

6-3-2020

Fractional Modeling and Simulation Analysis of Single-Phase PWM Rectifier

Zheng Zheng

School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China;

Fangjun Ma

School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China;

Yanfang Wei

School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Fractional Modeling and Simulation Analysis of Single-Phase PWM Rectifier

Abstract

Abstract: The modeling problem of single-phase PWM rectifier was studied, based on the fact that actual capacitance and inductance is the fractional in nature. *The mathematical model of single-phase PWM rectifier was established by using fractional calculus theory, based on modeling method analysis of fractional Caputo definition and PWM rectifier topology.* According to instantaneous power theory, for DC component value, the peak to peak value AC component, and the time of dynamic response of the DC side capacitor voltage were analyzed. In theory, DC component value does not change with the order number capacitance, while the AC component is opposite, dynamic response time will be smaller and faster response speed by the capacitance order. A Matlab/Simulink simulation model of a single-phase PWM rectifier fractional model was established, and then simulation results verify the fractional modeling effectiveness and theoretical analysis.

Keywords

fractional calculus, PWM rectifier, Caputo definition of modeling, the theory of instantaneous power

Recommended Citation

Zheng Zheng, Ma Fangjun, Wei Yanfang. Fractional Modeling and Simulation Analysis of Single-Phase PWM Rectifier[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(4): 784-790.

单相 PWM 整流器分数阶建模与仿真分析

郑征, 马方军, 韦延方

(河南理工大学电气工程与自动化学院, 焦作 454000)

摘要: 基于实际电容和实际电感在本质上是分数阶的事实, 针对单相 PWM 整流器建模问题进行研究。在分析分数阶 Caputo 定义建模方法和 PWM 整流器拓扑结构的基础上, 实现采用分数阶微积分理论建立单相 PWM 整流器的分数阶数学模型。基于瞬时功率理论, 针对直流侧电容电压直流分量大小、交流分量峰峰值大小、动态响应时间分析。理论上讲, 直流分量大小不随电容阶数变化, 而交流分量峰峰值大小则相反, 动态响应时间随着电容阶数变小而响应速度变快。建立了单相 PWM 整流器分数阶模型的 Matlab/Simulink 仿真模型, 仿真结果验证了分数阶建模与理论分析的有效性。

关键词: 分数阶微积分; PWM 整流器; Caputo 定义建模; 瞬时功率理论

中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2017) 04-0784-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201704011

Fractional Modeling and Simulation Analysis of Single-Phase PWM Rectifier

Zheng Zheng, Ma Fangjun, Wei Yanfang

(School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

Abstract: The modeling problem of single-phase PWM rectifier was studied, based on the fact that actual capacitance and inductance is the fractional in nature. The mathematical model of single-phase PWM rectifier was established by using fractional calculus theory, based on modeling method analysis of fractional Caputo definition and PWM rectifier topology. According to instantaneous power theory, for DC component value, the peak to peak value AC component, and the time of dynamic response of the DC side capacitor voltage were analyzed. In theory, DC component value does not change with the order number capacitance, while the AC component is opposite, dynamic response time will be smaller and faster response speed by the capacitance order. A Matlab/Simulink simulation model of a single-phase PWM rectifier fractional model was established, and then simulation results verify the fractional modeling effectiveness and theoretical analysis.

Keywords: fractional calculus; PWM rectifier; Caputo definition of modeling; the theory of instantaneous power

引言

PWM 整流器具有网侧电流谐波小、直流电压输出恒定、功率因数可控和能量双向流动等优点,

在诸如源滤波、超导储能、可再生能源(太阳能、风能)并网以及四象限交流电动机驱动等场合得到了广泛应用^[1]。但是这些数学模型都是采用整数阶微积分建立的, 而使用分数阶微积分建模则研究较少。分数阶微积分几乎与整数阶微积分同时出现, 但相比于整数阶微积分, 分数阶微积分因其长期没有实际应用背景而发展缓慢。近年来, 对电感和电容数学建模的研究结果表明: 整数阶的电感和电容



收稿日期: 2015-06-30 修回日期: 2015-08-10;
基金项目: 国家自然科学基金(61340015), 河南省科技厅国际联合基金(144300540014);
作者简介: 郑征(1965-), 女, 河南焦作, 博士, 教授, 研究方向为电力电子与电力传动; 马方军(1987-), 男, 河南项城, 硕士生, 研究方向为电力电子与电力传动。

