

6-3-2020

Co-design Between New Event-triggered Communication Scheme and Less Conservative Robust H_∞ Fault-tolerant Control for Networked Control Systems

Li Wei

College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

Pengfei Zhai

College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

Yajie Li

College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Co-design Between New Event-triggered Communication Scheme and Less Conservative Robust H_∞ Fault-tolerant Control for Networked Control Systems

Abstract

Abstract: Based on the analysis for the disadvantage of the current discrete event-triggered communication schemes, *a new kind of event-triggered communication scheme constrained by transient and steady-state process was proposed to perfect the conservatism and isolation of the fault-tolerant controller.* A closed-loop failure model which was concerned with state-error was established for networked control system. Using the improved Wirtinger's inequality and the improved reciprocally convex combination inequality, *the co-design between new event-triggered communication scheme and less conservative robust H_∞ fault-tolerant control for networked control systems was focused on.* The simulation results show that the new discrete event-triggered communication scheme can save more network communication resource without deteriorating the system performance excessively. At the same time, the controller has less conservatism and becomes more easily to acquire. *The triggering condition designed has a definite physical meaning and parameters are more likely to choose.*

Keywords

networked control system, new event-triggered communication scheme, H_∞ fault-tolerant control, co-design

Recommended Citation

Li Wei, Zhai Pengfei, Li Yajie. Co-design Between New Event-triggered Communication Scheme and Less Conservative Robust H_∞ Fault-tolerant Control for Networked Control Systems[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(4): 740-751.

NCS 新型离散事件触发通讯与少保守性鲁棒 H_∞ 容错协同设计

李炜, 翟鹏飞, 李亚洁

(兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 针对现有网络化控制系统(networked control systems, NCS)依赖网络固有资源进行容错控制设计方法的局限性, 以及多性能指标约束下控制器设计的保守性问题, 分析了现有离散事件触发通讯机制对系统性能负面影响, 提出了一种具有动稳过程协调约束的离散事件触发通讯机制, 并在该机制下建立了闭环故障模型, 并结合改进的 Wirtinger 不等式与改进的互反凸组合引理等技术, 获得了 NCS 的新型离散事件触发通讯机制与鲁棒 H_∞ 容错控制的协同设计方法; 最后以仿真算例验证了本文方法在确保系统性能、节约网络通讯资源与减少控制器保守性方面的优越性。文中触发条件的设计物理意义明确, 触发参数便于选取, 动稳兼顾的属性在确保系统性能的前提下能更有效地节约网络通讯资源。

关键词: 网络化控制系统; 离散事件触发通讯机制; H_∞ 容错控制; 协同设计

中图分类号: TP302.8

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2017) 04-0740-12

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201704006

Co-design Between New Event-triggered Communication Scheme and Less Conservative Robust H_∞ Fault-tolerant Control for Networked Control Systems

Li Wei, Zhai Pengfei, Li Yajie

(College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Based on the analysis for the disadvantage of the current discrete event-triggered communication schemes, a new kind of event-triggered communication scheme constrained by transient and steady-state process was proposed to perfect the conservatism and isolation of the fault-tolerant controller. A closed-loop failure model which was concerned with state-error was established for networked control system. Using the improved Wirtinger's inequality and the improved reciprocally convex combination inequality, the co-design between new event-triggered communication scheme and less conservative robust H_∞ fault-tolerant control for networked control systems was focused on. The simulation results show that the new discrete event-triggered communication scheme can save more network communication resource without deteriorating the system performance excessively. At the same time, the controller has less conservatism and becomes more easily to acquire. The triggering condition designed has a definite physical meaning and parameters are more likely to choose.

Keywords: networked control system; new event-triggered communication scheme; H_∞ fault-tolerant control; co-design

引言

随着 NCS 在现代复杂系统中所扮角色地位的



收稿日期: 2015-06-30 修回日期: 2015-11-06;
基金项目: 国家自然科学基金(61364011), 甘肃省自然科学基金(1308RJZA418);
作者简介: 李炜(1963-), 女, 陕西西安, 硕士, 教授, 博导, 研究方向为动态系统的故障诊断与容错控制; 翟鹏飞(1990-), 男, 山东威海, 硕士, 研究方向为容错控制。

日益提升, 其可靠性与安全性问题引起了学者们的广泛关注。近年来, 关于 NCS 的容错控制研究成果也层出不穷^[1-5], 但大多仅限于依赖已有网络通讯资源对容错性能的单设计研究。NCS 是控制与通讯技术交叉的产物, 但却甚少涉及容错性能与通讯质量的协同设计。此外, 由于 NCS 容错控制中多性能指标约束的引入, 如何减少控制器设计的

<http://www.china-simulation.com>

• 740 •

保守性与复杂度, 又成为需要考虑的重要问题。

NCS 区别于传统控制系统最显著的特征是网络的引入。一方面, 有限的网络通讯资源无法回避 NCS 中衍生出来的网络时延和数据丢包; 另一方面, 在传统的周期时间触发通讯机制(periodic time-triggered communication scheme, PTTCS)下, 大量冗余数据的采集与传输, 不仅会恶化网络通讯环境, 加剧 NCS 中的时延与丢包, 对于无线通讯传感器更是要消耗大量能量用于数据传输; 最为重要的是在这种通讯机制下, NCS 这一控制与通讯集成产物的控制性能与通讯质量的分析与综合却是割裂的。

为了节约通讯资源, 减轻 NCS 中的时延与丢包, 学者们先后提出了多种不同的通讯机制^[6-8]。其中离散事件触发通讯机制^[6](discrete event-triggered communication scheme, DETCS), 因具有无需添加额外硬件^[7]、相比其他通讯机制对系统鲁棒性影响小^[8]、仅在采样时刻需进行比较和计算且能耗小等优点引起了学者们的关注。DETCS 下最突出的优势是使得 NCS 的控制与通讯的协同设计分析成为可能。在 DETCS 中, 核心是触发条件的设计, 其合理性对 DETCS 的通讯效果及系统性能的影响起着决定性作用, 然而现有研究成果中 DETCS 的触发条件仍有一些不足。

除此之外, 在实际工程中人们对故障情形下的系统性能要求并不是单一的, 在容错控制器保障系统安全稳定运行的前提下更希望它能满足多目标的性能约束, 如 D/α -稳定的区域极点配置、 H_∞ 的扰动抑制及 H_2 的峰值抑制等。多目标性能约束的引入使得对 NCS 进行容错控制设计时, 如何减少控制器的保守性成为了需要考虑的重点问题。在 NCS 分析综合中一种主要的方法是将其建模为一等价的时延系统, 因此时延系统的一些减少保守性技术也被延用至 NCS 容错设计, 即对积分项的处理大多采用 Jensen 不等式^[9-10]、互反凸组合引理^[11-13]、自由权矩阵^[14-15]以及时延分割^[11]等技术。自 2012 年以来, Wirtinger 不等式在时滞系统中的应用引起了学

者们广泛关注^[16-17], Seuret 与 Fridman 后续又提出了改进的 Wirtinger 不等式与改进的互反凸组合引理^[18]。文献[18]中证明了这两项改进技术较 Jensen 不等式、Wirtinger 不等式与互反凸组合引理具有更紧的积分界, 且较自由权矩阵与时延分割方法具有更少的决策变量, 能够在降低计算复杂度的同时进一步减小结论的保守性。

基于此, 本文针对具有时变时延的 NCS, 首先在 DETCS 下创建了一种能够兼顾且自动区分系统响应动稳过程不同特性的新型事件触发条件; 然后考虑更一般的执行器故障情形, 采用状态反馈控制策略, 将网络属性、执行器故障以及新的 DETCS 统一起来, 建立了闭环故障 NCS 模型; 接着构造了包含时延上下界以及新的 DETCS 触发条件信息的 Lyapunov 泛函, 并合理运用改进的 Wirtinger 不等式与改进的互反凸组合引理, 研究了 NCS 的新型 DETCS 与鲁棒 H_∞ 容错控制的协同设计问题; 最后以仿真算例验证了文中方法的可行性与有效性, 并将本文所提出的协同设计方法与现有研究成果进行了比较, 验证了本文方法在确保系统性能、节约网络通讯资源与减少控制器保守性方面的优越性。

