

6-3-2020

## Pedestrian Flow Simulation Model Based on Potential Grid and Its Application to Lane Formation Phenomenon

Le Fang

*1. Sino-French Engineering School, Beihang University, Beijing 100191, China; ;*

Xuefu Jin

*1. Sino-French Engineering School, Beihang University, Beijing 100191, China; ;*

Siyuan Wang

*1. Sino-French Engineering School, Beihang University, Beijing 100191, China; ;*

Wang Ying

*2. Transportation Science and Engineering Department, Beihang University, Beijing 100191, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Pedestrian Flow Simulation Model Based on Potential Grid and Its Application to Lane Formation Phenomenon

## Abstract

*Abstract: By combining macro characteristics in fluid mechanics model and micro characteristics in social force model together, and using Dijkstra algorithm to establish a potential function covering the whole field of simulation, with the guidance of Smoothed Particle Hydrodynamics, a new model was created in order to keep both macroscopic and microscopic characteristics during the process of simulation. This new model was verified by evacuation simulation in a music hall. Using this model, lane formation phenomena was reproduced. The definition of lane formation ratio makes it possible to analyze variations and causes of this typical self-organization phenomena, providing us with new tools for quantitative pedestrian simulation studies.*

## Keywords

pedestrian flow simulation, potential function, SPH, lane formation phenomenon, lane formation ratio

## Recommended Citation

Fang Le, Jin Xuefu, Wang Siyuan, Wang Ying. Pedestrian Flow Simulation Model Based on Potential Grid and Its Application to Lane Formation Phenomenon[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(4): 714-722.

## 基于势能网格的人群流动模型及其在渠化效应中的应用

方乐<sup>1</sup>, 金雪夫<sup>1</sup>, 王思远<sup>1</sup>, 王颖<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学中法工程师学院 北京 100191; 2. 北京航空航天大学交通科学与工程学院 北京 100191)

**摘要:** 将宏观流体力学模型中的一些特性和微观社会力模型的部分特征融合起来, 利用 Dijkstra 算法建立覆盖全场的势函数分布, 进而建立了一种新的人群流动模型, 利用光滑粒子流体动力学的思想指导运动过程, 使得模拟的过程兼具宏观和微观特性。该模型在模拟某音乐厅散场算例中得到了验证, 也成功重现了渠化效应现象。针对渠化效应这一典型的人群流动自组织现象提出了渠化效率这一概念, 分析了它的变化特性与影响因素, 为今后进一步的定量理论研究提供了工具。

**关键词:** 人群流动模拟; 势函数; 光滑粒子流体动力学; 渠化效应; 渠化效率

中图分类号: U121, TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2017) 04-0714-09

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201704003

## Pedestrian Flow Simulation Model Based on Potential Grid and Its Application to Lane Formation Phenomenon

Fang Le<sup>1</sup>, Jin Xuefu<sup>1</sup>, Wang Siyuan<sup>1</sup>, Wang Ying<sup>2</sup>

(1. Sino-French Engineering School, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Transportation Science and Engineering Department, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** By combining macro characteristics in fluid mechanics model and micro characteristics in social force model together, and using Dijkstra algorithm to establish a potential function covering the whole field of simulation, with the guidance of Smoothed Particle Hydrodynamics, a new model was created in order to keep both macroscopic and microscopic characteristics during the process of simulation. This new model was verified by evacuation simulation in a music hall. Using this model, lane formation phenomena was reproduced. The definition of lane formation ratio makes it possible to analyze variations and causes of this typical self-organization phenomena, providing us with new tools for quantitative pedestrian simulation studies.

**Keywords:** pedestrian flow simulation; potential function; SPH; lane formation phenomenon; lane formation ratio

## 引言

在城市交通体系中, 行人是不可缺少的一个组成部分。随着近年来城镇化的加快, 有限的城市公

共空间中人群流动的频度和密度较以往都有了大幅增长, 由人群拥挤和碰撞造成的严重踩踏事故也时常见诸报端。如何设计道路、建筑物等公共场合的布局以便更好地引导人群的流动, 使得疏散过程更加安全高效, 一直以来都是学术界研究的热门问题。利用已有的人群流动模型对疏散场景进行重现, 观察不同的布局对疏散结果的影响, 可以避免不合理的场馆设计, 优化疏导方法, 减少由于拥挤、碰撞而导致生命财产损失。



收稿日期: 2015-06-30 修回日期: 2016-07-11;  
基金项目: 国家自然科学基金(11572025, 11202013, 31271100);

作者简介: 方乐(1983-), 男, 安徽歙县, 博士, 副教授, 研究方向为计算流体力学; 金雪夫(1991-), 男, 吉林榆树, 硕士, 研究方向为人群流动模拟。

<http://www.china-simulation.com>

• 714 •

行人运动的随机性较强, 没有明显的规律, 但在宏观角度进行统计, 依然可以从观察到的现象中分析并总结出一系列规律并以此构建模型, 这是人群流动模拟的基本思路。目前模拟人群流动的模型大体上可以分成两类: 宏观模型和微观模型<sup>[1-2]</sup>。

