互作用时自适应地调整路线图; 文献[5]提出概率路线图(PRMs, Probabilistic Roadmaps)通过学习和查询两个阶段解决静态工作空间下的机器人运动规划问题。文献[6-7]引入社会势场以对目标点的吸引力和对障碍物的排斥力达到路径导航和避碰的目的。

Cortés<sup>[8]</sup>提出一种基于质心 Voronoi 图<sup>[9]</sup>(Centroidal Voronoi Tessellation, CVT)的全局覆盖路径规划算法(Coverage Path Planning), 采用 Lloyd<sup>[10]</sup>下降法来规划个体路径, 驱动群体慢慢趋近于特定的 CVT 划分。该算法可应用于群机器人覆盖某个领地等应用中, 还可引入密度函数来表征领地属性。受该文献启发, 本文研究基于质心的容量限制 Power 图(Centroidal Capacity Constrained Power Diagram, CCCPD)覆盖路径算法, 提出 Power 图下的 Lloyd 算法, 并考虑实际场景中个体移动的物理特性给出两种优化策略, 以增强算法效果和可信性。

## 1 基于质心的容量限制 Power 图

### 1.1 Power 图与容量限制

Power 图<sup>[11]</sup>是一种加权 Voronoi 图, 每个站点被赋予权值, 给定权值集合  $W = \{w_i\}_{i=1}^n$ , 二维欧式空间区域  $Q \in R^2$ , 则站点集  $S = \{s_i\}_{i=1}^n$  的一个 Power 图  $P(S) = \{p_i\}_{i=1}^n$  满足:

$$p_i(s_i, w_i) = \{y \in Q \mid \|y - s_i\|^2 - w_i \leq \|y - s_j\|^2 - w_j\} \quad (1)$$

式中:  $j=1, 2, \dots, n, j \neq i$ ,  $p_i \cap p_j = \emptyset$  且  $\bigcup_{i=1}^n p_i = Q$ 。

在光滑密度场  $\rho(x)$  中定义 Power 单元容量  $|p_i(s_i, w_i)|$  为:

$$|p_i(s_i, w_i)| = \int_{x \in p_i(s_i, w_i)} \rho(x) dx \quad (2)$$

权值直接影响 Power 边界与站点的距离, 使 Power 单元容量大小可控。如果对每个 Power 单元容量加以限制, 便得到容量限制的 Power 图(CCPD, Capacity Constrained Power Diagram), 给定容量限制集合  $C = \{c_i\}_{i=1}^n$ , 定义能量函数:

$$E_{CCPD}(S, W) = \sum_{i=1}^n (|p_i(s_i, w_i)| - c_i)^2 \quad (3)$$

当  $E_{CCPD} = 0$  时, 称此时的区域划分是严格满足容量限制的 Power 图。

对 CCPD 施加质心约束, 令所有站点位于其 Power 单元质心处, 即得到 CCCPD, 质心通过公式(4)计算获得:

$$z_i = \frac{\int_{p_i(s_i, w_i)} x \rho(x) dx}{\int_{p_i(s_i, w_i)} \rho(x) dx} \quad (4)$$

Balzer<sup>[12]</sup>提出连续域下容量限制 Power 图的生成算法, 通过逐次迭代修正站点权值, 使站点逐步逼近质心, 最终全局满足容量限制, 并验证了 CCCPD 的收敛性。

### 1.2 基于离散 Lloyd 方法的 CCCPD 生成算法

Lloyd 方法是求解 CVT 的经典方法, 同样适用于 CCCPD, 称之为 PD-Lloyd。离散 Lloyd 方法在离散的时间片移动站点位置, 并更新区域划分<sup>[12]</sup>。

对于固定约束区域内的  $n$  个站点  $S = \{s_i\}_{i=1}^n$ , 权值集  $W = \{w_i\}_{i=1}^n$ , 容量限制集  $C = \{c_i\}_{i=1}^n$ , PD-Lloyd 算法步骤如下:

Step 1 初始化站点位置  $S' = S$ , 所有站点权值置零  $W = 0$ ;

Step 2 固定站点权值  $W$ , 按公式(4)求解每个 Power 单元的质心, 记为  $Z = \{z_i\}_{i=1}^n$ 。

Step 3 所有个体由  $S'$  移动至  $Z$ ,  $S' \rightarrow Z$ ;

Step 4 更新 Power 图;

Step 5 固定站点位置  $S'$ , 依次遍历所有站点, 试探改变权值, 在其他站点权值不变情况下, 使该

站点正好满足容量限制。由此所有试探得到的权值集合得到新的权值集  $W'$ ;

