

6-3-2020

Frequency Diverse Array Radar for Range-Angle Estimation Based on Difference Co-array

Huang Ling

1. *College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;*

Zhiming He

2. *College of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 611731, China;*

Li Xiang

2. *College of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 611731, China;*

Yang Fan

2. *College of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 611731, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Frequency Diverse Array Radar for Range-Angle Estimation Based on Difference Co-array

Abstract

Abstract: *Because of the coupling in range and angle responses, which could not estimate directly both the range and angle information of a target, a sub-array scheme of distance-angle joint estimation of a target for frequency diverse array (FDA) radar was proposed. The entire array was divided into two subarrays, which employed two different frequency offsets. For aperture extension, each subarray adopted difference co-array structure to provide $O(N^2)$ degrees of freedom by only N physical sensors when the second-order statistics of the received data was used. Therefore, the targets range and angle could be estimated directly with the subspace-based multiple signal classification algorithms for the decoupling capability of distance and angle dimensional. The estimation performance was examined by analyzing the Cramer-Rao lower bound (CRLB) versus signal-to-noise ratio (SNR). The effectiveness was verified by the numerical simulation results.*

Keywords

Frequency diverse array (FDA), range-angle estimation, difference co-array, Root-MUSIC, ESPRIT

Recommended Citation

Huang Ling, He Zhiming, Li Xiang, Yang Fan. Frequency Diverse Array Radar for Range-Angle Estimation Based on Difference Co-array[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(4): 886-893.

基于差分阵列的频控阵雷达距离-角度联合估计

黄玲¹, 贺志明², 李想², 杨帆²

(1. 兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 电子科技大学电子工程学院, 四川 成都 611731)

摘要: 提出一种频控阵雷达目标距离-角度联合估计的子阵方案, 以解决基本频控阵雷达由于距离和方位角耦合而不能直接实现目标距离和方位角二维联合估计的问题。方案将整个阵列分为两个子阵列, 且两个子阵列采用不同的频偏。为了扩展阵列孔径, 子阵列均采用差分阵列结构。当采用接收数据的二阶统计量进行处理时, N 个实际物理阵元可提供 $O(N^2)$ 维的自由度。由于两个子阵列对距离和角度维的解耦能力, 目标可利用基于子空间的多信号分类算法被定位。目标估计性能是通过分析相对于信噪比的克拉美罗下限来检验的。最后, 由数值仿真结果验证了方法的有效性。

关键词: 频控阵; 距离-角度估计; 差分阵列; Root-Music 算法; ESPRIT 算法

中图分类号: TN95 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2017) 04-0886-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201704025

Frequency Diverse Array Radar for Range-Angle Estimation Based on Difference Co-array

Huang Ling¹, He Zhiming², Li Xiang², Yang Fan²

(1. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

2. College of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 611731, China)

Abstract: Because of the coupling in range and angle responses, which could not estimate directly both the range and angle information of a target, a sub-array scheme of distance-angle joint estimation of a target for frequency diverse array (FDA) radar was proposed. The entire array was divided into two subarrays, which employed two different frequency offsets. For aperture extension, each subarray adopted difference co-array structure to provide $O(N^2)$ degrees of freedom by only N physical sensors when the second-order statistics of the received data was used. Therefore, the targets range and angle could be estimated directly with the subspace-based multiple signal classification algorithms for the decoupling capability of distance and angle dimensional. The estimation performance was examined by analyzing the Cramer-Rao lower bound (CRLB) versus signal-to-noise ratio (SNR). The effectiveness was verified by the numerical simulation results.

Keywords: Frequency diverse array (FDA); range-angle estimation; difference co-array; Root-MUSIC; ESPRIT

引言

随着现代雷达技术的发展, 低截获概率(low



收稿日期: 2015-06-15 修回日期: 2015-08-10;
基金项目: 甘肃省高校科研项目(2015A-043), 甘肃省自然科学基金(1606RJZA145);
作者简介: 黄玲(1976-), 女, 甘肃民勤, 博士, 副教授, 研究方向为雷达信号处理、先进探测与信息获取; 贺志明(1972-), 男, 四川成都, 博士, 教授, 博导, 研究方向为高速实时数字信号处理、雷达与通信中的信号处理等。

probability of intercept, LPI)性能成为高性能雷达设计的一个趋势^[1]。相控阵雷达由于其独特的无惯性波束扫描、方便快捷的波束调度和能量管理等优势而得到了广泛的应用。然而传统相控阵雷达的波束转向在整个范围内仅被固定在一个角度^[2-3]。如果想要聚集不同范围方向的天线波束, 则必须有多个天线或一个多波束天线。为了解决这一问题, 分布式多输入多输出(Multiple-input Multiple-output,