在宏观模型中, 流体力学模型是最具有代表性的<sup>[3]</sup>。此类模型忽略个体间的差异, 将行人视为质点, 主要依托现有流体力学的研究成果与连续介质理论, 来推导人流的密度与速度的关系。遗憾的是宏观模型是建立在将人当作连续流体的假设上, 因此仅在高密度人群模拟时有较好的表现, 此外该模型并没有考虑到个体行人之间的相互影响, 也无法应用于模拟区域中有建筑物的情况。

与此相对的是微观模型, 如社会力模型<sup>[4]</sup>、磁场力模型<sup>[5]</sup>、元胞自动机模型<sup>[6]</sup>等。此类模型将建模重心放在个体上, 从微观角度对每个人的行为进行详细的定义, 每个个体的行为共同决定宏观上最终的流动趋势。

社会力模型是较典型的连续性微观模型, 在 1995 年由 Helbing 首先提出<sup>[3]</sup>。社会力模型认为组成人群的个体具有思考和对周围环境做出反应的能力, 把人的主观愿望, 人与人之间的相互关系以及人与环境之间的相互影响用社会力的概念来描述。该模型的数学解析公式可以精确地描述各层次的作用力, 更加接近真实情况。然而在行人密度较大时, 原始的社会力模型给出的结果与实际情况并不完全相符, 因而必须加以修正<sup>[1]</sup>。

此外, 元胞自动机、格子气模型<sup>[7]</sup>等离散型微观模型因规则简单, 运算速度快, 被广泛用于大规模仿真场景, 但由于它们离散的特性, 也导致了它们在小范围模拟的精度上有所欠缺。

总的来说, 宏观模型通常用来仿真流动群体密度高时的拥挤现象, 忽略了个体差异对行人运动的影响, 而微观模型则可以对行人流的详细描述, 和宏观模型互补。两者各自都有一定的局限性, 但两者绝不是对立的。近年来, 随着相关研究的深入, 新的模型在碰撞规避机制<sup>[8]</sup>、

路线规划机制<sup>[9]</sup>、行进朝向机制<sup>[10]</sup>、高密度条件<sup>[11]</sup>等方面都取得了较新进展, 宏观、微观模型之间的界限也已经不那么明显, Lin 等人将源自社会力模型的防碰撞机制同或人为干预或自动提取的引导场相结合, 建立了一种适用于 10 万人规模高密度人流模拟的新模型, 并将之成功应用于地铁疏散、渠化效应等多个场景<sup>[12-13]</sup>。本文即将介绍的工作, 也试图构建一座联通宏观模型和微观模型的桥梁, 吸取流体力学模型和社会力模型各自的一些基本规则, 构建一个种新的宏微观联合计算模型来对人群流动进行模拟。

## 1 数值方法简述

### 1.1 宏观构架

本模型是建立在流体力学模型的一个重要假设上: 人是具有思维的“流体”, 对自身的前进目标和实现目标的过程及程度会有相对合理的判断, 能够根据目前人群的流动状态粗略估计前往目标的剩余距离与所需时间<sup>[14]</sup>。这样便可以引入“势”的概念, 用来表示人对自身前往目标的一种度量。“势”越大表明离目的地越远。这样, 行人为了以最短的时间到达目的地, 必然会沿垂直于等势线的方向前进, 以便更快地接近目标。

此外本模型还基于流体力学模型的另一个结论: 行人的运动速度随着当地人群密度的增大而减小。这一结论也符合实际经验。速度与当地密度之间的关系有很多种公式表示, 在本模型中选取较常用的线性函数<sup>[15]</sup>。基于这一假设,

$$V(\rho) = \begin{cases} A - B\rho & 0 \leq \rho \leq \rho_{\max} \\ 0 & \rho > \rho_{\max} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\rho$  是当地的人群密度;  $V(\rho)$  是速度关于密度的函数;  $A$  是人群密度为 0, 即空旷环境下行人能达到的最大速度;  $B$  是一个常值系数。当  $\rho$  较大接近  $\rho_{\max}$  时,  $V(\rho)$  趋近于 0, 即此时人群密度过大造成了拥堵。为防止  $\rho$  过大使  $V(\rho)$  变为负值, 人为规定分段函数的另一部分恒为 0。当然, 利用这个关系式求出来的速度只是理想状态下行人主观上能

够达到的最大速度，称之为期望速度。在模拟过程中由于行人相互排斥、碰撞等客观因素的存在，真实的速度往往小于这一理想值。当行人的实际速度与期望速度之间有偏差的时候，行人会不断调整自己的实际速度使之趋近于期望速度，以便在最短的时间内到达目的地。