<http://www.china-simulation.com>

• 784 •

在实际中并不存在^[2]。基于分数阶微积分建立许多实际系统的数学模型将比基于整数阶微积分建立这些系统的数学模型更为精确, 即分数阶微积分理论建立的电感和电容模型更能反映其电特性^[3], 也更能反映这些实际系统的本质, 使数学模型和实际系统之间达到真正的统一^[4]。

目前所建立开关功率变换器模型, 均是在认为电容和电感是整数阶进行的, 建立了开关功率变换器整数阶数学模型。然而, 实际电容电感在本质上是分数阶的事实导致采用整数阶模型描述开关功率变换器是不够精确的, 也是与开关功率变换器的分数阶本质相违背的。然而, 关于这方面开展研究的不多, 而公开的文献很少且研究的也不够深入。文献[5]建立了三相电压型并网逆变器整数阶数学模型, 并在整数阶模型基础上提出了一种基于滑模变结构的三相电压型并网逆变器直接功率控制策略。文献[6]所建立的分数阶 Buck-Boost 变换器的模型考虑了电容的分数阶次, 文献[7]分析了分数阶电容对功率因数校正变换器的影响, 文献[8]对工作于电感电流连续模式下的 Boost 变换器进行了分数阶区间数学模型和分数阶状态平均模型的建立和分析。

本文以单相 PWM 整流器为研究对象, 推导出系统的分数阶数学模型, 讨论系统在分数阶模型与整数阶模型下的工作特点, 为实现 PWM 整流器分数阶系统的精确控制提供理论基础。最后, 通过建立 Matlab/Simulink 模型仿真来验证分数阶建模与理论分析的有效性。

1 分数阶微积分简介

分数阶微积分简单来讲就是对整数阶微积分理论的拓展, 普通的微积分运算, 如一阶微分、二阶微分、一阶积分、高阶积分等都是运算次数为整数情况下微积分运算, 而分数阶微积分运算, 顾名思义, 就是将普通意义下的整数阶微积分运算推广到运算阶次为分数的情况, 比如 1/2 阶导数。

关于分数阶微积分的定义, 在分数阶微积分三百多年的发展中, 形成了如下几种具有代表性的定

义, 许多数学家各自从不同角度入手, 给分数阶导数分别以不同的定义, 其定义的合理性以及科学性已在实践中得以检验^[9]。

现在, 基础数学研究和工程应用研究中最常用的有以下三种分数阶微积分的定义: Grunwald-Letnikov 定义、Riemann-Liouville 定义、Caputo 定义。

1.1 Grunwald-Letnikov 定义

Grunwald-Letnikov 定义从整数阶高阶导数定义出发, 将微积分概念从整数推广到任意实数, 得到 Grunwald-Letnikov 定义的分数阶微分的表达式:

$${}_b D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{n=0}^{[(t-b)/h]} (-1)^n \binom{\alpha}{n} f(t-nh) \quad (1)$$

式中: b , t 为微分的上下限; α 为微分阶数; h 为微分步长; 符号 $[(t-b)/h]$ 为取离 $(t-b)/h$ 最近的

$$\text{整数; } \binom{\alpha}{n} = \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}.$$

在(1)中, 把微分阶数 α 变为 $-\alpha$ 可得到 Grunwald-Letnikov 定义的分数阶积分的表达式:

$${}_b J_t^\alpha f(t) = {}_b D_t^{-\alpha} f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{n=0}^{[(t-b)/h]} \binom{\alpha}{n} f(t-nh) \quad (2)$$

Grunwald-Letnikov 定义是差分式定义, 因其在数值计算时采用的是累加而非积分形式, 因此在微积分方程理论和数值计算方面使用较多。

1.2 Riemann-Liouvine 定义

Riemann-Liouvine 定义是根据多重积分的定义演化而来, 结合柯西积分公式和普通导数的概念定义的。

这里首先给出柯西积分公式:

$${}_b J_t^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_b^t (t-\tau)^{n-1} f(\tau) d\tau \quad (3)$$

$$\text{式中: } \Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-s} s^{x-1} ds \quad x > 0$$

把积分阶次从整数 n 推广至任意阶次 α , 就可以得到分数阶微积分 Riemann-Liouvine 定义的积分形式:

$${}_b J_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_b^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (4)$$