Step 6 若  $W'=W$ , 则全局满足容量限制, 跳转到 Step 7, 否则令  $W=W'$ , 更新 Power 图, 并跳转到 Step 2;

Step 7 最终生成 CCCPD。

## 2 覆盖规划算法及其策略

文中 1.2 节给出了 CCCPD 生成算法, 即是 PD-Lloyd。同文献[8]类似, 该生成算法可以用来作为路径规划算法, 驱动群体最终覆盖至一个 CCCPD 剖分, 从而完成诸如领地覆盖等任务。我们只需要改造 PD-Lloyd 算法的 Step 3, 使之满足个体运动特性限制。本节将给出 PD-Lloyd 覆盖路径算法, 并提出两种优化策略。

假设群体初始状态时在给定的约束边界内随机分布, 群体在慢慢趋近于 CCCPD 剖分过程中, 通过容量约束将目标区域划分为多个 Power 单元, 称其为个体空间。需预先给定个体空间的限制大小  $C = \{c_i\}_{i=1}^n$ , 只要存在个体  $s_i$ , 其个体空间容量大小  $|p_i(s_i, w_i)| > (\text{或} <) c_i$  时, 相应地减小(或增大)个体权值  $w_i$ , 重新划分个体空间, 直到所有个体满足容量限制。同时利用 Lloyd 方法规划个体移动路径, 在每次更新 Power 图之前, 使个体移动到其个体空间的质心处。最终群体分布向 CCCPD 剖分收敛。

在上述过程中, 不同个体与其 Power 区域质心的距离不同, 甚至存在较大的差异, PD-Lloyd 算法使所有个体同时抵达质心, 由于未考虑个体移动速度限制, 可能会得到不真实的结果。假定个体移动速度约束在某范围内, 且尽量保持匀速运动, 下文从虚拟人群仿真的角度, 提出等待和不等待两种策略来优化个体移动。

### 2.1 等待策略(Waiting Strategy)

PD-Lloyd 方法在离散时间进行迭代, 相应地所有个体需要从当前位置向新的质心位置移动。考虑每个个体离质心位置差异很大, 当某个个体到达

质心位置后, 让其等待, 直到所有个体都就位后再更新 CCCPD, 即是等待策略。

假设 PD-Lloyd 算法在某次迭代中, 经过 Step 6 尚未满足全局容量限制, 更新 Power 图并跳转到 Step2 计算出质心集  $Z = \{z_i\}_{i=1}^n$ 。设个体匀速步长为  $s$ , 定义  $L_i$  为个体  $s_i$  当前位置到质心位置  $z_i$  的二维矢量, 则在一个仿真步长内, 个体  $s_i$  移动:

$$s_i = s_i + s \times L_i / \|L_i\| \quad (5)$$

若有  $\|L_i\| < s$ , 则个体直接移至质心, 并且后续保持位置不变, 进入等待阶段, 即:

$$s_i = z_i \quad (6)$$

当所有个体都移动至质心时, 本次迭代结束, 转入下一步迭代。此时 PD-Lloyd 等待策略见算法 1 描述, 将该算法替换 Step3 即可得到完整算法。

算法 1: Waiting Strategy for PD-Lloyd.

输入: 某次迭代时个体位置集  $S = \{s_i\}_{i=1}^n$

某次迭代时质心集  $Z = \{z_i\}_{i=1}^n$

步长  $s$

1. repeat
2. status := true;
3. foreach site  $s_i \in S$  do
4. 计算矢量  $L_i := z_i - s_i$ ;
5. if ( $\|L_i\| > s$ )
6. status := false;
7. 按公式(5)移动  $s_i$ ;
8. else
9. 按公式(6)移动  $s_i$ ;
10. end if
11. end for
12. until status = true

### 2.2 不等待策略(No Waiting Strategy)

上节等待策略中个体保持匀速控制且不改变 Lloyd 方法的迭代原则, 由于个体距离质心位置存在差异, 提前就位的个体被迫停止等待, 为了使全部个体保持运动, 本节提出一种不需所有个体抵达质心位置的快速迭代策略, 考虑一旦有个体就位立即更新 Power 图。即如果  $\exists s_i$ , 满足  $s_i = z_i$ , 该个体不进入等待阶段, 而是以当前所有个体位置更新