MIMO)雷达被提出, 然而时间和相位同步却成为了一个新的技术挑战^[4-5]。

频控阵(Frequency Diverse Array, FDA), 又称频率复用雷达, 经过在每个阵元上附加一个频偏(频偏远小于载频), 从而使其辐射的空间波束具有距离-角度的依赖特性。作为一种可实现依赖于距离-角度波束模式的方法, FDA 一经提出, 便得到学者们广泛的关注。这是因为 FDA 雷达这种依赖于距离-角度的波束特性具有了在距离和角度两个维度上定位目标的潜能, 而这是传统相控阵雷达不具备的特性。目前, 针对 FDA 的研究大都将 FDA 作为依赖于距离的波束模式提出, 用于抑制距离模糊杂波和高分辨率雷达成像^[6-7], 或者主要分析依赖于距离波束模式的特性^[8-9]。

遗憾的是, 由于存在距离和方位角耦合问题, 目标的距离和角度是不能直接由 FDA 雷达估计得到的。文献[10]为估计目标的距离和角度信息, 提出了一个基本线性阵列(Uniform Linear Array, ULA)的双脉冲频控阵雷达方案。但却不能同时估计目标的距离和角度信息。为了在距离-角度域定位目标, 本文提出了一种针对 FDA 雷达的子阵方案。该方案利用两个不同频移将整个 FDA 阵列分为两个子阵。由于子阵列能够解耦距离和角度响应, 目标可以利用子空间的多信号分类算法被定位。为了延长孔径, 每个子阵列采用差分阵列结构^[11]。本文采用接收数据推导了依赖于距离-角度的数据模型, 并通过分析相对于信噪比(SNR)的克拉美-罗下限(CRLB)检验了目标的距离-角度估计性能。

1 频控阵雷达天线方向图

在传统的相控阵雷达中, 假设除了振幅和相位, 每个天线元件辐射的波形是完全相同的。而 FDA 雷达是不同于相控阵雷达的, 它的天线元件是可以辐射相同波形或不同波形的。如图 1 所示, 假设一个基本均匀线阵(ULA)FDA 雷达由每个天线辐射的波形是相同的, 但存在 Δf Hz 的频率增量, 即第 m 个元件的辐射频率是

$$f_m = f_0 + (m-1) \cdot \Delta f, m = 0, 1, \dots, M-1$$

其中, f_0 是工作载波频率, m 是阵元数。

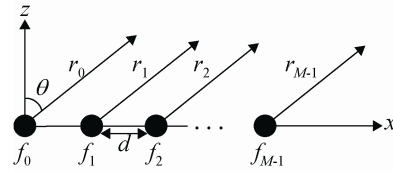


图 1 等频率增量的基本线性阵列 FDA

Fig. 1 Uniform linear FDA with identical frequency increment

以阵列第一个元件为参考, 导向向量见式(1)^[17]。

$$\mathbf{a}(\theta, r) = \left[e^{-j\left(\frac{2\pi f_0 d \sin \theta}{c_0} + \frac{2\pi \Delta f d \sin \theta}{c_0} - \frac{2\pi r \Delta f}{c_0}\right)} \dots e^{-j\left(\frac{2\pi f_0 (M-1) d \sin \theta}{c_0} + \frac{2\pi (M-1)^2 \Delta f d \sin \theta}{c_0} - \frac{2\pi (M-1) r \Delta f}{c_0}\right)} \right]^T \quad (1)$$

其中: θ 是方位角; r 是倾斜距离; d 是元件间隔; c_0 是光速; T 是转置。由于 $f_0 \gg \Delta f$ 且 $r \gg (M-1)d \sin \theta$, 那么忽略非线性相位项 $2\pi(m-1)^2 \Delta f \cdot d \sin \theta / c_0$, 则可得到振幅意义上的近似值。这里存在忽略影响, 但这种近似适合于差分阵列的处理。

频率增量的使用将生成一个新的天线方向图, 它是距离, 时间和相位的函数。如图 2, 其中 $\Delta f = 10$ kHz, $M = 12$, $d = \lambda/2$, λ 为载波波长, 可以看到, FDA 雷达能够提供一个依赖于距离-角度的波束模式, 这是非常重要的, 因为这决定了 FDA 雷达能够在距离-角度域定位目标。但是, 基本的 FDA 雷达由于距离和角度维存在耦合, 是不能直接估计目标的距离和角度的。我们的目标是通过在 FDA 雷达上应用两个子阵的方法来解耦距离和角度响应, 从而实现距离和角度维的二维目标定位。