Riemann-Liouville 分数阶微分的形式是由其积分形式导出的, 对函数 $f(t)$ 先做 $n-\alpha$ 阶的积分, 然后再进行 n 阶的微分, 由此可得到分数阶微积分 Riemann-Liouville 定义的微分形式:

$$D^\alpha f(t) = D^n {}_b J_t^{(n-\alpha)} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \left[\int_b^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau \right] \quad (5)$$

式中: $n-1 \leq \alpha \leq n$ 。

和 Grunwald-Letnikov 的差分式定义相比, Riemann-Liouville 定义采用微分-积分的形式, 避免了极限求解, 多被用于数学理论分析, 在数学理论研究中起着重要作用。

1.3 Caputo 定义

Caputo 定义与 Riemann-Liouville 定义相同, 但是微分定义与 Riemann-Liouville 微分定义运算次序正好相反, 对函数 $f(t)$ 先做 n 阶的微分, 然后再进行 $n-\alpha$ 阶的积分: 具体的表达形式为:

$${}_b D_t^\alpha f(t) = {}_b J_t^{(n-\alpha)} D^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_b^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f^{(n)}(\tau) d\tau \quad (6)$$

式中: $n-1 \leq \alpha \leq n$ 。

Caputo 分数阶微分定义 $f(t)$ 对函数的要求比 Riemann-Liouville 分数阶微分严格, 它要求函数 $f(t)$ 的 n 阶导数绝对可积。因此, 在数学理论分析方面, Caputo 分数阶微分定义不如 Riemann-Liouville 分数阶微积分定义。但是从工程应用角度, Caputo 分数阶微积分定义更加具有实用性, 因为在使用 Caputo 分数阶微积分定义进行 Laplace 变换时, 具有较明确的物理意义, Caputo 分数阶微积分定义能够有效应用于实际。

在文献[10~11]中, 当 $t > 0$ 时, 如果考虑一类函数 $f(t)$, 它具有 $n+1$ 阶连续的导数, 则对实际函数来说, Riemann-Liouville 分数阶微积分定义与 Grunwald-Letnikov 分数阶微积分定义是完全相等的。Caputo 定义和 Riemann-Liouville 定义的区别主要在于对常数求导的定义上, 前者对常数的求导是有界的, 而后者对常数的求导是无界的。根据

Caputo 定义, 对常数 C 求导可知:

$${}_b D_t^\alpha C = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_b^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} C^{(n)}(\tau) d\tau = 0 \quad (7)$$

为了方便实际问题的建模, 在工程应用数学建模的研究中引入了 Caputo 分数阶微积分定义。Caputo 定义让分数阶微积分的 Laplace 变换更为简洁, 有利于方程式解的讨论, 该定义在建模应用及积分变换中满足的初始条件以整数阶微积分的形式给出, 现在的实际问题建模过程中广泛应用 Caputo 定义^[12], 因此本文主要采用分数阶 Caputo 定义的形式建立单相 PWM 整流器的数学模型。

2 PWM 整流器的分数阶数学模型

2.1 单相 PWM 整流器拓扑结构

PWM 整流器有一些传统整流器所没有的优点: 能量可以双向流动、直流侧电压恒定、网侧电流谐波含量低、功率因数可调, 在电气传动、电力系统无功补偿等实际系统中得到广泛的应用^[13]。因此, 本文将以 PWM 整流电路为研究对象。

单相电压型 PWM 的拓扑结构如图 1 所示, 其中 u_s 为电网电压, L 为电源电感, R 为电感内阻和系统开关损耗等效电阻, i_L 为流过电感的电流, $s_1 \sim s_4$ 为 H 桥 4 个开关管的驱动信号, $u_{AB} = u_A - u_B$ 为 H 桥交流侧电压, C 为直流电容, 通过 PWM 控制, 可使交流侧电流为正弦。