### 1.1.1 密度的计算

可见，密度的计算在本模型中占有重要的地位。为计算某行人所在位置的人群密度，比较直观的做法是以此人为中心，以某一单位长度  $r$  为半径画圆，圆内的行人个数即为该点的密度。然而在本模型中，为更精确地描述运动过程，在计算某位置人群密度的时候采用了各向异性模型，即在以行人  $A$  为中心， $r$  为半径的圆内，位于  $A$  正前方的  $C$  相较于侧前方的  $B$  在计算密度时有着更高的权重。这一设定也符合生活经验：行走时，正前方的行人总是比侧向的行人有更大的影响。当行人位于  $A$  正后方  $120^\circ$  范围的扇形区域内时，基本上不会对  $A$  产生影响，因此位于此处的行人不计入  $A$  的密度。

将行人  $A$  正前方权重设为 2，以正前方为参考线，左右各  $120^\circ$  处权重设为 0，中间区域设置成相对于参考线夹角余弦值的线性函数，那么  $A$  所处位置行人密度  $\rho$  满足以下关系：

$$\rho = \sum_{i \in D(A)} \Delta\rho \tag{2}$$

$$\Delta\rho = \begin{cases} \frac{4}{3} \cos \langle \vec{r}_{AB}, \vec{V}_A \rangle + \frac{2}{3}, & -\frac{1}{2} \leq \cos \langle \vec{r}_{AB}, \vec{V}_A \rangle \leq 1 \\ 0, & -1 \leq \cos \langle \vec{r}_{AB}, \vec{V}_A \rangle \leq -\frac{1}{2} \end{cases} \tag{3}$$

公式(2)中的  $D(A)$  是行人  $A$  的密度计算域， $\Delta\rho$  是计算域中每个行人所占的比重。这里计算出的期望速度是一个标量，反映的是行人在当地人群密度下能够达到的最大速度的模，而期望速度的方向则需要借助“势函数”来计算。

### 1.1.2 网格化与势函数的分布

上一小节中我们决定了人群的运动速度，而在下一小节我们将借助势函数梯度来决定每个行人的运动方向。在此之前，我们需要构建一个覆盖整

个场地的势能网格，根据距离目的地的远近为每个网格赋予一个特定的势函数值。这实际上就转化为一个最短路径问题，可以利用 Dijkstra 算法<sup>[16]</sup>解决。在此过程中需满足以下规则：

- 1) 障碍物所在的网格势能必须设置为远大于其他无障碍物网格的一个常值(即图 1 中  $+\infty$ )；
- 2) 目的地所在网格的势能值设为 0，目的地网格周边“邻居”网格的势函数值按照一定规则增加；
- 3) 再依次以这些“邻居”的网格为中心，按以上规则向外层层扩展；
- 4) 在某一方向遇到障碍物时这一方向上势能停止增加；
- 5) 当某个网格同时具有几个不同的势能值时取最小的一个，也就是说当存在多种路径到达目的地时默认选取最短的一条(如图 1)。

在这里，我们参考元胞自动机理论对网格的划分<sup>[17]</sup>，采用 Von Neumann 型定义“邻居网格”，如图 1 所示。值得注意的是，与元胞自动机不同，在本模型中一个网格中可以容纳多个行人。

11	10	9	8	7	8
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	6	7
3	2	3	$+\infty$	5	6
2	1	2	3	4	5
1	0	1	2	3	4
2	1	2	$+\infty$	4	5

图 1 含有障碍物的势能网格示意图  
Fig. 1 Sketch of potential grids with obstacles

为达到较好的模拟效果，网格密度的选取也至关重要。网格密度选取若是过大必然会影响模拟精度，而密度过小的话也会对设置障碍物的密度提出更高的要求，否则障碍物形成的“高势能壁垒”将会出现漏洞。在保证代表障碍物的固定点排列足够紧密的条件下，网格密度越大，计算也越精确。

### 1.1.3 SPH 插值计算势能与梯度

网格划分完毕并计算好全场的势函数后，便可

以进入模拟计算环节。首先要做的是计算出每个行人所在位置的势能值。这些数据可以根据上一步计算出的网格的势能值和行人相对于网格的位置利用光滑粒子流体动力学的方法<sup>[18]</sup>插值得出。

光滑粒子流体动力学<sup>[19]</sup>(Smoothed Particle Hydrodynamics, 简称 SPH) 是一种可以用来模拟流体运动的无网格方法, 主要思想是空间中某个控制点的物理参数变化由周边一定范围内离散的控制点共同决定。SPH 方法插值遵循以下公式:

$$f(x) = \int_{D(x)} f(x') W(x-x') dx' \quad (4)$$

$$\int_{D(x)} W(x-x') dx' = 1 \quad (5)$$

式中:  $f(x)$  是待插值的物理量,  $D(x)$  是支持域,  $W(x-x')$  是核函数, 根据距离的远近来决定所占比重的大小,  $dx'$  是支持域内其他粒子控制力的大小。在本模型中, 某行人所处位置的势能值将由该粒子所处网格及控制域内其他网格点的势函数的值共同得出, 与此同时还要满足公式(5)的归一化条件。利用同样的方法对势能差进行 SPH 插值, 还可以得到该位置的势能梯度:

$$\nabla f(x) = \int_{D(x)} (f(x) - f(x')) W(x-x') dx' \quad (6)$$

这一梯度方向即为行人的即时期望速度方向, 沿此方向行进可以保证尽快到达目的地。

## 1.2 微观作用力

### 1.2.1 驱动力与保守力

拥有了即时期望速度的大小(见公式(1))和方向(见公式(6))后, 行人要做的便是调整自己的速度使之趋近于这一期望速度。在这里, 可以设置一个参数——松弛系数 $\tau$  来定义行人单位时间内能改变的速度。这一参数实质上反映的是行人调整自己速度使之趋向于期望速度的能力。这一作用力参考的是社会力模型中的“驱动力”, 具体表现形式为

$$f_i^0 = \frac{U_{i_{\max}} - U_i}{\tau} \quad (7)$$

式中:  $U_{i_{\max}}$  为即时期望速度, 大小与方向由公式(1)和(6)给出;  $U_i$  为行人的实际速度, 松弛系数  $\tau$  的值越小则证明行人调节自己速度的能力越强。

在行人运动过程中, 难免会遇到人与人之间发生身体接触的现象。在社会力模型中, Helbing 将之细化为社会心理排斥力和身体接触力两种, 而后者又可以细分为身体挤压力和滑动摩擦力两种<sup>[3]</sup>。本文的模型试图将这一过程简化, 采用距离平方反比的关系来统一描述以上几种力, 并将之命名为保守力模型:

$$f_i^1 = \sum_{j \in D(i)} \frac{\alpha}{r_{ij}^2} \bar{n}_{ij} \quad (8)$$

式中:  $r_{ij}$  是编号为  $i, j$  的两人之间的距离;  $D_i$  是保守力的作用范围。当两个行人之间距离大于设定的值时, 两者之间不会发生相互作用, 而当距离小于这一值时, 两者之间将产生排斥力, 力的方向在两者连线上, 大小满足距离平方反比的关系。当这一距离相对较大时, 可以认为此时产生的是心理排斥力, 而当距离减小导致作用力急剧增大时, 可以认为此时两名行人之间产生了身体接触力。当然, 这一作用力不仅仅存在于行人之间, 同样也存在于行人与障碍物之间, 用以避免行人穿透障碍物的情况出现。

### 1.2.2 郎之万随机力

在模拟过程中, 由于障碍物的设置无法做到绝对光滑, 有时候行人主观上的驱动力和受到来自障碍物的作用力会出现一种动态平衡, 导致行人的位置在平衡点附近保持微幅震荡, 表现在宏观上就是行人卡在了障碍物附近。本模型提出的解决办法就是, 在现有加速度项的基础上再加上一个相对微小的时间相关并且满足高斯分布的随机项, 这一特性与郎之万方程中的噪声项极为相似, 在本模型中将之称为郎之万项<sup>[20]</sup>, 表示如下:

$$R_n^{t+1} = P \cdot R_n^t + (1-P) \cdot A \cdot \eta_n^t \quad (9)$$

式中:  $R_n^{t+1}$  表示编号为  $n$  的行人在  $t+1$  时刻所受到的随机力;  $P$  为上一时刻的随机力在下一时刻随机力构成中所占的比重, 它是计算时间步长的函数;  $\eta$  为满足高斯分布且与时间无关的随机项, 参数  $A$  限定这一随机项的范围。

在郎之万随机力这一机制中,我们引入了弛豫时间  $\tau_L$  这一概念,将其定义为某时刻的随机力  $R_n^i$  在构成中所占比重降至原来一半所需的时间,即  $\frac{\tau_L}{P^{dt}} = \frac{1}{2}$ 。若改变时间步长  $dt$ ,  $P$  也应随之做出调整,这样就可以保证在不同的算例中,即便随机力发生的迭代次数发生改变,但同一时刻算起的随机力在相同弛豫时间内有着相同的衰减。本算例中令弛豫时间为 1 s, 计算时间步长为 0.1 s, 因此对应的权重  $P$  约为 0.93。

在加速度的构成中,驱动力和保守力要占主导地位,而郎之万项要比前两者要小约一个量级,因此不会在宏观上给模拟带来过大偏差。郎之万项本身也是存在物理意义的,它代表着行人在趋向于期望速度过程中由于无法预料的外界环境影响带来的随机偏差<sup>[21]</sup>。诚然我们无法百分之百精确地还原这种偏差,但利用当前的模拟精度已经足以得出一些有指导意义的信息:哪里人群密度最大,哪段时间出口人流量最多,怎样设置障碍物引导人群均匀分布,怎样设计通道保证疏散时间最短。

### 1.3 总体控制方程

综上所述,可以给出本模型的控制方程:

$$\frac{dU_i}{dt} = \frac{U_{i_{max}} - U_i}{\tau} + \sum_j^n \frac{\alpha}{r_{ij}^2} n_j + \xi_i(t) \quad (10)$$