1 新型离散事件触发通讯机制的构建

1.1 DETCS 下的 NCS 结构

如图 1 所示, DETCS 与传统 PTTCS 下 NCS 的根本区别是在传感器与网络中间增加了一个事件触发器, 并由该事件触发器中设计的触发条件决定是否发送当前采样数据。

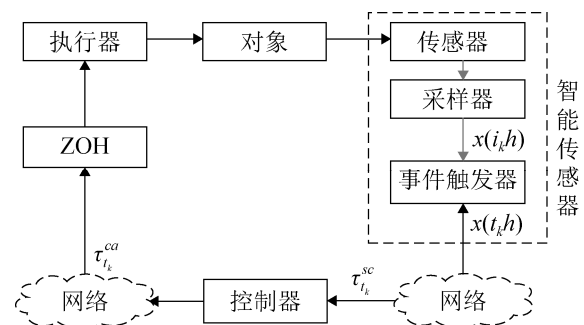


图 1 DETCS 下的 NCS 结构示意图

Fig. 1 Framework of an event-triggered scheme for NCS

假设传感器由时钟驱动,且具有恒定采样周期 h , 采样时刻记为 $i_k h (i_k = 0, 1, 2, \dots)$ 。系统状态由传感器采样后传输给事件触发器,事件触发器仅将符合触发条件的数据通过网络传输给控制器。自然而然控制器为事件驱动, $t_k h$ 为数据发送时刻,显然数据发送时刻集合 $\{t_k h | t_k \in \mathbb{N}\}$ 是采样时刻集合 $\{i_k h | i_k \in \mathbb{N}\}$ 的子集。事件触发器的功能可通过编程在智能传感器上实现,故无需添加额外硬件。控制器每接收到一个新的被触发传输来的数据,计算出控制量后便会送给零阶保持器。零阶保持器亦为事件驱动,且当新的控制数据到达执行器之前,零阶保持器保持原控制输入不变。为了便于对时间的分析,将零阶保持器的保持区域划分为以下间隔子集: $\Omega_\ell = [i_k h + \tau_k, i_k h + h + \tau_{k+1})$, $\Omega = \bigcup \Omega_\ell$, 其中 $i_k h = t_k h + \ell h$, $\ell = 0, \dots, t_{k+1} - t_k - 1$, 表示两次数据发送时刻 $t_k h$ 和 $t_{k+1} h$ 的时间间隔。

注 1: 在 DETCS 下, NCS 中系统状态数据的采样周期取决于传感器的采样周期,但传输周期却取决于所设计的触发条件和系统的实时状态,是一个依赖触发条件且根据系统实时状态自适应变化的周期,但同时一定是采样周期的整数倍。

1.2 现存 DETCS 中触发条件的优劣势透析

现存 DETCS 的研究成果中,几乎触发条件都是通过判定系统当前采样数据与上一个发送数据的差异是否超过预先设定阈值,从而决定是否发送数据给控制器的。

文献[12]中使用的是一种最具有代表性的事件触发条件,文献[19-21]均使用了类似的触发条件:

$$\begin{aligned} e(i_k h)^T V e(i_k h) &\geq \delta x^T(t_k h) V x(t_k h) \\ e(i_k h) &= x(i_k h) - x(t_k h) \end{aligned} \quad (1)$$

该条件将系统当前时刻采样数据 $x(i_k h)$ 与上一发送数据 $x(t_k h)$ 的差值与上一发送数据相比较,以判决是否发送当前采样数据。对此类触发条件下的结论进行仿真实验,结果表明随着触发参数 δ 的增大,尽管数据发送量会逐渐减小,但系统响应超调量与响应速度均会显著恶化。究其原因不难看出该触发条件实质上仅起到简单的筛选数据的作用,并

未考虑到系统响应不同过程的特征。

控制系统响应过程分为暂态和稳态两个阶段,实际工程中有着明确的过程区分判断依据,即以是否进入误差带 $\Delta=5\%$ 或 $\Delta=2\%$ 范围内来区分系统响应的动态与稳态过程。系统响应的动态过程波动较大,条件(1)在此阶段可发挥较好的作用。但当系统进入稳态过程后,系统行为已明显不同于动态过程,此时系统响应趋于平稳。因此,条件(1)中仅用一个基于系统响应的动态过程设计的触发条件来约束整个系统响应过程显然是欠合理的。

文献[22]中使用了条件(1)的一种变形,引入了 2 个权矩阵,

$$\begin{aligned} e(i_k h)^T V_1 e(i_k h) &\geq \sigma x^T(t_k h) V_2 x(t_k h) \\ e(i_k h) &= x(i_k h) - x(t_k h) \end{aligned} \quad (2)$$

条件(2)与条件(1)相比,由于引入了 2 个不同的权矩阵,使得结果有更大的自由度。但条件(2)也是仅基于系统响应的动态过程设计,且触发参数与系统性能需求的关系也不甚明确,难以依据系统性能期望进行调控。

文献[6]中使用了触发条件:

$$\begin{cases} e(i_k h)^T V e(i_k h) \geq \sigma_1 x(i_k h) V x^T(i_k h) \\ \|x\| \geq \sigma_2 \\ e(i_k h) = x(i_k h) - x(t_k h) \end{cases} \quad (3)$$

该触发条件尽管同时考虑了系统的动态和稳态过程的不同需求,但二者的作用缺乏与系统性能、过程相关的协调,导致了如果 σ_2 取得过大,会使系统稳态误差过大;如果 σ_2 取得过小,对系统动态过程的约束又过强,使得系统动态过程的每一个采样数据几乎都要发送;而 σ_1 、 σ_2 的优化选取又是面临的一新问题。

1.3 离散事件新触发条件的构建

从 DETCS 中现存触发条件的分析不难看出,已有的触发条件或是仅基于系统响应动态过程设计,或是对系统响应的动稳过程的作用缺乏协调考虑,但一个共同的问题是物理意义不甚明确,与系统性能指标缺乏对应关系,不便于工程应用。因此本文构建如下动稳过程协调约束的离散事件触发

通讯机制(transient and steady-state discrete event-triggered communication scheme, TS-DETCS):

$$\text{if: } [x(i_k h) - x_{ss}]^T [x(i_k h) - x_{ss}] \geq x_{ss}^T x_{ss} \delta_1^2 \quad (4)$$

$$e(i_k h)^T V e(i_k h) \geq \delta_2 x^T(t_k h) V x(t_k h) \quad (5)$$

$$\text{else: } x(t_k h) = x_{ss} \quad (6)$$

$$e(i_k h) = x(i_k h) - x(t_k h) \quad (7)$$

其中: x_{ss} 是系统状态响应的稳态值, 对于稳定的零输入系统 $x_{ss}=0$, TS-DETCS 中的判别条件(4)变形为 $[x(i_k h)]^T [x(i_k h)] \geq \delta_1^2$ 。 δ_1 、 δ_2 是给定的标量参数, 与系统动稳过程转换和动态性能有关, 其中 δ_1 直接对应系统动态过程结束允许的误差范围, 即误差带 Δ 。 V 是正定的权矩阵, $e(i_k h)$ 表示当前采样时刻与上一发送时刻的状态误差。

注 2: TS-DETCS 由三部分组成, (4)为判别条件, 以系统响应是否处于允许误差范围内判别系统响应的动态与稳态过程; (5)为触发条件, 当系统响应处于动态过程时, 在(5)的作用下筛选符合触发条件的数据发送; (6)为终止条件, 当系统响应进入稳态过程时, 在(6)的作用下, 只发送一个系统响应的稳态值便停止发送数据。系统状态每一个采样值首先都要经(4)甄别此刻系统响应处于何种过程, 然后再根据具体过程选择使用(5)或(6)筛选发送相应的数据。

注 3: TS-DETCS 主要有两点优势: 一是(5)和(6)分别作用于系统响应的动态与稳态过程, 兼顾了系统动稳过程中不同的数据发送; 二是触发参数 δ_1 对应的是系统动态响应所允许的误差带, 二者有明确对应关系, 物理意义清晰, 工程中方便选取。