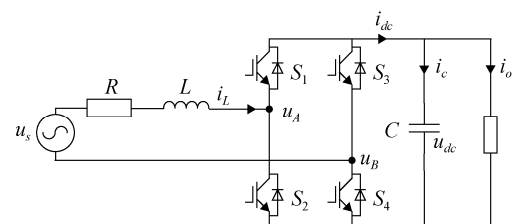


图 1 单相 PWM 整流器拓扑结构图

Fig. 1 The topology structure of single-phase PWM rectifier

2.2 单相 PWM 整流器在静止坐标系中的分数阶数学模型

对于图 1 所示的单相 PWM 整流器, 当采用单极性调制策略时, 对单相 PWM 整流器运用 KVL 定理可得:

$$\begin{cases} u_A = S_1 u_{dc} \\ u_B = S_3 u_{dc} \\ u_{AB} = u_A - u_B \\ L \frac{d^\alpha i_L}{dt^\alpha} + R i_L = u_s - u_{AB} \end{cases} \quad (8)$$

式中: u_{dc} 为直流侧电压; i_{dc} 为 H 桥直流侧输出电流; i_c 为直流电容 C 中流过的电流; i_o 为直流负载中流过的电流。 S_1 、 S_3 为当上桥臂导通时为 1, 下桥臂导通时为 0。

对单相 PWM 整流器运用 KCL 定律可得:

$$\begin{cases} i_{dc} = i_c + i_o \\ i_c = C \frac{d^\beta u_{dc}}{dt^\beta} \\ i_{dc} = S_1 i_L - S_3 i_L \end{cases} \quad (9)$$

综合(8)、(9)可以得到单相 PWM 整流器分数阶数学模型:

$$\begin{cases} L \frac{d^\alpha i_L}{dt^\alpha} = u_s - R i_L - (S_1 - S_3) u_{dc} \\ C \frac{d^\beta u_{dc}}{dt^\beta} = (S_1 - S_3) i_L - i_o \end{cases} \quad (10)$$

对于图 1 所示的单相 PWM 整流器, 当忽略等效电阻 R 时, 在理想情况下, 设电网电压 $u_s = U_m \sin(\omega t)$, 电网电流 $i_L = I_m \sin(\omega t - \theta)$, 其中 ω 为电网电压频率, θ 为电流滞后电压相位。

因此可知: 单相 PWM 整流器输入瞬时功率为:

$$P_i = U_m \sin(\omega t) \times I_m \sin(\omega t - \theta) = \frac{U_m I_m}{2} [\cos(\theta) - \cos(2\omega t - \theta)] \quad (11)$$

令 U_{dc} 为单相 PWM 整流器直流侧电压 u_{dc} 的直流分量, I_o 为电阻负载 R 电流的直流分量, u'_{dc} 为 PWM 整流器直流侧电压 u_{dc} 的交流分量。即:

$$u_{dc} = U_{dc} + u'_{dc}$$

则单相 PWM 整流器输出瞬时功率为:

$$P_o = u_{dc} i_{dc} = (U_{dc} + u'_{dc})(I_o + C \frac{d^\beta u_{dc}}{dt^\beta}) \quad (12)$$

忽略高阶小量以及根据 Caputo 分数阶的关于常数的求导(7)式可得:

$$P_o = U_{dc} I_o + U_{dc} C \frac{d^\beta u'_{dc}}{dt^\beta} \quad (13)$$

输入功率 P_i 和输出功率 P_o 中既含有直流分

量, 又含有交流分量, 在不考虑系统损耗的情况下, 输入功率和输出功率中的直流分量和交流分量应该分别对应相等;

对于直流分量, 有:

$$U_{dc} I_o = \frac{U_m I_m}{2} \cos(\theta) \quad (14)$$

对于 I_o 为电阻负载 R 电流的直流分量可知,

$I_o = U_{dc}/R$, 代入上式则有:

$$U_{dc}^2 = \frac{U_m I_m R}{2} \cos(\theta) \quad (15)$$

对于交流分量, 有:

$$U_{dc} C \frac{d^\beta u'_{dc}}{dt^\beta} = -\frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t - \theta) \quad (16)$$

同理, 对单相 PWM 整流器, 作整数阶模型分析时, 可以得到类似于式(10)的单相 PWM 整流器整数阶数学模型, 只是电感电容的阶数为整数 1, 如式(17)所示:

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = u_s - R i_L - (S_1 - S_3) u_{dc} \\ C \frac{du_{dc}}{dt} = (S_1 - S_3) i_L - i_o \end{cases} \quad (17)$$

通过对整数阶模型进行输入输出瞬时功率分析可以发现:

1) 单相 PWM 整流器直流侧电压 u_{dc} 直流分量 U_{dc} 和分数阶模型的相同, 也即是说, 采用整数阶建立的模型以及分数阶建立的模型, 在电路其他参数相同的情况下, 最终通过整流得到的直流电压的直流分量是大小相同的, 没有差别;

2) 而交流分量则类似于式(16)为:

$$U_{dc} C \frac{du'_{dc}}{dt} = -\frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t - \theta) \quad (18)$$

根据分数阶的知识可以得到, 当分数阶阶数即 $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1$ 时, 直流电压 u_{dc} 的交流分量 u'_{dc} 是一个波动范围比整数阶即 $\alpha=1$, $\beta=1$ 时的大, 但波动频率都是电网电压频率的 2 倍。

3 单相 PWM 整流电路分数阶系统建模仿真分析

为了在 MATLAB/Simulink 仿真环境中实现对单相 PWM 整流电路的分数阶系统建模仿真, 由于

在 MATLAB/Simulink 中提供的电感电容均是整数阶模型, 因此要先搭建出分数阶的电感电容模型。根据分抗链形式^[14], 以及文献[6]中介绍的关于分数阶的相关知识, 可以得到分数阶电容的等效电路模型, 如图 2 所示。

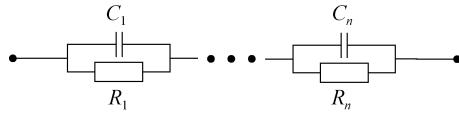


图2 分数阶电容等效电路模型

Fig. 2 The equivalent circuit model of fractional capacitance

根据文献[15]中介绍的实现分数阶电容单元电路, 当 $C_\beta=6\,000\,\mu\text{F}$, $\beta=0.8$ 时, 对于图 2 中的单元电路, 在 simulink 中建立如图 3 所示的仿真模型, 各电阻值分别为 $R_1=6.3\,\text{k}\Omega$, $R_2=292.3\,\Omega$, $R_3=28.3\,\Omega$, $R_4=2.83\,\Omega$, $R_5=0.3\,\Omega$; 各电容值分别为 $C_1=11.88\,\text{mF}$, $C_2=14.4\,\text{mF}$, $C_3=8.34\,\text{mF}$, $C_4=4.68\,\text{mF}$, $C_5=2.52\,\text{mF}$ 。

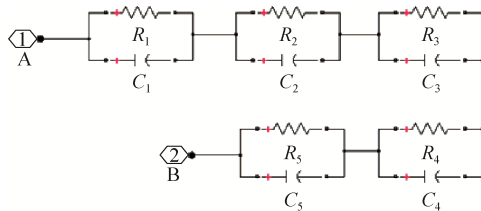


图3 分数阶电容 simulink 仿真模型图

Fig. 3 The simulink simulation model of fractional capacitance

通过上述理论的推导, 可以看出采用分数阶微积分建模和整数阶微积分建模的不同。为了验证分数阶微积分建模理论推导的正确性, 以及上述建模方法的有效性, 系统仿真使用 Matlab2012a/simulink, 网侧电感为 $3\,\text{mH}$, 电感阶数 $\alpha=1$ 阶、直流电容为上图所构造的 $6\,000\,\mu\text{F}$, 阶数 $\beta=0.8$ 、网侧输入的正弦电压的有效值为 $220\,\text{V}$ 、开关管的开关频率为 $4\,\text{kHz}$, 使用单极性调制方式, 控制电路采用的是电压电流双闭环控制, 使用常规的整数阶 PID 控制器。仿真中, 分数阶模型和整数阶模型除电容的阶数不同外, 其他条件都相同。

图 4 为 $\alpha=1$ 、 $\beta=0.8$ 条件下, PWM 整流器启动过程时的直流侧电压波形。从图 4 的仿真波形图可

以得到如下:

1) u_{dc} 的直流分量 U_{dc} 是 $500\,\text{V}$, 在 $0.15\,\text{s}$ 时直流侧电压开始在 $500\,\text{V}$ 上下波动, 进入稳定。