该方程具体意义是编号为  $i$  的行人在行走时的加速度受到自身的驱动力、其他行人(或障碍物)带来的排斥力以及反映随机波动的一个郎之万力的共同影响。

可以注意到上面的控制方程中并没有出现行人质量这一参数,因为本模型引入的驱动力与随机力都是抽象的概念,直接受到影响的是速度的变化率,并没有质量参与其中。

与标准社会力模型相比,本模型对相互作用力的计算进行了一定程度上的简化,但由于引入了势能,可以在具有复杂障碍物条件下自行规划路线,为模拟较复杂的人群流动现象提供了工具。

## 2 模型的验证与应用

### 2.1 某音乐厅散场过程的数值模拟

为了对比验证这一模型的合理性,我们对某音乐厅的某次实际散场数据进行了现场录制与数值模拟。为方便模拟,我们仅对该音乐厅的局部建筑结构进行了分析,只取底层前半场的墙壁、座椅等作为障碍物,并将此场景设置为左右对称,同时不考虑后方场地观众的运动对前方的影响。这一初始场地条件被导入本模型后,即可开始对散场过程进行模拟。模拟算例中音乐厅长约为 21 m, 宽约为 17 m, 内部共 15 排座椅, 394 名观众, 时间步长取 0.1 s。支持域半径设定为 0.5 m, 松弛系数  $\tau$  取 1, 完成疏散共用时 341 s。本文中所有数值模拟均给予以下实验平台: 操作系统采用 32 位 Ubuntu 12.04 LTS, 编译器采用 Intel fortran 2013 sp1.1.106, CPU 采用 Intel Core i5-3230M 四核处理器。单线程模拟共用机时 103.97 s。

通过对音乐会结束后实地录制的视频进行透视变换等一系列处理,我们分析并绘制了疏散进度曲线,将其与模拟结果进行了对比,如图 2 所示。虚线反映的是模拟结果中疏散进度随时间的变化关系,实线是视频中记录的实际疏散速度。模拟的结果显示,本模型能够较好地重现音乐厅散场时的场景,在疏散时间、路径选取等指标上与我们录制的实际情况有较高的契合度,验证了本文新型数值方法的正确性和合理性。

从场馆设计的角度出发,数值结果应能为设计提供建议。如果我们从欧拉观点出发,则可以定义当地的局部平均速度,以反映当地的平均拥挤程度(图 3)。这是当前环境的固有性质,对场馆设计具有一定的指导意义。为保证疏散过程顺利,应合理增加局部平均速度较小位置附近的的活动空间,必要时可以适当减小局部平均速度较大位置附近的的活动空间。实际上,局部平均速度不均引起拥挤甚至踩踏现象的重要原因,而这一现象在忽略行人特征参数的条件下,反映的正是建筑场馆设计的合理程度<sup>[22]</sup>。



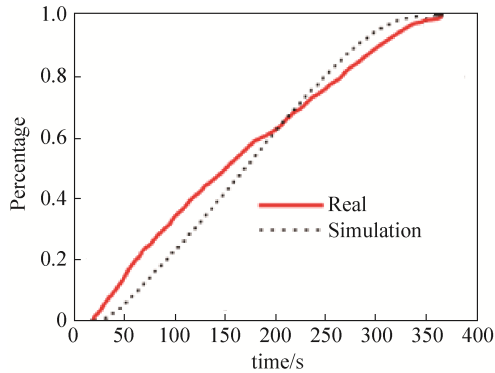


图 2 模拟疏散进度与实际值对比  
Fig. 2 Comparison of simulated evacuation and real evacuation progress

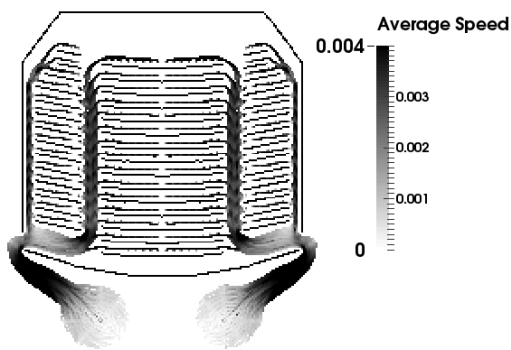


图 3 平均速度在空间上的分布  
Fig. 3 Spatial distribution of average speed

此外, 利用本模型, 还可以对散场人群的出口流量进行统计分析, 如图 4 所示。可以看到本模型虽然可以基本模拟散场人群达到出口 100 s 之后的趋势, 但在初始阶段人群很快到达高峰阶段现象并未能准确捕捉。这可能意味着目前模型的松弛系数  $\tau$  在初始阶段过大, 使人群加速过程偏慢。未来的研究可能集中寻找更合理的松弛系数上。