Power 图。进一步考虑个体与质心的距离关系发现, 若个体与质心的距离  $L_i$  始终小于  $s$ , 会引起不必要的频繁迭代, 因此每次迭代开始时不考虑  $\|L_i\| < s$  的个体, 当有其他个体抵达质心位置时更新 Power 图, 保证快速迭代的同时大部分个体持续移动, 减少停滞。

与等待策略相同, 该策略保持匀速控制, 设个体匀速步长为  $s$ , 在算法 1 的基础上修改如下。用算法 2 替换 PD-Lloyd 算法的 STEP 3 即可得到完整算法。

算法 2: No Waiting Strategy for PD-Lloyd

输入: 某次迭代时个体位置集  $S = \{s_i\}_{i=1}^n$

某次迭代时质心集  $Z = \{z_i\}_{i=1}^n$

步长  $s$

1. repeat
2.     status := false;
3.     foreach site  $s_i \in S$  do
4.         计算矢量  $L_i := z_i - s_i$ ;
5.         if ( $\|L_i\| > s$ )
6.             按公式(5)移动  $s_i$ ;
7.         else
8.             status := true;
9.         按公式(6)移动  $s_i$ ;
10.        endif
11.     endfor
12.     until status = true

### 3 实验结果

本文采用的实验环境为: Microsoft Windows XP 操作系统, Intel Core i5 2.80 GHz CPU, 4.00GB 内存, Nvidia Geforce GTX 465 显卡。编译环境为 Microsoft Visual Studio 2008, 运行环境库为 CGAL-3.5.1。

下面给出多个 PD-Lloyd 路径规划的实例。图 1~3 是采用等待策略的实验结果, 图 4~6 是不等待策略获得的结果。

图 1 中黑色小点代表人群中的个体, 每个个体位于自己个体空间中, 个体空间的交线用黑色线段表示。图 1(a)中, 初始时 10 个个体随机分布在矩形区域内, 将区域划分为互不相交的 10 个 Voronoi

单元; 采用等待策略, 个体根据算法 1 移动, 图 1(b)绘制出个体 PD-Lloyd 的移动轨迹, 图 1(c)是群体分布收敛到的 CCCPD 图。

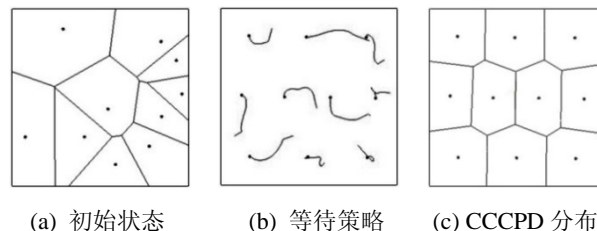


图 1 矩形约束区域下 10 个个体的轨迹效果图

Fig. 1 Coverage path planning of a crowd with 10 individuals

图 2 中将约束区域换成圆形, 设定 25 个个体随机分布在圆形区域内, 采用等待策略, 图 2(a)是初始状态下的个体随机分布图, 图 2(b)是个体按照 PD-Lloyd 算法的运动轨迹, 图 2(c)是群体分布收敛到 CCCPD 图。

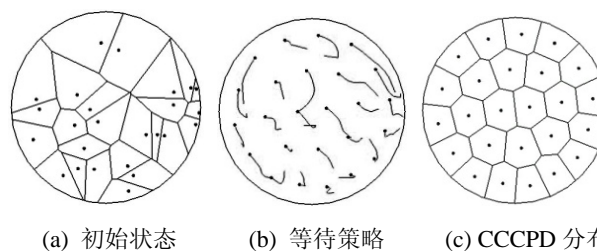


图 2 圆形约束区域下 25 个个体的轨迹效果图

Fig. 2 Coverage path planning of a crowd with 25 individuals

PD-Lloyd 算法也能适应非凸形状的约束区域。图 3 是一个例子, 约束区域为五角星形, 22 个个体初始随机分布在区域内; 图 3(b)是采用等待策略的 PD-Lloyd 算法形成的轨迹图; 群体分布收敛到 CCCPD 图如图 3(c)所示。