2) 而对于交流分量来说, 其波动频率是电网电压频率的 2 倍, 其最大纹波电压为 $10.6\,\text{V}$, 纹波系数为 2.12% 。

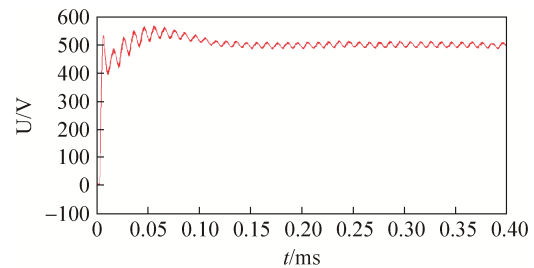
图4 $\alpha=1$ 、 $\beta=0.8$ 时直流侧电压Fig. 4 The output voltage of the DC side when $\alpha=1$, $\beta=0.8$

图 5 为整流器直流侧在负载突变时的直流侧电压波形, 在 $0.5\,\text{s}$ 时负载电阻 R 由初始值 $178\,\Omega$ 突变为 $17.8\,\Omega$, 由图中可以看出在负载电流变大时, 直流侧电压也发生了巨大的变动。电路很快做出反应, 最终在 $0.62\,\text{s}$ 时达到稳定状态, 分数阶模型在 $0.12\,\text{s}$ 的时间内完成了在电路负载发生突变时的响应。在负载突变后, 其最大纹波电压为 $42.4\,\text{V}$, 纹波系数为 8.45% 。

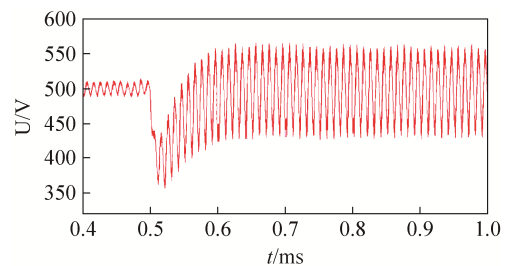
图5 $\alpha=1$ 、 $\beta=0.8$ 时负载突变时直流侧电压Fig. 5 The output voltage of the DC side when $\alpha=1$, $\beta=0.8$ load mutation

图 6 为 $\alpha=1$ 、 $\beta=1$ 时直流侧电压波形, 也即是整数阶模型, 从仿真波形图可以看出:

1) u_{dc} 的直流分量 U_{dc} 也是 $500\,\text{V}$, 和分数阶模型的直流分量相同, 这说明了直流分量 U_{dc} 与电容阶数无关, 也和理论分析所得到的(15)式结果相吻合, 验证了理论分析的正确性;

2) 而对于交流分量来说, 其波动频率是电网电压频率的 2 倍, 其最大纹波电压为 0.53 V, 纹波系数为 0.11%。

3) 在 0.2 s 时直流电压才开始稳定在 500 V 上下。

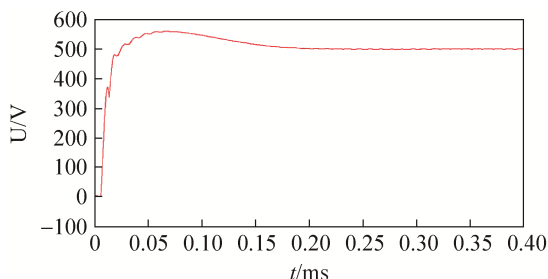


图 6 $\alpha=1$ 、 $\beta=1$ 时直流侧电压
Fig. 6 The output voltage of the DC side when $\alpha=1$, $\beta=1$

图 7 为整数阶模型在负载突变时, 直流侧电压的波形, 同分数阶模型一样, 在 0.5 s 时负载电阻 R 由 178Ω 突变为 17.8Ω , 由图中可以看出最终在 0.9s 时达到稳定状态, 整数阶模型在 0.4 s 的时间内完成了在电路负载发生突变时的响应。在负载突变后, 其最大纹波电压为 7.72 V, 纹波系数为 1.54%。

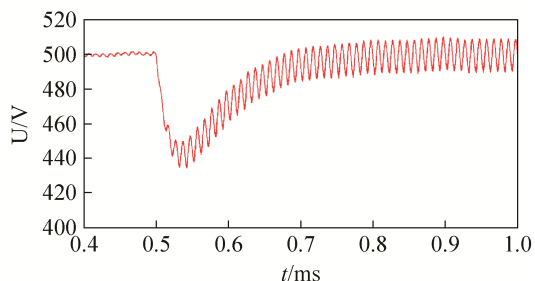


图 7 $\alpha=1$ 、 $\beta=1$ 时负载突变时直流侧电压
Fig. 7 The output voltage of the DC side when $\alpha=1$, $\beta=1$ load mutation