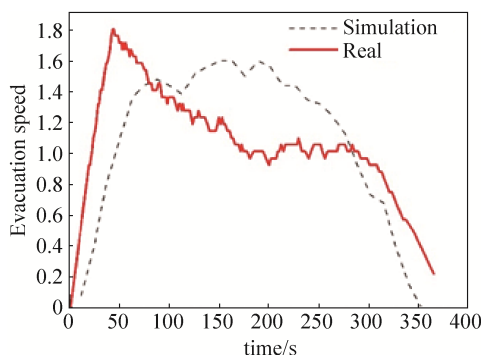


图 4 模拟出口流量与实际值对比  
Fig. 4 Comparison of simulated exit flow and real flow

## 2.2 渠化效应

### 2.2.1 渠化效率的定义

渠化效应是指人群流动过程中形成河流状的运动结构, 常见于相向运动的大规模人群<sup>[23-24]</sup>。在大规模人群流动中, 对于整个群体来说, 这是速度最快、阻力最小, 伤害最小的行走方式, 万灏曾利用社会力模型中的切向摩擦力较好地解释了这一现象形成的机理<sup>[25]</sup>。但迄今为止, 据我们所知还没有对此现象的定量研究结果发表。

为定量反映通道中的人群运动所表现出的渠化效应的程度, 本文中我们定义一个量化指标——渠化效率。这一参数在微观上表现编号为  $i$  的行人与周围一定区域内其他行人速度的相关程度。如公式(11), 可见渠化效应越明显, 这一参数越接近于 1。这一参数在全场的平均可以用来描述宏观尺度上行人运动的有序程度。

$$Q_i = \sum_{j \in D(i)} \frac{\langle \mathbf{U}_i, \mathbf{U}_j \rangle}{\|\mathbf{U}_i\| \cdot \|\mathbf{U}_j\|} \cdot W(r_{ij}) \quad (11)$$

式中:  $\langle \mathbf{U}_i, \mathbf{U}_j \rangle$  表示前后两个行人速度矢量的点乘;  $\|\mathbf{U}_i\|$ 、 $\|\mathbf{U}_j\|$  分别表示两位行人速度的模;  $W(r_{ij})$  为 1.1.3 小节中所描述的核函数。

### 2.2.2 渠化效率在数值模拟中的应用

将以上概念集成于上文所提到的模型中, 构建模拟算例如下: 长 40 m, 宽 16 m 的通道两端各有 20×15 人组成的方阵, 初始间距 0.8 m, 每个行人目的地横坐标设于通道另一端端点, 纵坐标以各自初始位置纵坐标为期望值、2 倍初始间距为标准差呈高斯分布。另外设置一对对照组, 令其目的地纵坐标与初始位置相同, 即水平运动。时间步长 0.015 s, 模拟结果显示 153 s 后, 所有行人完成交汇到达目的地。整个模拟过程对应机时 378.16 s。

在模拟中发现, 渠化效率较高的区域正是群体排列保持整齐的部分, 而渠化效率低的部分正是场地中间两股人群相交汇的区域。如图 5 所示, 在场



地中间人群交汇部分,人与人之间相互作用力尤其剧烈,因此运动更显得杂乱无章。容易分析得知,若行人运动完全杂乱无章,则平均渠化效率应为0;若行人运动严格渠化而无任何速度脉动,则平均渠化效率应为1。



图5 渠化效应模拟示意图

Fig. 5 Simulation results of the lane formation phenomenon

此外,模拟中还分析了全场的平均渠化效率随时间的变化关系(图6)。模拟开始不久两个方阵相遇,中间交汇部分势必有着更激烈的相互作用,因此在这一阶段渠化效率迅速降至较低水平;随着模拟的进行,更多的人穿越了对方方阵,被困在中间拥堵区域的人逐渐减少,因此全场平均渠化效率随之上升。此外在图6中还可以看出目的地的设置方式对渠化效率的演化也有影响。黑色曲线描述的是目的地以2倍初始间距为标准差呈高斯分布的情况,红色曲线代表的是水平运动的对照组。可以看到,目的地设为随机的高斯分布时,渠化效率取得了更小的最低值,这是因为对于实验组来说,影响渠化效率的相互作用不只发生在与对面方阵行人之间,同时也发生在本方阵内部。这一原因也解释了相对于平行运动的对照组,为何实验组完成交汇所用时间更长。

从以上算例可以看出,利用上文中提出的概念和方法可以对自组织的强度进行较好的定量描述。

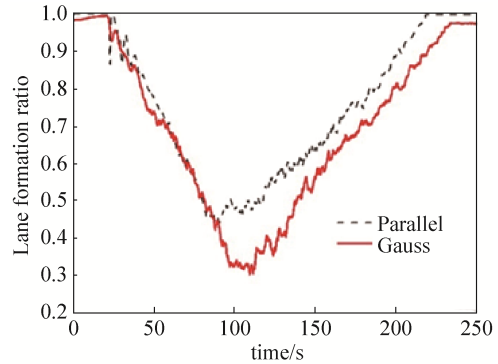


图6 不同目的地设置下的渠化效率演化对比图

Fig. 6 Comparison of lane formation ratio evolution with different destinations

### 2.2.3 基于 SPH 的渠化效率变化率分析

上一小节中我们给出了渠化效率的定义,在本小节,我们将尝试着从公式推导入手,分析影响渠化效率变化的因素都有哪些。根据定义,

$$Q_i = \sum_{j \in D(i)} \cos(\theta_{ij}) \times W(r_{ij}) \quad (12)$$

式中:  $Q_i$  为加权后编号为  $i$  的行人的局部渠化效率,  $W$  为核函数。将这一参数对时间求导,可得

$$\frac{dQ_i}{dt} = \sum_{j=1}^n \frac{d \langle U_i, U_j \rangle}{dt \frac{\|U_i\| \|U_j\|}} \times W(r_{ij}) + \sum_{j=1}^n \frac{\langle U_i, U_j \rangle}{\|U_i\| \|U_j\|} \times \frac{dW(r_{ij})}{dr_{ij}} \times \frac{dr_{ij}}{dt} \quad (13)$$