2 闭环故障 NCS 模型的建立与设计目标

2.1 TS-DETCS 下闭环故障 NCS 模型的建立

1) 被控对象

考虑如图 1 所示的不确定线性 NCS, 假设被控对象的模型可表述为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) + Ew(t) \\ z_1(t) &= C_1 x(t) \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, 分别为系统的状态变量, 控制输入, $z_1(t) \in R^p$ 为被调输出; $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $E \in R^{n \times q}$, $C_1 \in R^{p \times n}$ 是适当维数的常数矩阵。 ΔA , ΔB 为范数有界的时变参数不确定性矩阵, 满足

$$[\Delta A, \Delta B] = MF(t)[E_1, E_2]$$

其中: M 、 E_1 、 E_2 是已知的适当维数实常数矩阵; $F(t)$ 为未知时变实值连续矩阵函数, 其元素 Lebesgue 可测, 且满足 $F^T(t)F(t) \leq I$ 。

2) 故障描述

考虑执行器可能发生故障的情形, 引入开关矩阵 L 来表示故障的程度, 模型描述如:

$$u^f(t) = Lu(t)$$

$$L = \text{diag}\{l_1, \dots, l_m\} \quad (9)$$

$$l_q \in [0, 1], q = 1, 2, \dots, m$$

其中: 当 $l_q=0$ 时, 表示第 q 个执行器完全失效; 当 $l_q=1$ 时, 表示第 q 个执行器正常工作; 当 $l_q \in (0, 1)$ 时, 表示第 q 个执行器部分失效; L 中元素不能全为 0。

假设系统状态可测, 采用状态反馈控制策略, 则 TS-DETCS 下控制量可以描述为

$$u(t) = Kx(t_k h), t \in [t_k h + \tau_{t_k}, t_{k+1} h + \tau_{t_{k+1}}) \quad (10)$$

其中: K 是状态反馈控制增益, τ_{t_k} 、 $\tau_{t_{k+1}}$ 分别为 $t_k h$ 和 $t_{k+1} h$ 两个传输时刻的总时延。

定义时延函数 $\tau(t) = t - i_k h, t \in \Omega_\ell$, $\tau(t)$ 是满足 $0 < \tau_1 \leq \tau(t) \leq h + \bar{\tau}$, $\tau(t) = 1 \quad t \in \Omega_\ell$ 的连续线性函数。其中, $\tau_1 = \inf_\ell \{\tau_{t_k}\}$, $\tau_2 = h + \sup_\ell \{\tau_{t_{k+1}}\} = h + \bar{\tau}$, $\bar{\tau}$ 表示网络传输时延上界。

综上所述, $u(t)$ 可进一步表示为

$$u(t) = K(x(t - \tau(t)) - e(i_k h)), t \in \Omega_\ell \quad (11)$$

结合被控对象、故障模型与状态反馈控制器, 闭环 NCS 故障模型可表示为:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)LK(x(t - \tau(t)) - e(i_k h)) + Ew(t) \\ z_1(t) &= C_1 x(t) \end{aligned} \quad (12)$$

2.2 设计目标

针对可能的执行器故障, 不确定 NCS 鲁棒 H_∞ 容错控制与 TS-DETCS 协同设计目标如下:

1) 协同寻求状态反馈增益矩阵 K 和离散事件触发权矩阵 V , 使得闭环故障 NCS(12) 在 $w(t)=0$ 时仍能保持渐进稳定;

2) 在零初始条件下, 对任意不为零的 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 满足 $\|z_1(t)\|_2 \leq \gamma \|w(t)\|_2$, 其中: γ 是预先给定的常数, $\|\cdot\|_2$ 是 $L_2[0, \infty)$ 范数;

3) 可根据系统性能需求预设触发参数, 在确保系统性能的前提下, 尽可能降低数据发送量, 节约网络资源, 实现系统性能与通讯约束协同设计目标。

2.3 相关引理

引理 1^[18] 给定正定对称矩阵 $R \in S_n^+$, 任意可微函数 $w \in [a, b] \rightarrow R^n$, 如下不等式成立:

$$\int_a^b \dot{w}(u) R w(u) du \geq \frac{1}{b-a} \begin{bmatrix} \Omega_0 \\ \Omega_1 \end{bmatrix}^T \tilde{R} \begin{bmatrix} \Omega_0 \\ \Omega_1 \end{bmatrix}$$

其中, $\Omega_0 = w(b) - w(a), \tilde{R} = \text{diag}\{R, 3R\}$

$$\Omega_1 = w(b) + w(a) - \frac{2}{b-a} \int_a^b w(u) du$$

引理 2^[18] 给定常数 $\alpha \in (0, 1)$ 及矩阵 $\Theta(\alpha) =$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} R_1 & 0 \\ * & \frac{1}{1-\alpha} R_2 \end{bmatrix}$$

若存在矩阵 $X \in R^{n \times m}$ 满足 $\Theta_m = \begin{bmatrix} R_1 & X \\ * & R_2 \end{bmatrix} \geq 0$

则有 $\Theta_\alpha \geq \Theta_m$ 成立。

引理 3^[23] 给定适当维数的矩阵 Y, M 和 E ,

其中 Y 是对称的, 则

$$Y + MF(t)E + E^T F^T(t)M^T < 0$$

对所有满足 $F^T(t)F(t) < I$ 的矩阵 F 成立, 当且仅当存在一个常数 $\varepsilon > 0$, 使得

$$Y + \varepsilon MM^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0$$

3 NCS 鲁棒 H_∞ 容错控制与 TS-DETCS 的协同设计

定理 1 在 TS-DETCS 下, 给定正数 $\tau_1, \tau_2, \varepsilon, \delta_1, \delta_2 (\delta_1, \delta_2 \in [0, 1))$, 若存在正定对称矩阵 X , 矩阵 $R_i > 0, i=1, 2, \dots, 7$ 及 Y, V , 对于任意可能的执行器失效故障 L 及可接受的参数不确定性, 满足如

下线性矩阵不等式

$$\begin{cases} \Xi^*(\tau_1) < 0 \\ \Xi^*(\tau_2) < 0 \end{cases} \quad (13)$$

则存在状态反馈控制律 (11) 使得基于 TS-DETCS 的不确定闭环故障 NCS(12) 在无扰时保持渐进稳定, 有扰时扰动抑制率为 γ , 控制器增益 K 与离散事件触发权矩阵可分别通过 $K=YX^{-1}$ 与 $\Psi=Y^{-1}$ 求取。其中,

$$\Xi^*(\tau) = \begin{bmatrix} \Phi^*(\tau) & M^* & E^{*T} & E & XC^T \\ * & -\varepsilon^{-1}I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix}$$

$$\Phi^*(\tau) = \begin{bmatrix} \Theta_{11}^* & \Theta_{12}^* & 0 & \Theta_{14}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & \Theta_{19}^* \\ * & \Theta_{22}^* & \Theta_{23}^* & \Theta_{24}^* & 0 & \Theta_{26}^* & 0 & 0 & \Theta_{29}^* \\ * & * & \Theta_{33}^* & \Theta_{34}^* & \Theta_{35}^* & \Theta_{36}^* & \Theta_{37}^* & \Theta_{38}^* & 0 \\ * & * & * & \Theta_{44}^* & \Theta_{45}^* & 0 & \Theta_{47}^* & \Theta_{48}^* & \Theta_{49}^* \\ * & * & * & * & \Theta_{55}^* & 0 & \Theta_{57}^* & \Theta_{58}^* & 0 \\ * & * & * & * & * & \Theta_{66}^* & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Theta_{77}^* & \Theta_{78}^* & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & \Theta_{88}^* & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & \Theta_{99}^* \end{bmatrix}$$

$$\Theta_{11}^* = 2\tau_s^2 X + 2\tau_1^2 X - 2X - \tau_s^2 R_4 - \tau_1^2 R_3, \Theta_{12}^* = AX,$$

$$\Theta_{14}^* = BLY, \Theta_{19}^* = -BLY, \Theta_{22}^* = AX + XA^T + 4R_3 - R_1 - 6X,$$

$$\Theta_{23}^* = 2R_3 - 4X, \Theta_{24}^* = BLY, \Theta_{26}^* = 12X - 6R_3 + \tau_1 X,$$