为验证上述理论分析结果及仿真对比得到的结论, 下面又做了一组 $\alpha=1$ 、 $\beta=0.9$ 时的仿真波形。

图 8 为 $\alpha=1$ 、 $\beta=0.9$ 时直流侧电压波形。从图中可以看出 u_{dc} 的直流分量 U_{dc} 也是 500 V, 而对于交流分量来说, 其波动频率是电网电压频率的 2 倍, 其最大纹波电压为 3.5 V, 纹波系数为 0.71%。

图 9 为在负载突变时, 直流侧电压的波形图, 在 0.5 s 时负载电阻 R 由 178Ω 突变为 17.8Ω , 由图中可以看出最终在 0.8 s 时达到稳定。在负载突变

后, 其最大纹波电压为 31.82 V, 纹波系数为 6.36%。

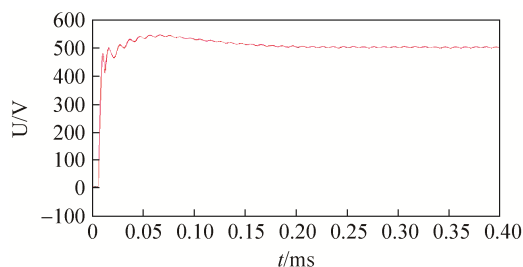


图 8 $\alpha=1$ 、 $\beta=0.9$ 时直流侧电压
Fig. 8 The output voltage of the DC side when $\alpha=1$, $\beta=0.9$

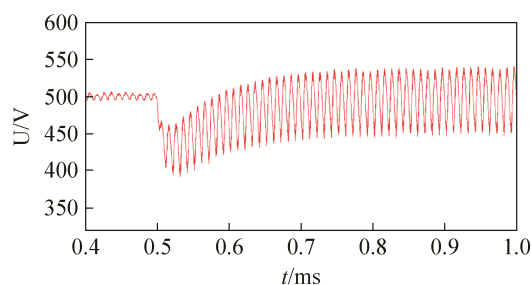


图 9 $\alpha=1$ 、 $\beta=0.9$ 时负载突变时直流侧电压
Fig. 9 The output voltage of the DC side when $\alpha=1$, $\beta=0.9$ load mutation

综合比较图 4、图 6、图 8 可知, 改变分数阶的阶次不会改变直流分量, 但会改变交流分量的值。分数阶阶次的不同, 其交流分量的大小之间会有明显的不同, 采用不同的阶次对电路系统建立数学模型会导致结果有很大的差异。

比较图 5、图 7、图 9 可知, 针对负载突变时, 随着分数阶阶次的逐渐趋近于 1, 电路的恢复性能逐渐下降。采用不同的阶次对电路建模, 对分析电路的动态性能上也会很大的差别。

由于整数阶元件不存在, 若用整数阶模型来理想化电路的元件, 由此采用整数阶微积分对电路分析, 将会和实际电路产生误差, 有时甚至会得到错误的结论。由此体现出用分数阶微积分对电路进行分析的必要性。

4 结论

本文基于分数阶微积分理论, 建立了单相 PWM 整流器的分数阶数学模型。通过采用瞬时功率理论分析及 simulink 仿真发现:

1) 相比于单相 PWM 整流器的整数阶模型, 基于分数阶微积分理论建立的单相 PWM 整流器的分数阶模型则更能真实描述单相 PWM 整流器的实际动力学行为。

2) 依据单相 PWM 整流器的分数阶模型, 采用瞬时功率理论分析得到直流侧电容电压的直流分量和交流分量, 可知系统的直流侧电容电压直流分量 U_{dc} 不随分数阶电容阶数的变化而变化; 然而, 依据单相 PWM 整流器的分数阶模型, 则发现系统的直流侧电容电压交流分量 u'_{dc} 将随分数阶电容阶数的变化而变化。

3) 从针对负载突变时, 分数阶模型和整数阶模型从突变开始至电容电压再次达到稳定的时间上可以看出, 分数阶在 0.12 s 的时间内完成了突变响应, 优于整数阶的 0.4 s。由此可以看出, 在负载突变时, 分数阶模型的恢复性能优于整数阶模型。