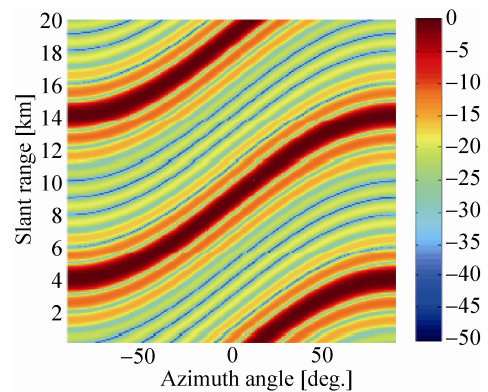


图 2 FDA 雷达天线方向图

Fig. 2 Beam patterns of FDA radar

为了解耦距离和角度峰值,同时估计目标的距离和角度,我们提出了 FDA 雷达的一个子阵方案。我们将整个阵列分成两个子阵,每个子阵有 M 个元件,并对每一子阵采用不同的频率增量。

2 提出的目标距离-角度估计方法

1) 差分阵列

如图 3 所示,将整个 FDA 线性阵列分成两个子阵。第一个子阵的频率增量用 Δf_1 表示,第二个子阵的频率增量用 Δf_2 表示。子阵列 1 包含 M 个全向传感器,它们的位置非统一排列为 $[0; d_1, \dots, d_{M-1}]$,其中 d_{M-1} 表示第一个传感器(基准传感器)和第 m 个传感器之间的距离,它是半波长的整数倍。子阵列 2 也包含 M 个传感器,它们的位置排列为 $[D; d_1 + D, \dots, d_{M-1} + D]$,它相当于子阵列 1 的移位阵列,其中移动距离为 D 。

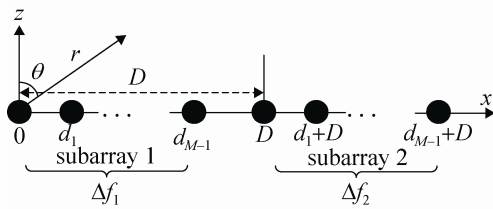


图 3 FDA 雷达的两个子阵

Fig. 3 FDA radar with two sub-arrays

第一个稀疏阵列(子阵列 1)的差分阵列是由一组传感器元件之间的位置差异确定的

$$\Omega = \{d_{m1} - d_{m2}\}_{m_1=0, m_2=0}^{M-1, M-1}$$

设 $d_{M-1} = M_a(\lambda/2)$, 其中 λ 是入射窄带源的波长。在本文中,我们考虑全增量稀疏矩阵,它的特性是所有元素都在集合 Ω 的 $[-M_a(\lambda/2), \dots, -\lambda/2, 0, \lambda/2, M_a(\lambda/2)]$ 范围内。同样,子阵 2 的差分阵列与子阵 1 相同并具有同样的特性(参考第一元件)。值得注意的是,子阵之间的差距没有影响到子阵 2 的差分阵列处理。

假设有 K 个远场不相关窄带源 $s_k(t), k=1, 2, \dots, K$ 入射在该阵列上。阵列输出被与窄带源在时间和空间上不相关的高斯白噪声

$nm(t), m=0, 1, \dots, M-1$ 污染。每个子阵列输出模型的一般形式可表示为

$$x_1(t) = A_1 s(t) + n_1(t) \quad t=1, 2, \dots, T \quad (2)$$

$$x_2(t) = A_2 s(t) + n_2(t) \quad t=1, 2, \dots, T$$

这里, $x_1(t), x_2(t), s(t), n_1(t), n_2(t)$ 分别表示子阵 1 输出向量、子阵 2 输出向量、入射源向量、第 t 个辐射源的加性噪声向量, T 是辐射源的数目。子阵 1 的流形矩阵 A_1 包括 K 个导向向量,可表示为

$$A_1 = [a(\theta_1, r_1), a(\theta_2, r_2), \dots, a(\theta_K, r_K)]$$

其中: θ_k 和 $r_k, k=1, 2, \dots, K$ 分别是第 k 个目标的抵达和倾斜距离方向,导向矢量 $a(\theta, r)$ 可表示为

$$a(\theta, r) = [1, v(d_1, \theta, r), \dots, v(d_{M-1}, \theta, r)]^T$$

其中: $v(d_m, \theta, r) = \exp[-j(\frac{2\pi f_0 d_m \sin \theta}{c_0} - \frac{2\pi \Delta f_1 r}{c_0})]$ 。