$$\Theta_{29}^* = -BLY, \Theta_{33}^* = 4R_3 + 4R_4 + R_1 - R_2 - 16X,$$

$$\Theta_{34}^* = 2R_4 + R_7 + R_7^T + R_5 + R_6 - 12X,$$

$$\Theta_{35}^* = R_6 + R_7 - R_5 - R_7^T, \Theta_{36}^* = 12X - 6R_3 - \tau_1 X,$$

$$\Theta_{37}^* = 12X - 6R_4 + (\tau - \tau_1)X,$$

$$\Theta_{38}^* = 8X - 2R_7 - 2R_6 + (\tau_2 - \tau)X$$

$$\Theta_{44}^* = -16X + 8R_4 - 2R_5 + 2R_6 + \delta_1(2X - V) - \delta_2^2 I + I,$$

$$\Theta_{45}^* = 2R_4 + R_6 - R_7 - R_7^T + R_5 - 4X,$$

$$\Theta_{47}^* = 20X - 6R_4 - 2R_7 - 2R_6, \Theta_{48}^* = 2R_7 - 6R_4 - 2R_6 + 12X,$$

$$\Theta_{49}^* = -\delta_1(2X - V), \Theta_{55}^* = 4R_4 + R_2 - 10X,$$

$$\Theta_{57}^* = 2R_7 - 2R_6 - (\tau - \tau_1)X, \Theta_{58}^* = 12X - 6R_4 - (\tau_2 - \tau)X,$$

$$\Theta_{66}^* = 12R_3 - 24X, \Theta_{77}^* = 12R_4 - 24X, \Theta_{78}^* = 4R_6 - 8X,$$

$$\Theta_{88}^* = 12R_4 - 24X, \Theta_{99}^* = \delta_1(2X - V) - 2X + V$$

证明: 构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函如下

$$V(x_t) = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_1 = \begin{bmatrix} x(t) \\ \int_{t-\tau_1}^t x(s) ds \\ \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} x(s) ds \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} x(t) \\ \int_{t-\tau_1}^t x(s) ds \\ \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} x(s) ds \end{bmatrix}$$

$$V_2 = \int_{t-\tau_1}^t x^T(s) Q_1 x(s) ds + \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} x^T(s) Q_2 x(s) ds$$

$$V_3 = \int_{-\tau_1}^0 \int_{t+\theta}^t \tau_1 \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds d\theta + \int_{-\tau_2}^{-\tau_1} \int_{t+\theta}^t \tau_s \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds d\theta$$

$$\xi(t) = [x(t) \quad x(t-\tau_1) \quad x(t-\tau(t)) \quad x(t-\tau_2)]$$

$$\frac{1}{\tau_1} \int_{t-\tau_1}^t x(s) ds \frac{1}{\tau(t)-\tau_1} \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} x(s) ds \frac{1}{\tau_2-\tau(t)} \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} x(s) ds \quad e(i_k h)]$$

沿系统(12)对 $V(x_t)$ 求导, 得

$$\dot{V}_1 = 2x^T(t) P \dot{x}(t) + 2 \left(\int_{t-\tau_1}^t x(s) ds \right)^T P \left(\int_{t-\tau_1}^t x(s) ds \right) + 2 \left(\int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} x(s) ds \right)^T P \left(\int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} x(s) ds \right) = \xi^T(t) \Phi_1 \xi(t) \quad (14)$$

其中

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} Y_{11} & 0 & Y_{13} & 0 & Y_{15} & 0 & 0 & Y_{18} \\ * & 0 & 0 & 0 & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & Y_{46} & Y_{47} & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_{11} = P(A + \Delta A) + (A + \Delta A)^T P \quad Y_{13} = P(B + \Delta B) L K$$

$$Y_{15} = \tau_1 P \quad Y_{10} = -P(B + \Delta B) L K \quad Y_{25} = -\tau_1 P$$

$$Y_{26} = (\tau - \tau_1) P, \quad Y_{27} = (\tau_2 - \tau) P$$

$$Y_{46} = -(\tau - \tau_1) P, \quad Y_{47} = -(\tau_2 - \tau) P$$

$$\dot{V}_2 = x^T(t) Q_1 x(t) - x^T(t-\tau_1) Q_1 x(t-\tau_1) + x^T(t-\tau_1) Q_2 x(t-\tau_1) - x^T(t-\tau_2) Q_2 x(t-\tau_2) = \xi^T(t) \Phi_2 \xi(t) \quad (15)$$

其中

$$\Phi_2 = \text{diag}\{Q_1, Q_2 - Q_1, 0, -Q_2, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\dot{V}_3 = \tau_1^2 \dot{x}^T(t) Z_1 \dot{x}(t) + \tau_s^2 \dot{x}^T(t) Z_2 \dot{x}(t) - \tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds - \tau_s \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds \quad (16)$$

$$\text{其中 } \tau_1^2 \dot{x}^T(t) Z_1 \dot{x}(t) + \tau_s^2 \dot{x}^T(t) Z_2 \dot{x}(t) = \dot{x}^T(t) (\tau_1^2 Z_1 + \tau_s^2 Z_2) \dot{x}(t)$$

由引理 1 可得:

$$-\tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds \leq -\xi^T(t) \Phi_{32} \xi(t) \quad (17)$$

其中

$$\Gamma_{11} = 4Z_1, \Gamma_{12} = 2Z_1, \Gamma_{22} = 4Z_1, \Gamma_{15} = \Gamma_{25} = -6Z_1, \Gamma_{55} = 12Z_1$$

$$\Phi_{32} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & 0 & 0 & \Gamma_{15} & 0 & 0 & 0 \\ * & \Gamma_{22} & 0 & 0 & \Gamma_{25} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Gamma_{55} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}$$

\dot{V}_3 中的最后一项积分可写成如下形式,

$$\int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds = \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \dot{x}^T Z_2 \dot{x}(s) ds + \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \dot{x}^T Z_2 \dot{x}(s) ds$$

由引理 1 可得

$$-\tau_s \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(t)(s) Z_2 \dot{x}(s) ds \leq -\frac{\tau_s}{\tau(t)-\tau_1} \xi^T(s) G_1^T \tilde{Z}_2 G_1 \xi(t) - \frac{\tau_s}{\tau_2-\tau(t)} \xi^T(s) G_2^T \tilde{Z}_2 G_2 \xi(t)$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 & I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & I & 0 & 0 & -2I & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & I & 0 & 0 & -2I & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{Z}_2 = \text{diag}(Z_2, 3Z_2)$$

由引理 2 可得,

$$-\tau_s \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds \leq -\xi^T(t) \Pi^T \Psi \Pi \xi(t) \quad (18)$$

$$\text{其中 } \Psi = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_2 & \Omega \\ \Omega & \tilde{Z}_2 \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} M_1 & M_3 \\ M_3^T & M_2 \end{bmatrix}$$

$$\Pi = [G_1^T \quad G_2^T]^T$$

综合式(14)-(17)可以得出,

$$\dot{V}_3 \leq \tau_1^2 \dot{x}^T(t) Z_1 \dot{x}(t) + \tau_s^2 \dot{x}^T(t) Z_2 \dot{x}(t) + \xi^T(t) \Phi_3 \xi(t) \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} \Lambda_{22} &= -4Z_2, \Lambda_{23} = -2Z_2 - M_3 - M_3^T - M_1 - M_2, \\ \Lambda_{24} &= M_1 + M_3^T - M_2 - M_3, \Lambda_{26} = 6Z_2, \\ \Lambda_{27} &= 2M_3 + 2M_2, \Lambda_{33} = -8Z_2 + 2M_1 - 2M_2, \\ \Lambda_{34} &= -2Z_2 - M_2 + M_3 - M_1 + M_3^T, \\ \Lambda_{36} &= 6Z_2 + 2M_3 + 2M_2, \Lambda_{37} = 6Z_2 + 2M_2 - 2M_3, \\ \Lambda_{44} &= -4Z_2, \Lambda_{46} = 2M_2 - 2M_3, \Lambda_{47} = 6Z_2, \\ \Lambda_{66} &= -12Z_2, \Lambda_{67} = -4M_2, \Lambda_{77} = -12Z_2 \end{aligned}$$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & \Lambda_{22} & \Lambda_{23} & \Lambda_{24} & 0 & \Lambda_{26} & \Lambda_{27} & 0 \\ * & * & \Lambda_{33} & \Lambda_{34} & 0 & \Lambda_{36} & \Lambda_{37} & 0 \\ * & * & * & \Lambda_{44} & 0 & \Lambda_{46} & \Lambda_{47} & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Lambda_{66} & \Lambda_{67} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Lambda_{77} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}$$