令  $U'_i$ 、 $U'_j$  为速度变化率,将  $\nabla W(r_{ij})$  记为核函数在  $i$ 、 $j$  两人相对位置  $r_{ij}$  方向上的梯度。

基于上式,可分别设想以下场景:

1) 令  $i$ 、 $j$  保持匀速,即  $U'_i = U'_j = \vec{0}$ ,则上式简化为

$$\frac{dQ_i}{dt} = \sum_{j=1}^n \frac{\langle U_i, U_j \rangle}{\|U_i\| \|U_j\|} \times \nabla W(r_{ij}) \times (U_i - U_j) \quad (14)$$

在此基础上若还满足  $U_i = U_j$ ,那么可以得出  $\frac{dQ_i}{dt} = 0$ 。这与经验相符,因为  $i$ 、 $j$  之间相对位置无变化;

2) 假设  $U_i$  不变,  $U_j$  变化,则加速度  $a_j$  不为 0,公式变为:

$$\frac{dQ_i}{dt} = \sum_{j=1}^n \frac{\langle U_i, a_j \rangle}{\|U_i\| \|U_j\|} \cdot W(r_{ij}) + \sum_{j=1}^n \frac{\langle U_i, U_j \rangle}{\|U_i\| \|U_j\|} \cdot \nabla W(r_{ij}) \cdot r'_{ij} \quad (15)$$

式中: 等号右边第一项可以看作是速度方向变化带来的  $Q$  的变化, 第二项是  $i$ 、 $j$  两人相对位置发生变化引起的渠化效应变化;

3) 假设  $U_i$ 、 $U_j$  均变化, 则有

$$\frac{dQ_i}{dt} = \sum_{j=1}^n \left( \frac{\langle U_i, a_j \rangle + \langle a_i, U_j \rangle + \langle a_i, a_j \rangle}{\|U_i\| \|U_j\|} - \frac{\langle U_i, U_j \rangle \|a_i\| \|a_j\|}{\|U_i\|^2 \|U_j\|^2} \right) \cdot W(r_{ij}) + \sum_{j=1}^n \frac{\langle U_i, U_j \rangle}{\|U_i\| \|U_j\|} \cdot \nabla W(r_{ij}) \cdot r'_{ij} \quad (16)$$

式中: 等号右边前四项是渠化效率定义中速度夹角  $\theta_{ij}$  的导数, 分别体现方向稳定性、加速度方向一致性、加速度大小均匀性对渠化效率变化率的影响, 第五项为相对位置变化带来的影响, 本质上反映的是宏观上人群的压缩性。这些工作为渠化效率的研究提供了一个定量解析的研究方式, 将有利于未来对渠化效率产生机制的进一步理论分析。

### 3 结论

本文以流动中的人群为研究对象, 以 Dijkstra 算法绘制了覆盖全场的势能网格, 借助 SPH 方法将流体力学模型中的势函数与社会力模型中的行人间相互作用力结合起来, 构建了新的人群流动仿真模型并得到以下结果:

1) 针对某音乐厅的散场算例, 本文利用已有的模型着重分析疏散过程中行人的速度在时间和空间上的分布规律, 验证了模型的可靠性并初步显示了该模型在未来场馆设计中的辅助作用。

2) 重现了渠化现象这一典型人群流动自组织现象, 并进一步针对该现象进行了定量分析, 定义了“渠化效率”这一参数, 用以定量衡量渠化的程度

大小。本文除了利用数值计算展示整个模拟过程中该参数的变化规律之外, 还对该参数随时间的变化率进行了初步的理论分析。

本文提出的人群流动模拟的新方法是在人群流动模拟领域的新尝试, 旨在为相关研究提供一种新的思路, 并为进一步的分析研究搭建必要的平台。针对渠化现象, 本文模型的一个优点是因为行人运动的方程可以解析给出, 而渠化效率的定义也是解析的, 两者结合即可得出渠化效率的控制方程, 为后续对渠化效率进行精确解析的建模分析提供了更合适的工具。