根据阵列的分布,子阵列 2 的流形矩阵 A_2 可以表示成 $A_2 = e_D \odot A_1$, 这里

$$e_D = [v(D, \theta_1, r_1), v(D, \theta_2, r_2), \dots, v(D, \theta_K, r_K)]$$

其中: \odot 表示卷积。

2) 孔径扩展

简便起见,我们以阵列 1 为例进行讨论,相同的讨论同样可以应用于子阵列 2。考虑到源信号与噪声信号的不相关性,式(2)中阵列输出向量的协方差矩阵可以被表示为:

$$R_{XX} = E\{X(t)X^H(t)\} = A_1 R_{SS} A_1^H + \sigma_n^2 I = A_1 \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \sigma_K^2 \end{pmatrix} A_1^H + \sigma_n^2 I \quad (3)$$

其中: I 是一个单位阵, $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2$ 是第 K 个信号源的方差, σ_n^2 是独立同分布噪声(IID)的方差。

文献[12-13]提出,协方差矩阵的矢量化为阵列扩充提供了一个新的视角。因此,矢量化矩阵 R_{XX} 可形成一个新的向量 $y^{[12]}$:

$$y = \text{vec}(R_{XX}) = \text{vec}(A_1 R_{SS} A_1^H) + \sigma_n^2 \text{vec}(I) = (A_1^* \oplus A_1) p + \sigma_n^2 I_M \quad (4)$$

其中: 向量 $\text{vec}(\mathbf{R}_{\text{xx}})$ 是由矩阵 \mathbf{R}_{xx} 的每一列最上面的元素堆积而成的

$$\mathbf{p} = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2]$$

$$\mathbf{1}_M = [e_1^T, e_2^T, \dots, e_M^T]^T$$

其中: e_M 是一个除第 m 个项等于 1 外, 其余项全为零的向量。(4)式中 \mathbf{y} 的形式, 使人联想到一个虚拟阵列输出的信号模型^[12-13]。在这一虚拟阵列模型中, $(\mathbf{A}_1^* \oplus \mathbf{A}_1)$ 类似于式(4)中的阵列流形, 其中 \oplus 表示 Khatri-Rao(KR)积, 而确定性向量 \mathbf{p} 类似于源向量 $s(t)$, 噪声向量则变成了 $\sigma_n^2 \mathbf{1}_M$ 。

例如, 假设原始差分阵列含有 4 个阵元, 分布位置为 $[0 \ d \ 4d \ 6d]$, 其中: d 为半波长, 如图 4(a) 所示。经过上述差分阵列孔径扩展过后的虚拟阵列如图 4(b) 所示, 形成了分布位置为 $[-6d \ \dots \ 6d]$ 的线性均匀阵列。

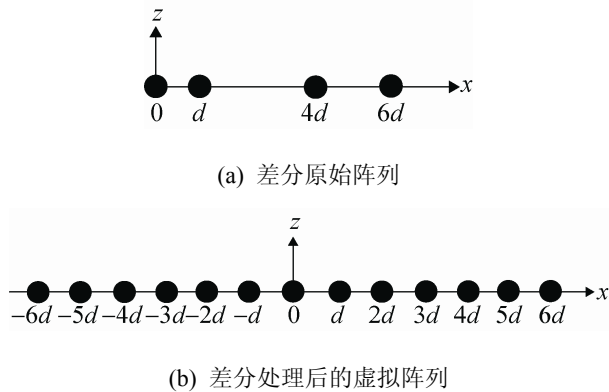


图 4 差分阵列的孔径扩展

Fig. 4 Aperture extension of differential array

定义虚拟阵列流形矩阵 $\mathbf{B} \triangleq (\mathbf{A}_1^* \oplus \mathbf{A}_1)$, \mathbf{B} 包含 K 个虚拟导向矢量:

$$\mathbf{B} = [a^*(\theta_1, r_1) \otimes a(\theta_1, r_1), \dots, a^*(\theta_K, r_K) \otimes a(\theta_K, r_K)] \quad (5)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} e^{-j(2\pi f_0 \lambda / 2 \sin \theta_1 / c_0 - 2\pi \Delta f_1 r_1 / c_0)} & & & & \\ & e^{-j(2\pi f_0 \lambda / 2 \sin \theta_2 / c_0 - 2\pi \Delta f_1 r_2 / c_0)} & & & \\ & & \dots & & \\ & & & & e^{-j(2\pi f_0 \lambda / 2 \sin \theta_K / c_0 - 2\pi \Delta f_1 r_K / c_0)} \end{pmatrix} \quad (9)$$

由式(5)可以直接断言, 虚拟阵列的孔径是由 $a^*(\theta, r) \otimes a(\theta, r)$ 中不同输入的数目来确定的, 对一个全增量差分阵列而言, 其孔径为 $2M_a+1$ 。