综和式(14)~(19), 不难得出

$$\dot{V} \leq \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 + e^T(i_k h) \Psi e(i_k h) - e^T(i_k h) \Psi e(i_k h) + x^T(t_k h) x(t_k h) - x^T(t_k h) x(t_k h)$$

基于 TS-DETCS, 由于 $i_k h \in [t_k h, t_{k+1} h)$, 显然 $e^T(i_k h) \Psi e(i_k h) \leq \delta_2 x^T(t_k h) \Psi x(t_k h)$, $x^T(i_k h) x(i_k h) \geq \delta_1^2$, 则有

$$\dot{V} \leq \xi^T(t) \Phi \xi(t) + \tau_1^2 \dot{x}^T(t) Z_1 \dot{x}(t) + \tau_s^2 \dot{x}^T(t) Z_2 \dot{x}(t)$$

其中:

$$\Phi(\tau) = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} & 0 & \Theta_{15} & 0 & 0 & \Theta_{18} \\ * & \Theta_{22} & \Theta_{23} & \Theta_{24} & \Theta_{25} & \Theta_{26} & \Theta_{27} & 0 \\ * & * & \Theta_{33} & \Theta_{34} & 0 & \Theta_{36} & \Theta_{37} & \Theta_{38} \\ * & * & * & \Theta_{44} & 0 & \Theta_{46} & \Theta_{47} & 0 \\ * & * & * & * & \Theta_{55} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Theta_{66} & \Theta_{67} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Theta_{77} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & \Theta_{88} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Theta_{11} &= P(A + \Delta A) + (A + \Delta A)^T P + Q_1 - 4Z_1, \\ \Theta_{12} &= -2Z_1, \Theta_{13} = P(B + \Delta B)LK, \\ \Theta_{15} &= 6Z_1 + \tau_1 P, \Theta_{18} = -P(B + \Delta B)LK, \\ \Theta_{22} &= Q_2 - Q_1 - 4Z_1 - 4Z_2, \\ \Theta_{23} &= -2Z_2 - M_3 - M_3^T - M_1 - M_2, \\ \Theta_{24} &= M_1 + M_3^T - M_2 - M_3, \Theta_{25} = 6Z_1 - \tau_1 P, \\ \Theta_{26} &= 6Z_2 + (\tau - \tau_1)P, \Theta_{27} = 2M_3 + 2M_2 + (\tau_2 - \tau)P, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Theta_{33} &= -8Z_2 + 2M_1 - 2M_2 + \delta_1 \Psi - \delta_2^2 I + I, \\ \Theta_{34} &= -2Z_2 - M_2 + M_3 - M_1 + M_3^T, \\ \Theta_{36} &= 6Z_2 + 2M_3 + 2M_2, \Theta_{37} = 6Z_2 + 2M_2 - 2M_3, \\ \Theta_{38} &= -\delta_1 \Psi, \Theta_{44} = -4Z_2 - Q_2, \\ \Theta_{46} &= 2M_2 - 2M_3 - (\tau - \tau_1)P, \Theta_{67} = -4M_2, \\ \Theta_{47} &= 6Z_2 - (\tau_2 - \tau)P, \Theta_{55} = -12Z_1, \Theta_{66} = -12Z_2, \\ \Theta_{77} &= -12Z_2, \Theta_{88} = \delta_1 \Psi - \Psi \end{aligned}$$

利用 Schur 补性质可以得到

$$\dot{V} \leq \xi^T(t) \begin{bmatrix} -(\tau_s^2 Z_2 + \tau_1^2 Z_1)^{-1} & H \\ H^T & \Phi \end{bmatrix} \xi^T(t)$$

其中, $H = [A \ 0 \ BLK \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -BLK]$

根据 Lyapunov 稳定性理论, 若 $\Phi' < 0$, 可以得出系统(12)无扰时渐进稳定, 也即 TS-DETCS 约束的闭环故障系统(12)具有鲁棒完整性。

根据引理 3, $\Phi'(\tau)$ 可以转化为

$$\Phi'(\tau) \leq \Phi''(\tau) + \varepsilon M' M'^T + \varepsilon^{-1} E'^T E' < 0$$

其中

$$M'^T = [M^T \ M^T P^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$E' = [0 \ E_1 \ 0 \ E_2 LK \ 0 \ 0 \ 0 \ -E_2 LK]$$

$$\Phi''(\tau) = \begin{bmatrix} \Theta'_{11} & \Theta'_{12} & 0 & \Theta'_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & \Theta'_{19} \\ * & \Theta'_{22} & \Theta'_{23} & \Theta'_{24} & 0 & \Theta'_{26} & 0 & 0 & \Theta'_{29} \\ * & * & \Theta'_{33} & \Theta'_{34} & \Theta'_{35} & \Theta'_{36} & \Theta'_{37} & \Theta'_{38} & 0 \\ * & * & * & \Theta'_{44} & \Theta'_{45} & 0 & \Theta'_{47} & \Theta'_{48} & \Theta'_{49} \\ * & * & * & * & \Theta'_{55} & 0 & \Theta'_{57} & \Theta'_{58} & 0 \\ * & * & * & * & * & \Theta'_{66} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Theta'_{77} & \Theta'_{78} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & \Theta'_{88} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & \Theta'_{99} \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{aligned} \Theta'_{11} &= -(\tau_s^2 Z_2 + \tau_1^2 Z_1)^{-1}, \Theta'_{12} = A, \Theta'_{14} = BLK, \Theta'_{19} = -BLK, \\ \Theta'_{22} &= \Theta_{11}, \Theta'_{23} = \Theta_{12}, \Theta'_{24} = \Theta_{13}, \Theta'_{26} = \Theta_{15}, \Theta'_{29} = \Theta_{18}, \\ \Theta'_{33} &= \Theta_{22}, \Theta'_{34} = \Theta_{23}, \Theta'_{35} = \Theta_{24}, \Theta'_{36} = \Theta_{25}, \Theta'_{37} = \Theta_{26}, \\ \Theta'_{38} &= \Theta_{27}, \Theta'_{44} = \Theta_{33}, \Theta'_{45} = \Theta_{34}, \Theta'_{47} = \Theta_{36}, \Theta'_{48} = \Theta_{37}, \\ \Theta'_{49} &= \Theta_{38}, \Theta'_{55} = \Theta_{44}, \Theta'_{57} = \Theta_{46}, \Theta'_{58} = \Theta_{47}, \Theta'_{66} = \Theta_{55}, \\ \Theta'_{77} &= \Theta_{66}, \Theta'_{78} = \Theta_{67}, \Theta'_{88} = \Theta, \Theta'_{99} = \Theta_{88} \end{aligned}$$

进一步利用 Schur 补性质, 可得

$$\Xi(\tau) = \begin{bmatrix} \Phi''(\tau) & M' & E'^T \\ * & -\varepsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix}$$

若 $\Xi(\tau)$ 对任意 $\tau \in [\tau_1, \tau_2]$ 均能满足 $\Xi(\tau) < 0$,

则不确定无扰 NCS(12) 渐进稳定。由于 $\Xi(\tau)$ 是由 τ 仿射变换所得, 则有

$$\Xi(\tau) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Xi(\tau_1) < 0 \\ \Xi(\tau_2) < 0 \end{cases}$$