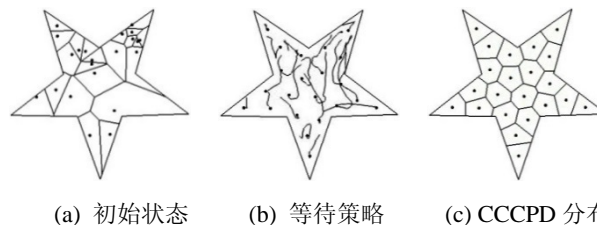


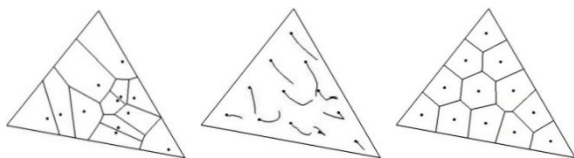
图 3 五角星形约束区域下 22 个个体的轨迹效果图

Fig. 3 Coverage path planning of a crowd with 22 individuals

图 4 是包含 12 个个体的三角形约束区域, 初



始状态为 12 个互不相交 Voronoi 单元, 如图 4(a) 所示; 图 4(b) 是根据不等待策略得到的轨迹图; 最后收敛到 CCCPD 的群体分布如图 4(c) 所示。

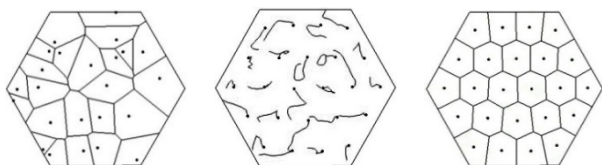


(a) 初始状态 (b) 不等待策略 (c) CCCPD 分布

图 4 三角形约束区域下 12 个个体的轨迹效果图

Fig. 4 Coverage path planning of a crowd with 12 individuals

图 5 采用六边形作为约束区域, 图 5(a) 为初始状态下 25 个个体的随机分布图; 采用不等待策略的轨迹图如图 5(b) 所示; 最后群体收敛到图 5(c) 所示的 CCCPD 分布。



(a) 初始状态 (b) 不等待策略 (c) CCCPD 分布

图 5 六边形约束区域下 25 个个体的轨迹效果图

Fig. 5 Coverage path planning of a crowd with 25 individuals

图 6 是花形的非凸约束区域, 30 个个体随机分布在该区域内; 采用不等待策略产生的路径如图 6(b) 所示; 最后群体分布收敛到 CCCPD。



(a) 初始状态 (b) 不等待策略 (c) CCCPD 分布

图 6 花形约束区域下 30 个个体的轨迹效果图

Fig. 6 Coverage path planning of a crowd with 30 individuals

以图 6 花形约束区域为例, 图 7 对比了由 10 个个体组成的群体在两种策略下形成的轨迹图。图中最顶端为人工指定的初始位置分布图, 左右两侧由上至下分别为采用了等待和不等待策略形成的轨迹图, 最终均收敛到 CCCPD 分布。可以看出,

右侧覆盖路径相对于左侧更加光滑, 原因在于不等待策略以缩短停滞时间、增加迭代次数为代价优化个体覆盖路径。此外, 对比两种策略下最终生成的 CCCPD 分布图, 可见个体之间相对位置保持不变, 不同的优化策略并未影响群体分布, 保持了队形的一致性。

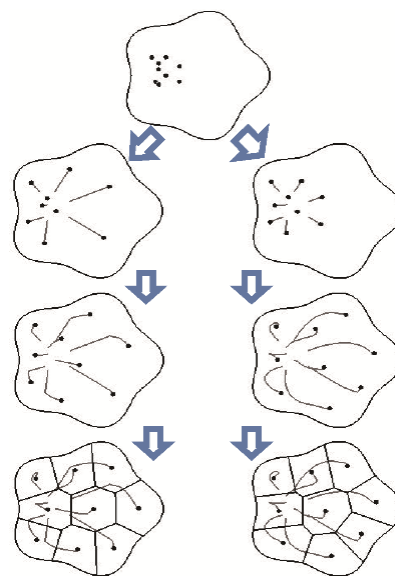


图 7 两种策略的对比

Fig. 7 Comparison of the proposed two strategies.

## 4 结论

本文研究质心约束的容量限制 Power 图下的覆盖路径规划算法, 提出基于 PD-Lloyd 算法的两种优化策略。实验结果表明该算法效果良好, 未来将进一步研究路径平滑处理、环境障碍避免等关键问题。

## 参考文献:

- [1] Huang T, Kapadia M, Badler N I, et al. Path planning for coherent and persistent groups [C]// Robotics and Automation (ICRA), 2014 IEEE International Conference on. USA: IEEE, 2014: 1652-1659.
- [2] 任治国, 盖文静, 金嘉磊, 等. 面向动态场景视频的虚拟行人路径规划 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2013, 25(4): 433-441. (Ren Z G, Gai W J, Jin J L, et al. Dynamic Path Planning of Virtual Pedestrian in a Real Scene Video [J]. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2013, 25(4): 433-441.)

(下转第 1131 页)