\mathbf{y} 中的一些项的非唯一性是由 \mathbf{B} 中的重复行引起的。选取 \mathbf{y} 中的不同项形成一个新的向量 $\hat{\mathbf{y}}$, 那么一个新的虚拟流形 $\hat{\mathbf{B}}$ 模型可以表示为:

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{p} + \sigma_n^2 \hat{\mathbf{e}} \quad (6)$$

其中: 虚拟阵列 $\hat{\mathbf{B}} \triangleq [\hat{a}(\theta_1, r_1), \hat{a}(\theta_2, r_2), \dots, \hat{a}(\theta_K, r_K)]$

这里, $\hat{\mathbf{e}}$ 是一个具有 $2M_a+1$ 个项、且除第 M_a+1 项等于 1 外, 其余项全为零的向量, 则导向向量为:

$$\hat{a}(\theta, r) = [v(-M_a \lambda / 2, \theta, r), \dots, 1, \dots, v(M_a \lambda / 2, \theta, r)]^T \quad (7)$$

3) 基于距离-角度联合估计的空间平滑

考虑由式(6)给出的信号模型, 它是一个具有 $2M_a+1$ 个传感器的虚拟阵列。新的阵列流形 $\hat{\mathbf{B}}$ 的维数是 $(2M_a+1) \times K$, 因此它的秩为 K 且 $K \leq 2M_a+1$ 。然而这种阵列的等效源信号向量 \mathbf{P} 由实际信号源的功率 σ_k^2 组成, 因此它们类似于全相干信号源。这里, 文献[12]中的空间平滑技术可以被应用到式(6)给出的相干信号模型中。

在此, 我们将虚拟阵列划分为 M_a+1 个重叠子阵列, 每一子阵列有 M_a+1 个元素, 其中第 i 个子阵列传感器位于 $\{(-i+1+n)\lambda/2, n=0, 1, \dots, M_a\}$, 第 i 个子阵对应于 $\hat{\mathbf{y}}$ 的第 M_a-i+2 行到第 $2M_a-i+2$ 行, 我们可定义:

$$\hat{\mathbf{y}}_i = \hat{\mathbf{B}}_i \mathbf{p} + \sigma_n^2 \hat{\mathbf{e}}_i$$

其中: $\hat{\mathbf{B}}_i$ 是一个 $(M_a+1) \times K$ 的矩阵, 它是由 $\hat{\mathbf{B}}$ 的第 M_a-i+2 行到第 $2M_a-i+2$ 行组成; $\hat{\mathbf{e}}_i$ 是一除位置 $i=1$ 外, 其余项全为 0 的向量。那么很容易确定

$$\hat{\mathbf{y}}_i = \hat{\mathbf{A}}_i \Phi^{i-1} \mathbf{p} + \sigma_n^2 \hat{\mathbf{e}}_i \quad (8)$$

这里, 我们定义

$$\mathbf{R}_i \triangleq \hat{\mathbf{y}}_i \mathbf{y}_i^H = \hat{\mathbf{B}}_1 \Phi^{i-1} \mathbf{p} \mathbf{p}^H (\Phi^{i-1})^H \hat{\mathbf{B}}_1^H + \sigma_n^4 \hat{\mathbf{e}}_i \hat{\mathbf{e}}_i^H + \sigma_n^2 \hat{\mathbf{B}}_1 \Phi^{i-1} \mathbf{p} \hat{\mathbf{e}}_i^H + \sigma_n^2 \hat{\mathbf{e}}_i \mathbf{p}^H (\Phi^{i-1})^H \hat{\mathbf{B}}_1^H$$

对所有的 i , 取 \mathbf{R}_i 的平均值, 我们可以得到

$$\mathbf{R}_{\text{average}} \triangleq \frac{1}{(M_a + 1)} \sum_{i=1}^{M_a+1} \mathbf{R}_i$$

我们将矩阵的平均称为空间平滑矩阵, 它使我们能够实现仅用 M 个传感器的 $O(M^2)$ 维自由度源的距离-角度估计。它相当于由 M_a+1 个传感器的较长标准线性阵列(ULA)接收到的信号的协方差矩阵, 那么通过对 $\mathbf{R}_{\text{average}}$ 使用基于子空间的方法(如 Root-MUSIC 算法和 TLS-ESPRIT)就可以识别 M_a 个源信号。