综上所述, 基于实际电容在本质上是分数阶的事实, 及单相 PWM 整流器的运行特点, 不能简单的采用整数阶模型来研究。在研究的过程中, 应考虑到电容是分数阶的事实, 因此, 应建立能真实反映单相 PWM 整流器的分数阶模型。

参考文献:

- [1] 张永昌, 曲昌琦. 不平衡电网下脉宽调制整流器模型预测直接功率控制 [J]. 电力系统自动化, 2015, 39(4): 69-75. (Zhang Y C, Qu C Q. Model Predictive Direct Power Control of PWM Rectifier Under Unbalanced Grid Voltage [J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(4): 69-75.)
- [2] Shahab G, Ahmadreza T, Javad A M. Application of fractional calculus theory to robust controller design for wind turbine generators [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion (S0885-8969), 2014, 29(3): 780-787.
- [3] Petráš I. A note on the fractional-order Chua's system [J]. Chaos Solitons Fractals (S0960-0779), 2008, 38(1): 140-147.
- [4] Tenreiro Machado J A, Galhano A M S F. Fractional order inductive phenomena based on the skin effect [J]. Nonlinear Dynamics (S0924-090X), 2012, 68(1): 107-115.
- [5] 尚磊, 孙丹, 胡家兵, 等. 三相电压型并网逆变器预测直接功率控制 [J]. 电工技术学报, 2011, 26(7): 216-222. (Shang L, Sun D, Hu J B, et al. Predictive Direct Power Control of Three-Phase Grid-Connected Voltage Sourced Inverters [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(7): 216-222.)
- [6] 王发强, 马西奎. 基于分数阶微积分的电感电流断续模式下 Boost 变换器的建模与分析 [J]. 中国科学: 技术科学, 2013, 43(4): 368-374.()
- [7] Goldfain E. Fractional dynamics and the standard model for particle physics [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (S1007-5704), 2008, 13(7): 1397-1404.
- [8] 王发强, 马西奎. 电感电流连续模式下 Boost 变换器的分数阶建模与仿真分析 [J]. 物理学报, 2011, 60(7): 1-8. (Wang F Q, Ma X K. Fractional order modeling and simulation analysis of Boost converter in continuous conduction mode operation [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(7): 1-8.)
- [9] 王晓燕, 王东风, 韩璞. 一类分数阶系统的分析及控制器设计 [J]. 信息与控制, 2011, 40(4): 547-552. (Wang X Y, Wang D F, Han P. Analysis and Controller Design of a Class of Fractional-Order System [J]. Information and Control, 2011, 40(4): 547-552.)
- [10] 武女则. 分数阶导数和积分的奇偶性及周期性 [J]. 山东理工大学学报(自然科学版), 2013, 27(3): 51-54. (Wu N Z. The odd-even and periodic properties of fractional derivative and fractional integral [J]. Journal of Shan dong University of Technology (Natural Science Edition), 2013, 27(3): 51-54.)
- [11] 武女则. 分数阶导数、积分的性质及几何意义 [J]. 哈尔滨师范大学自然科学学报, 2013, 29(1): 19-22. (Wu N Z. The Properties and Geometric Meaning of Fractional Derivative and Fractional Integral [J]. Natural Science Journal of Harbin Normal University, 2013, 29(1): 19-22.)
- [12] Dipanjan S, Debasmita M, Siddhartha S. Effect of initialization on a class of fractional order systems: experimental verification and dependence on nature of past history and system parameters [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing (S0278-081X), 2013, 32(4): 1501-1522.
- [13] 王久和, 李华德, 王立明. 电压型 PWM 整流器直接功率控制系统 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 25(18): 54-60. (Wang J H, Li H D, Wang L M. Direct Power Control System of Three Phase Boost Type PWM Rectifiers [J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 25(18): 54-60.)
- [14] Mohyud-Din S T, Yıldırım A. An algorithm for solving the fractional vibration equation [J]. Computational Mathematics and Modeling (S1046-283X), 2012, 23(2): 228-237.
- [15] 王发强, 刘崇新. 分数阶临界混沌系统及电路实验的研究 [J]. 物理学报, 2006, 55(8): 3922-3927. (Wang F Q, Liu C X. Study on the critical chaotic system with fractional order and circuit experiment [J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(8): 3922-3927.)