不确定无扰 TS-DETCS 下的 NCS(12) 具有鲁棒完整性得证。

在零初始条件下, 考虑如下性能指标函数

$$J = \int_0^t (z_1^T(s)z_1(s) - \gamma_1^2 w^T(s)w(s)) ds \leq \int_0^t [z_1^T(s)z_1(s) - \gamma_1^2 w^T(s)w(s) + \dot{V}(x_t)] ds \quad (20)$$

$$t \in [t_k h + \tau_{t_k}, t_{k+1} h + \tau_{t_{k+1}})$$

利用 \dot{V} 的推导过程, 考虑 $w(t) \neq 0$, 可得

$$J \leq \int_0^t \zeta^T(s) \Xi'(t) \zeta(s) ds \quad (21)$$

其中: $\zeta^T(t) = [\xi^T(t) \quad w^T(t)]$

$$\Xi'(t) = \begin{bmatrix} \Phi(\tau)'' & M' & E'^T & \Theta_{12} \\ * & -\varepsilon^{-1}I & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & * & \Theta'_{12} \end{bmatrix}$$

$$\Theta_{12} = [PE \quad C^T], \Theta'_{12} = \text{diag}\{-\gamma^2 I \quad -I\}$$

若 $\Xi'(t) < 0$, 则有性能指标 $J < 0$, 由式(20)

和(21)得

$$\int_0^t [z_1^T(s)z_1(s) - \gamma_1^2 w^T(s)w(s) + \dot{V}(x_t)] ds < 0$$

进一步利用零初始条件得

$$V(x_t) + \int_0^t [z_1^T(s)z_1(s)] ds < \gamma_1^2 \int_0^t [w^T(s)w(s)] ds$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 即有 $\|z_1(t)\|_2 \leq \gamma_1 \|w(t)\|_2$ 。

由于 $\Xi'(t)$ 中存在非线性矩阵不等式项, 不便于控制器的求解, 故对 $\Xi'(t)$ 两端分别乘以对角阵 $\text{diag}\{I, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1},$

$$P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, I, I\},$$
 并令 $P^{-1} = X, Y = KX,$

$$Q_1^{-1} = R_1, Q_2^{-1} = R_2, Z_1^{-1} = R_3, Z_2^{-1} = R_4, M_1^{-1} = R_5,$$

$M_2^{-1} = R_6, M_3^{-1} = R_7, \Psi^{-1} = V,$ 依据文献[3]作如下变换:

$$P^{-1}Q_1P^{-1} = 2X - R_1, P^{-1}Q_2P^{-1} = 2X - R_2,$$

$$P^{-1}Z_1P^{-1} = 2X - R_3, P^{-1}Z_2P^{-1} = 2X - R_4,$$

$$P^{-1}M_1P^{-1} = 2X - R_5, P^{-1}M_2P^{-1} = 2X - R_6,$$

$$P^{-1}M_3P^{-1} = 2X - R_7, P^{-1}\Psi P^{-1} = 2X - V$$

根据文献[13]中方法将 Θ'_{11} 变换为 $2\tau_s^2 X +$

$2\tau_1^2 X - 2X - \tau_s^2 R_4 - \tau_1^2 R_3$ 即可得到式(10), 定理 1 证毕。

注 4: 当 $\delta_1=0$, TS-DETCS 中的判别条件不再起作用, 此时 TS-DETCS 退化为 DETCS(1); 当 $\delta_1=\delta_2=0$, 意味着所有的采样数据均被传输, 此时退化为 PTTCS 下容错单一设计。

注 5: 当给定 γ 和 δ_1, δ_2 时, 利用定理 1 求取的鲁棒 H_∞ 容错控制器与事件触发权矩阵仅为 TS-DETCS 下的次优解。若已知时延信息并限定 δ_1 和 δ_2 , 通过下式

$$\min_{\tau_1, \tau_2, h, \delta_1, \delta_2} \gamma$$

$$s.t. (10) X > 0, V > 0, R_i > 0 (i=1, 2, \dots, 5)$$

对 γ 寻优, 便可求取具有最小扰动抑制率的最优控制器与最优事件触发权矩阵。

注 6: TS-DETCS 中 δ_1 对应系统响应进入稳态过程的允许误差范围, δ_2 则与数据发送量和系统动态行为相关。实际工程应用中, 首先可针对系统响应要求确定参数 δ_1 , 利用类似的方法求取参数 δ_2 的允许上限, 然后根据实际网络环境与系统性能需求适当选取参数 δ_2 , 由此更好地平衡网络资源与系统性能的关系。

4 仿真研究

为方便比较, 使用文献[10]中模型数据, 其中:

$$A = \begin{bmatrix} -1.3 & -0.5 \\ 0.7 & -1.8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} -0.4 \\ 0 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} \sin t & 0 \\ 0 & \cos t \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, N_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$w(t) = \begin{cases} 2 \cos(2\pi t) \exp(-0.2t), & 5 \leq t \leq 10 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

取初始状态 $x(0) = [1 \quad -1]^T$, $\gamma = 0.5$, 对于零输入系统 $x_{ss} = 0$ 。取采样周期 $h = 0.1 \text{ s}$, $\varepsilon = 1$, $\bar{\tau} = 0.3 \text{ s}$, $\tau_1 = 0.1 \text{ s}$, 则有 $\tau_2 = 0.4 \text{ s}$ 。

4.1 结论的有效性验证

针对执行器正常和三种不同的故障情况,其中 $L_1=diag\{1,1\}$ 表示两个执行器均正常; $L_2=diag\{1,0\}$ 和 $L_3=diag\{0,1\}$ 分别表示执行器 1 正常、执行器 2 完全失效和执行器 1 完全失效、执行器 2 正常; $L_4=diag\{0.8,0.5\}$ 表示两个执行器均部分失效。

取 $\delta_1=0.02$ (即认为系统响应动态过程进入 $\Delta=2\%$ 结束), $\delta_2=0.2$, 通过定理 1 可以求得状态反馈增益矩阵 K 和事件触发矩阵 Ψ 如下:

$$K = \begin{bmatrix} -0.0797 & -0.0458 \\ -0.0545 & -0.0432 \end{bmatrix}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} 0.0371 & -0.0019 \\ -0.0019 & 0.0357 \end{bmatrix}$$

取 15 s 仿真时间, 当执行器正常和分别发生 L_2 、 L_3 、 L_4 故障时, 系统零输入状态响应曲线如图 2、3 所示, 数据传输时刻与时间间隔如图 4 所示。

由图 2~4 可以看出:

1) 依据定理 1 所设计的控制器针对执行器正常、部分失效和完全失效的情形均能保证不确定 NCS 渐进稳定, 且具有预设的扰动抑制水平。

2) 在 0~3.6 s 时间段的系统响应属于变化较明显的动态过程, 此时由(5)筛选数据发送; 3.6 s 后系统响应进入预设的允许误差范围内即进入稳态过程, 故 3.6~5.8 s 时间段由(6)起作用, 仅在 3.6 s 时发送 $x_{ss}=0$, 此后由保持器保持; 在 5.8~10.4 s 时间段系统响应因受到扰动的影响再次超出预设的允许误差带, 此时(5)再次启动筛选数据; 10.4 s 后扰动影响消失, 系统响应再次进入预设的允许误差带内, 此时又切换回(6)作用, 发送 $x_{ss}=0$ 。

综上所述可以得出, 依据本文 TS-DETCS 与鲁棒 H_∞ 容错协同设计方法设计的控制器, 可以使 NCS 在执行器正常、故障情形时均保持稳定, 并有效地抑制外部扰动; 更值得关注的是还可以在系统性能相关的触发参数 δ_1 的约束下, 自动区分系统响应的动态与稳态过程, 并根据系统响应行为的不同, 实现动态与稳态过程触发条件与终值条件之间自动切换, 从而依据系统性能需求自适应的改变