文献 [14-15] 中将 Root-MUSIC 算法和 TLS-ESPRIT 算法用于解决基于倾斜距离和方位角的二维参数定位问题, 同样, 我们用 $z_{11}, z_{12}, \dots, z_{1K}$ 表示子阵 1 的最大根的相位和特征值, 用 $z_{21}, z_{22}, \dots, z_{2K}$ 表示子阵 2 的最大根的相位和特征值, 那么, 每一源信号的方位角和倾斜距离的闭合形式可以被直接确定, 而不必像 MUSIC 等方法需要通过搜索。闭合解求解公式为:

$$\hat{\theta}_k = \arcsin\left(\frac{z_{1k} \Delta f_2 - z_{2k} \Delta f_1}{2\pi f_0 \Delta f_1 d / c_0 - 2\pi f_0 \Delta f_2 d / c_0}\right)$$

$$\hat{r}_k = \left(\frac{z_{1k2} - z_{2k1}}{2\pi \Delta f_1 / c_0 - 2\pi_0 \Delta f_2 / c_0}\right)$$

其中: $k=1, 2, \dots, K$ 。

4) 提出的基于距离-角度联合估计方法

提出的基于距离-角度联合估计方法步骤如下:

① 由式(3)计算每一子阵的局部协方差估计值 \mathbf{R}_{xx} 。总共需计算 M^2 个二阶统计量, 然后将它们排列为向量 $\mathbf{y} \in C^{M^2}$ 的形式。

② 计算物理阵列中的差分项。首先设基本线性阵列(ULA)部分的元件数(总为偶数)为 $2M_a+1$, 范围从 $-M_a$ 到 M_a 。然后, 提取 \mathbf{y} 中对应于差分阵列的 ULA 部分元素的行, 从而可得到向量 $\hat{\mathbf{y}} \in C^{2M_a+1}$ 。排列 $\hat{\mathbf{y}}$ 的元素使得其第 i 行对应于

ULA 部分的位置 $-M_a+i-1$ 。

③ 对 $\hat{\mathbf{y}}$ 应用空间平滑技术, 按照式(8)构造半正定矩阵。

④ 对 $\mathbf{R}_{\text{average}}$ 使用基于子空间的算法(Root-MUSIC 算法和 TLS-ESPRIT 算法)就可以由式(9)实现距离和角度的联合估计。

3 距离-角度联合定位性能

这一部分, 我们推导相对于信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)的克拉美-罗下限(Cramer-Rao lower bound, CRLB)。

假设噪声项为具有零均值和单位方差 \mathbf{I} 的循环高斯分布。经差分阵列和空间平滑处理后, 估计得到参数向量, 见式(7)。然后, 假设观察到的阵列输出样本是具有如下均值 $\boldsymbol{\mu}$ 和方差 $\boldsymbol{\Gamma}$ 的循环高斯分布

$$\boldsymbol{\mu} = [1, \dots, e^{-j(M_a-1)\omega_1}, 1, \dots, e^{-j(M_a-1)\omega_2}]^T$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \frac{1}{\sqrt{\text{SNR}}} \mathbf{I}$$

其中:

$$\omega_1 = \frac{2\pi f_0 d \sin \theta_s}{c_0} - \frac{2\pi \Delta f_1 r_s}{c_0}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi f_0 d \sin \theta_s}{c_0} - \frac{2\pi \Delta f_2 r_s}{c_0}$$

根据确定性假设^[16], 参数向量可由下式估计:

$$\boldsymbol{\eta} = [\theta_s, r_s]^T$$

依照文献[16], 可推导得到 Fisher 信息矩阵(Fisher information matrix, FIM):

$$\mathbf{J} = 2 \text{Re} \left[\frac{d\boldsymbol{\mu}^*}{d\boldsymbol{\eta}} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \frac{d\boldsymbol{\mu}}{d\boldsymbol{\eta}^T} \right] = 2\text{SNR} \sum_{m=0}^{M_a-1} m^2 \begin{bmatrix} 2k_1^2 & k_1 k_2 + k_1 k_3 \\ k_1 k_2 + k_1 k_3 & k_2^2 + k_3^2 \end{bmatrix}$$

其中,

$$k_1 = \frac{2\pi f_0 d \cos(\theta_s)}{c_0}; \quad k_2 = \frac{2\pi \Delta f_1}{c_0}; \quad k_3 = \frac{2\pi \Delta f_2}{c_0}.$$

那么, 目标的角度与距离的克拉美-罗下限可由 FIM 矩阵倒数的前两个对角元素估计得到:

$$CRLB_{\theta_s} = \frac{1}{K} [\mathbf{J}^{-1}]_{1,1} = \frac{k_2^2 + k_3^2}{2 \cdot SNR \cdot k_1^2 (k_2 - k_3)^2 \sum_{m=0}^{M_a-1} m^2}$$

$$CRLB_{r_s} = \frac{1}{K} [\mathbf{J}^{-1}]_{2,2} = \frac{1}{SNR \cdot (k_2 - k_3)^2 \sum_{m=0}^{M_a-1} m^2}$$