### 参考文献:

- [1] 迟菲, 胡成, 李凤, 等. 密集人群流动规律与模拟技术 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2012: 85. (Chi F, Hu C, Li F, et al. Moving patterns and simulation technologies for a dense crowd. [M]. Beijing, China: Chemical Industry Press, 2012: 85.)
- [2] Ma Y S, Fang L, Wang Y. Advances of Some Recent Mechanical Models on Emergency Evacuation [J]. Journal of Modern Mechanical Engineering and Technology (S2409-9848), 2014, 1(1): 25-30.
- [3] Hughes R L. The flow of large crowds of pedestrians [J]. Mathematics and Computers in Simulation (S0378-4754), 2000, 53(4): 367-370.
- [4] Helbing D, Molnar P. Social force model for pedestrian dynamics [J]. Physical review E (S1550-2376), 1995, 51(5): 4282.
- [5] Okazaki S. A study of pedestrian movement in architectural space, Part 1: Pedestrian movement by the application on of magnetic models [J]. Trans. of AIJ (S0387-1185), 1979, 283(3): 111-119.
- [6] Zeng J B, Leng B, Xiong Z, et al. Pedestrian dynamics in a two-dimensional complex scenario using a local view floor field model [J]. International Journal of Modern Physics C (S0129-1831), 2011, 22(8): 775-803.
- [7] Nagatani T. Dynamical transition and scaling in a mean-field model of pedestrian flow at a bottleneck [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications (S0378-4371), 2001, 300(3): 558-566.
- [8] Guy S J, Chhugani J, Kim C, et al. Clearpath: highly parallel collision avoidance for multi-agent simulation [C]// Proceedings of the 2009 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer

- Animation. USA: ACM, 2009: 177-187.
- [9] Paris S, Pettré J, Donikian S. Pedestrian reactive navigation for crowd simulation: a predictive approach [J]. *Computer Graphics Forum* (S1467-8659), 2007, 26(3): 665-674.
- [10] Ondřej J, Pettré J, Olivier A H, et al. A synthetic-vision based steering approach for crowd simulation [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)* (S1557-7368), 2010, 29(4): 123.
- [11] Pelechano N, Allbeck J M, Badler N I. Controlling individual agents in high-density crowd simulation [C]// *Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Aire-la-Ville, France: Eurographics Association Press, 2007: 99-108.
- [12] Patil S, Jv B, Curtis S, et al. Directing crowd simulations using navigation fields [J]. *IEEE Transactions on Visualization & Computer Graphics* (S1077-2626), 2010, 17(2): 244-254.
- [13] Narain R, Golas A, Curtis S, et al. Aggregate dynamics for dense crowd simulation [J]. *ACM Transactions on Graphics* (S0730-0301), 2009, 28(5): 89-97.
- [14] Hughes R L. The flow of human crowds [J]. *Annual review of fluid mechanics* (S0066-4189), 2003, 35(1): 169-182.
- [15] 胡清梅. 大型公共建筑环境中人群拥挤机理及群集行为特性的研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2006. (Hu Q M. Study on crowding mechanism and cluster behavior in large public buildings [D]. Beijing, China: Beijing Jiaotong University, 2006.)
- [16] Dijkstra E W. A note on two problems in connexion with graphs [J]. *Numerische Mathematic* (S0029-599X), 1959, 1(1): 269-271.
- [17] Toffoli T, Margolus N. Cellular automata machines: a new environment for modeling [M]. USA: MIT Press, 1987.
- [18] Chen S, Fang L, Qu B. A Numerical Method for Tracking the Deformation of Fluid Particles [J]. *Applied Mechanics and Materials* (S1662-7482), 2014, 556(1): 3752-3755.
- [19] Liu G R, Liu M B, 韩旭, 等. 光滑粒子流体动力学——一种无网格粒子法 [M]. 长沙: 湖南大学出版社, 2005. (Liu G R, Liu M B, Han Xu, et al. Smoothed Particle Hydrodynamics: A meshless particle method [M]. Changsha, China: Hunan University Press, 2005.)
- [20] 刘同楷. 从随机和到随机和过程 [J]. *西南科技大学学报*, 1989, 4(1): 59-64. (Liu T K. From stochastic sum to stochastic process [J]. *Journal of Southwest University of Science and Technology*, 1989, 4(1): 59-64.)
- [21] Helbing D, Farkas I J, Molnar P, et al. Simulation of pedestrian crowds in normal and evacuation situations [J]. *Pedestrian and Evacuation Dynamics*, 2002, 21(2): 21-58.
- [22] Heigeas L, Luciani A, Thollot J, et al. A Physically-Based Particle Model of Emergent Crowd Behaviors [C]// *2003-13th International Conference on Computer Graphics*. Moscow, Russia: Graphicon, 2003: 1-9.
- [23] Helbing D, Buzna L, Johansson A, et al. Self-organized pedestrian crowd dynamics: Experiments, simulations, and design solutions [J]. *Transportation Science* (S0041-1655), 2005, 39(1): 1-24.
- [24] Tao X, Peng Z, Wong S C, et al. A macroscopic approach to the lane formation phenomenon in pedestrian counterflow [J]. *Chinese Physics Letters* (S0256-307X), 2011, 28(10): 108901.
- [25] 万灏, 肖泽南. 利用社会力模型模拟分析人群的自组织现象 [J]. *消防科学与技术*, 2010, 29(9): 745-748. (Wan H, Xiao Z N. Simulation and analyse of self organization phenomenon of pedestrians using social force model [J]. *Fire Science and Technology*, 2010, 29(9): 745-748.)