数据发送周期来发送数据, 最终在通讯与控制的协同设计下实现了系统性能与通讯资源节约兼而有之的目标。

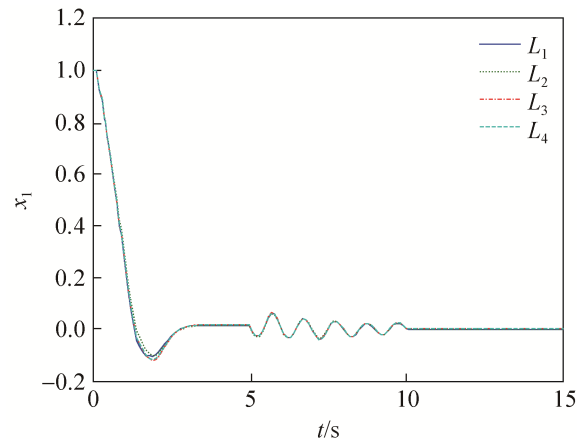


图2 不同故障模式下 x_1 状态响应曲线
Fig. 2 Response curve of state x_1

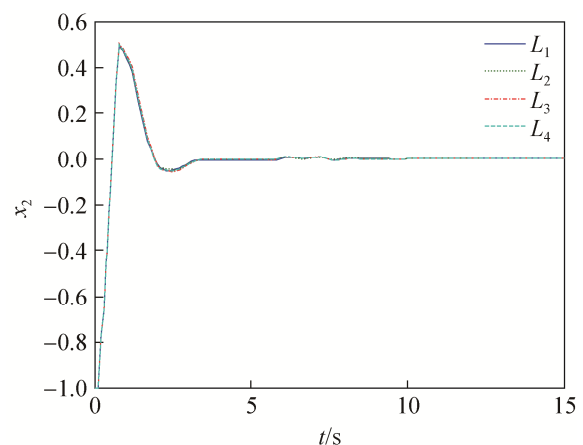


图3 不同故障模式下 x_2 状态响应曲线
Fig. 3 Response curve of state x_2

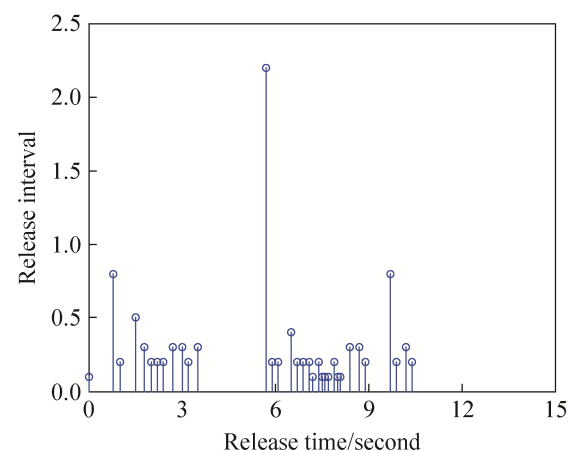


图4 TS-DETCS 下传输时刻与传输间隔
Fig. 4 Release instants and release interval

4.2 与其它触发条件的对比研究

为更清晰的显示本文所提出的 TS-DETCS 在节约网络资源与改善系统性能方面的优越性, 仍使用上述模型数据, 仅对 $L_4 = \text{diag}\{0.8, 0.5\}$ 即执行器部分失效, 分以下 4 种情形进行对比研究。

情形 1 依据文献[10]中设计方法, 在 PTTCS 下依赖网络固有的服务质量, 孤立的进行鲁棒 H_∞ 容错设计。

情形 2、3 依据文献[12]中设计方法, 分别取 $\delta_1=0.2$ 与 $\delta_1=0.8$, 在 DETCS(1)下兼顾网络通讯资源的节约与系统的性能协同设计。

情形 4 依据定理 1, 取 $\delta_1=0.02$, $\delta_2=0.2$, 在 TS-DETCS 下兼顾系统响应动稳过程的网络资源节约与系统性能协同设计。

取 15 s 仿真时间, 此时系统状态响应曲线如图 5、6 所示, 不同情形下数据发送量与数据发送率如表 1 所示。

观察图 5、6 与表 1 可以看出:

1) 较 PTTCS, DETCS(1)与 TS-DETCS 均会增加系统响应超调量, 减缓响应速度。在 DETCS(1)下, 当触发参数 δ 由 0.2 增加到 0.8 时, 尽管数据发送率由 45.3% 下降至 24.7%, 但系统性能恶化也非常明显, 可见 DETCS(1)在节约网络通讯资源的同时对系统性能的削弱是显著的。

2) DETCS(1)中 $\delta=0.2$ 与 TS-DETCS 中 $\delta_1=0.02$, $\delta_2=0.2$ 时系统有相近的性能, 但此时使用 TS-DETCS 的数据发送率仅为 22%, 远低于 DETCS(1)时的 45.3%; DETCS(1)中 $\delta=0.8$ 与 TS-DETCS 中 $\delta_1=0.02$, $\delta_2=0.2$ 的数据发送率相当, 但此时使用 TS-DETCS 的系统性能却好于前者, 可见 TS-DETCS 在节约网络通讯资源的同时对系统性能的影响更易接受。综上分析可以得出, 本文提出的 TS-DETCS 由于同时考虑了系统动态与稳态过程的特性与需求, 较现有的 DETCS 而言, 能够在确保系统性能处于同等水平下, 更有效的节约网络资源。

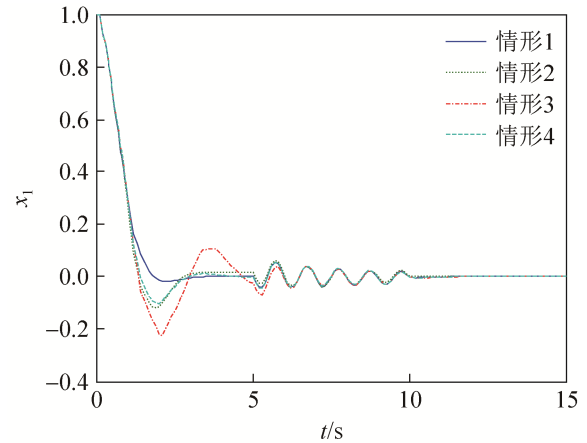


图 5 不同情形下 x_1 状态响应曲线
Fig. 5 Response curve of state x_1

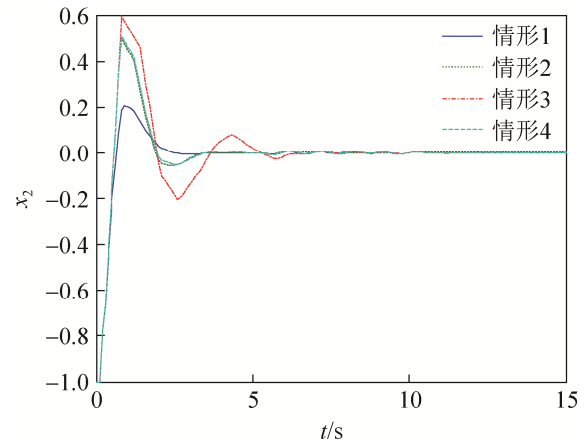


图 6 不同情形下 x_2 状态响应曲线
Fig. 6 Response curve of state x_2

表 1 不同情形下数据发送率

Tab. 1 Data transmission rate

通讯机制	设计方法	数据发送量	数据发送率
PTTCS	文献[10]	150	100%
DETCS(1)	文献[12], $\delta=0.2$	68	45.3%
DETCS(1)	文献[12], $\delta=0.8$	37	24.7%
TS-DETCS	定理 1, $\delta_1=0.02$, $\delta_2=0.2$	33	22%

4.3 保守性对比研究

为方便比较, 仍采用上述模型数据, 仅对执行器正常时, 取时延上下界 $\tau_1=0.01$ s, $\tau_2=0.25$ s, 以不同触发参数下求取的最小扰动抑制率 γ_{\min} 进行保守性分析, 不同方法下求得的 γ_{\min} 如表 2 所示。

表 2 H_∞ 优化性能指标 γ_{\min}
Tab. 2 Performance optimization index γ_{\min}

设计方法	参数	γ_{\min}
本文定理 1	$\delta_1=0, \delta_2=0.6$	0.108 0
	$\delta_1=0.02, \delta_2=0.8$	0.106 9
DETCS(1)[12]	$\delta=0.6$	0.412 5
	$\delta=0.8$	0.552 4
DETCS(1)[14]	$\delta=0.6$	0.187 2
	$\delta=0.8$	0.187 4
PTTCS[15]	—	0.147 8
PTTCS[24]	—	0.648 9
PTTCS[25]	—	0.158 2