其中: \mathbf{J}^{-1} 是 \mathbf{J} 的倒数, $[\cdot]_{i,j}$ 是矩阵第 i 行第 j 列的元素。整体方差估计可由如下计算得到

$$\sigma_e = \sqrt{CRLB_{\theta_s} + CRLB_{r_s}}$$

可以用这个表达式选择 Δf_1 和 Δf_2 。

4 数值仿真结果和讨论

为了验证提出的距离-角度域目标定位方法的性能, 这一部分列出了由 matlab 进行数值仿真的结果。这里, 假设 FDA 雷达的每一个子阵包括一个四元件线性 MRA, 以半波长为单位进行测量, 传感器元件位于 $[0, 1, 4, 6, 7, 8, 11, 13]$ 。加性噪声建模为在空间上是零均值的复高斯信号, 在时间上与阵列传感器具有相同方差的白色随机序列。除非另有说明, 我们设载频 $f_0=10$ GHz, 频率增量 $\Delta f_1=5$ kHz, $\Delta f_2=10$ kHz。基于空间平滑的方法可以解决 $M_a=6$ 的辐射源的情况, 我们在此假设有 5 个窄带目标 ($K=5$) 从到达方向 $\{-25^\circ, -20^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ\}$ 入射到阵列中, 相应的倾斜距离为 $\{8 \text{ km}, 8 \text{ km}, 9 \text{ km}, 10 \text{ km}, 11 \text{ km}\}$ 。

(1) 目标参数的实际值和估计值对比

表 1 列出了由蒙特卡罗模拟的 30 次试验的估计结果。可以看出, 提出的方法的目标定位能力是较为令人满意的。

表 1 目标参数的实际值和估计值

Tab. 1 Actual and estimated target parameter				
目标	实际参数		估计值(平均)	
	方位角/ $^\circ$	距离/km	方位角/ $^\circ$	距离/km
1	-25	8	-25.017	7.994
2	-10	8	-9.913	8.025
3	20	9	19.09	8.758
4	30	10	28.222	9.569
5	45	11	44.394	10.889

(2) 目标的方位角、距离相对于 SNR 的 CRLB 估计性能

图 5 和图 6 所示为目标方位角、距离相对于 SNR 的 CRLB 估计性能, 这里是平均超过 1 000 次的蒙特卡罗模拟实验结果, 其中 $T=800$, 辐射源位于 $(10^\circ, 9 \text{ km})$ 。可以看出, 提出的方法取得了令人满意的估计性能。进一步, 观察 Root-MUSIC 和 TLS-ESPRIT 算法两者提高信噪比的性能, 可以看到 TLS-ESPRIT 算法的性能优于 Root-MUSIC 算法。当信噪比大于 15 分贝时, 实际估计性能可以达到理论 CRLB 值。