当执行器正常时, 本文与文献[12]结果均退化为与文献[14]相同的离散事件触发机制下 H_∞ 控制器设计。由于文献[12,14]中构造的李雅普诺夫函数不同, 处理积分项的技术手段也不同, 因此二者的保守性也不相同。由注 4 可知, 当 $\delta_1=0$ 时 TS-DETCS 进一步退化为 DETCS(1), 结合表 2 上半部分可以看出, 本文设计方法无论应用在 TS-DETCS 或是 DETCS(1)下, 其 γ_{\min} 均较小, 说明其保守性要小于文献[12,14]中所述方法。

文献[15]中结论不考虑性能指标则退化为与文献[24-25]相同的时间触发机制下 H_∞ 控制器设计, 结合表 2 下半部分可以看文献[15]求得的 γ_{\min} 最接近定理 1, 但文献[15]中结论有 14 个决策变量, 多于引入 TS-DETCS 约束下定理 1 的 10 个, 说明文献[15]的控制器计算更加复杂。虽然定理 1 中引入了离散事件触发条件的约束, 有效地节约了通讯资源, 但其 γ_{\min} 却更小, 说明其保守性要小于文献[15,24-25]中所述方法。

5 结论

本文针对具有时变时延的不确定 NCS, 在深入分析现存 DETCS 不足之处的基础上, 提出了一种新的能自动区分系统响应的动态与稳态过程的离散事件触发通讯机制, 并在该通讯机制下从建立闭环故障 NCS 模型入手, 然后基于 Lyapunov 稳定性理论, 使用改进的 Wirtinger 不等式与互反凸组合引理等技术, 研究了新型事件触发通讯机制与鲁

棒 H_∞ 容错控制的协同设计问题; 最后以仿真算例验证了本文阐述方法的可行性与有效性, 进而与现有研究成果进行了对比。结果表明本文所设计的 TS-DETCS 触发参数物理意义明确, 便于工程选取; 触发条件动稳协调节约通讯资源更有效且对系统的动态性能影响小; 改进的 Wirtinger 不等式等技术的应用, 使控制器设计的复杂度低、保守性少且性能更优。

参考文献:

- [1] Zhang Wenan, Yu Li. Modelling and control of networked control systems with both network-induced delay and packet-dropout [J]. Automatica (S0005-1098), 2008, 44(12): 3206-3210.
- [2] 罗小元, 袁园, 张玉燕. 具有丢包、通讯约束的非线性时滞网络化控制系统鲁棒故障检测 [J]. 控制与决策, 2014, 29(11): 2048-2054. (Luo Xiaoyuan, Yuan Yuan, Zhang Yuyan. Fault-detection for nonlinear time-delays networked control systems with packet dropouts and access constraints [J]. Control and Decision, 2014, 29(11): 2048-2054.)
- [3] Gao Huijun, Chen Tongwen, James Lam. A new delay system approach to network-based control [J]. Automatica (S0005-1098), 2008, 44(1): 39-52.
- [4] Feng Jian, Wang Shenquan. Reliable Fuzzy Control for a Class of Nonlinear Networked Control Systems with Time Delay [J]. Acta Automatica Sinica (S0254-4156), 2012, 38(7): 1091-1099.
- [5] Zhao Mingyue, Liu Heping, Li Zhijun. Fault Tolerant Control for Networked Control Systems with Access Constraints [J]. Acta Automatica Sinica (S0254-4156), 2012, 38(7): 1119-1126.
- [6] Peng Chen, Han Qinglong. To transmit or not to transmit a discrete event-triggered communication scheme for networked Takagi-Sugeno fuzzy systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems (S1063-6706), 2012, 21(1): 164-170.
- [7] Wang Xiaofeng, Sun Yu, Naira Hovakimyan. Asynchronous task execution in networked control systems using decentralized event-triggering [J]. Systems & Control Letters (S0167-6911), 2012, 61(1): 936-944.
- [8] Adolfo Anta, Paulo Tabuada. To sample or not to Sample: Self-Triggered Control for Nonlinear Systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control (S0018-9286), 2010,

- 55(9): 2030-2042.
- [9] Peng Chen, Yang Taichen. Event-triggered communication and H_∞ control co-design for networked control systems [J]. *Automatica* (S0005-1098), 2013, 49(5): 1326-1332.
- [10] 李炜, 申富媛. 具有 α -稳定的 NCS 鲁棒 H_∞ 容错设计 [J]. *南京理工大学学报*, 2011, 35(增 1): 1-6. (Li Wei, Shen Fuyuan. Robust Fault-tolerant Design of NCS with α -stability [J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2011, 35(S1): 1-6.)
- [11] 曹慧超, 李炜. 离散事件触发不确定 NNCS 鲁棒容错控制 [J/OL]. *吉林大学学报 (工学版)*, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/22.1341.T.20141118.1119.005.html> (Cao Huichao, Li Wei. Robust fault-tolerant control for nonlinear networked control system under discrete event-triggered communication scheme [J/OL]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)* <http://kns.cnki.net/kcms/detail/22.1341.T.20141118.1119.005.html>)
- [12] 赵莉. 基于离散事件触发的 NCS 鲁棒容错控制研究 [D]. 兰州: 兰州理工大学, 2014. (Zhao Li. Robust Fault-tolerant Control for NCS Based on Discrete Event-Triggered Scheme [D]. Lanzhou, China: Lanzhou University of Technology, 2014.)
- [13] Yang Feisheng, Zhang Huaguang. An enhance input-delay approach to sampled-data stabilization of T-S fuzzy systems via mixed convex combination [J]. *Nonlinear Dynamics* (S0924-090X), 2014, 75(3): 1-12.
- [14] Yue Dong, Tian Engang, Han Qinglong. A Delay System Method for Desiging Event-Triggered Controllers of Networked Control Systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* (S0018-9286), 2013, 58(2): 475-481.
- [15] 李炜, 王艳飞. 一种少保守性的 NCS 鲁棒 H_∞ 保性能容错控制 [J]. *控制与决策*, 2011, 26(12): 1768-1776. (Li Wei, Wang Yanfei. A less-conservative Robust H_∞ Guaranteed Cost Fault-Tolerant Control of Networked Control System [J]. *Control and Decision*, 2011, 26(12): 1768-1776.)
- [16] Liu K, Fridman E. 2012. Wirtinger's Inequality and Lyapunov-based Sampled-data Stabilisation [J]. *Automatica* (S0005-1098), 2012, 48(1): 102-108.
- [17] Xiao Shenping, Gao Liuxin. The Stability Analysis for a Class of Time-Delay Networked Control Systems [C]// The 26th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 2014: 4977-4980.
- [18] Alexandre Seuret, Emilia Fridman. Stability of systems with fast-varying delay using improved Wirtinger's inequality [C]// 52th IEEE Conference on Decision and Control. USA: IEEE, 2013.
- [19] Hu Songlin, Yue Dong. Event-triggered controller design of nonlinear discrete-time networked control systems in T-S fuzzy model [J]. *Applied Soft Computing* (S1568-4946), 2015, 30: 400-411.
- [20] Liu Jinliang, Yue Dong. Event-based fault detection for networked systems with communication delay and nonlinear perturbation [J]. *Journal of the Franklin Institute* (S0016-0032), 2013, 350(9): 2791-2870.
- [21] Li Yajie, Li Wei. Discrete Event-Triggered Robust Fault-Tolerant Control for Nonlinear Networked Control Systems with α Safety Degree and Actuator Saturation [J]. *Mathematical Problems in Engineering* (S1024-123X), 2015 (5): 1-17.
- [22] 王琦. 网络化系统基于事件触发的 H_∞ 滤波设计 [D]. 太原: 山西大学, 2013: 6. (Wang Qi. Event-triggered based H_∞ Filtering of Networked Systems [D]. Taiyuan, China: Shanxi University, 2013: 6.)
- [23] Xie Lihua. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. *International Journal of Control* (S0020-7179), 1996, 63(4): 741-750.
- [24] 陈明, 童朝南. 不确定系统鲁棒容错 H_∞ 控制的 LMI 设计方法 [J]. *控制与决策*, 2009, 24(4): 526-531. (Chen Ming, Tong Chaonan. LMI approach to robust fault-tolerant H_∞ control for uncertain systems [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(4): 526-531.)
- [25] Xiefu Jiang, Qinglong Han. A New H_∞ Stabilization Criterion for Networked Control Systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* (S0018-9286), 2008, 53(4): 1025-1032.