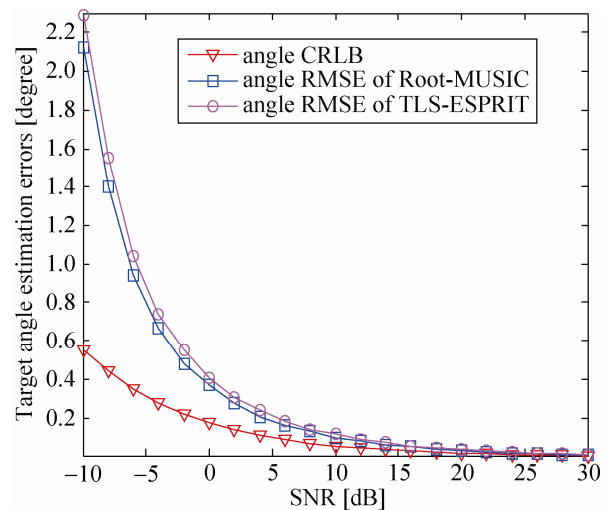


图 5 目标的方位角相对于 SNR 的估计性能
Fig. 5 Target angle estimation performance vs SNR

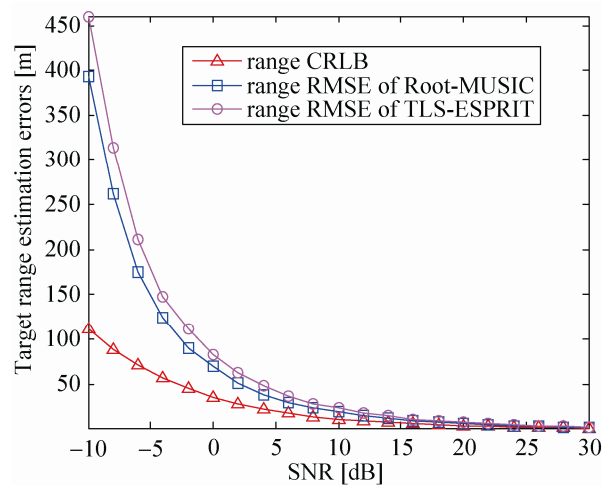


图 6 目标的距离相对于 SNR 的估计性能
Fig. 6 Target range estimation performance vs SNR

(3) 不同 Δf_1 和 Δf_2 组合时,相对于SNR的CRLB估计性能

图7所示为 Δf_1 和 Δf_2 不同组合情况下,相对于信噪比SNR的克拉美-罗下限(Cramer-Rao lower bound, CRLB)估计值。可以看到,为了得到较低的CRLB, Δf_1 和 Δf_2 应该是相反值,即一个为正时另一个则为负。

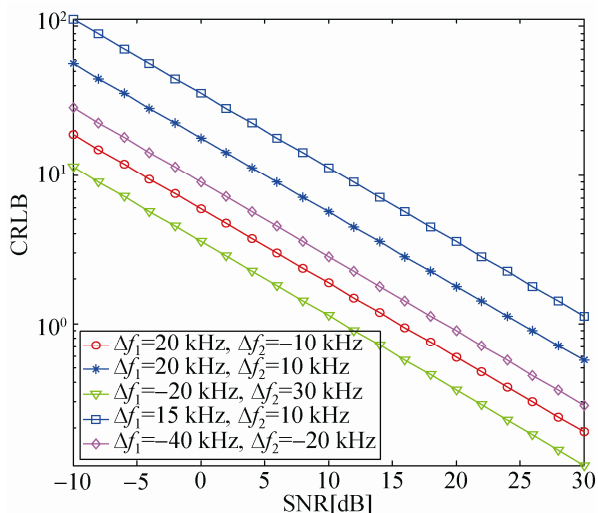


图7 Δf_1 和 Δf_2 不同组合时相对于SNR的CRLB估计性能
Fig. 7 CRLB vs SNR for different combinations of Δf_1 and Δf_2

5 结论

频控阵(FDA)可提供一种依赖于距离-角度的波束模式,但无法由基本的线性阵列FDA直接估计到目标的距离和角度两维信息。本文设计出基于FDA的子阵方案进行距离和角度联合估计,其本质是将整个FDA阵列分为两个子阵,由于子阵列能够解耦距离和角度响应,则目标可以利用子空间的多信号分类算法(Root-MUSIC算法和TLS-ESPRIT)被定位。为了延长孔径,每个子阵列采用差分阵列结构,则可区分比物理传感器更多的目标。距离和角度估计性能是通过分析相对于信噪比(SNR)的克拉美-罗下限(CRLB)来检验的。最后,由数值模拟结果可见提出的方法得到了令人满意的估计性能。推导得出的克拉美-罗下限(CRLB)也可用于子阵频移的优化设计。同时,基于差分阵列的频控阵可提供距离依

赖性的波束,达到相同方位而不同距离干扰的抑制,这将是需要进一步研究的问题。

参考文献:

- [1] 曹军亮, 杨网成, 夏琦. 低截获概率雷达在反ESM系统中的应用 [J]. 舰船电子对抗, 2010, 33(1): 36-39. (Cao Junliang, Yang Yangcheng, Xia Qi. Application of Low Interception Probability Radar in Anti-ESM System [J]. Shipboard Electronic Countermeasure, 2010, 33(1): 36-39.)
- [2] J Li, G Q Liu. Moving target feature extraction for airborne high-range resolution phased-array radar [J]. IEEE Transactions on Signal Processing (S1053-587X), 2001, 49(2): 277-289.
- [3] R W Ouyang, A K S Wong, C T Lea. Received signal strength based wireless localization via semidefinite programming: noncooperative and cooperative schemes [J]. IEEE Communications Magazine (S0163-6804), 2011, 49(2): 164-171.
- [4] Z D Zheng, J Y Zhang. Fast method for multi-target localization in bistatic MIMO radar [J]. Electronic Letters (S0013-5194), 2011, 47(2): 138-139.
- [5] W Q Wang. GPS-based time and phase synchronization processing for distributed SAR [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems (S0018-9251), 2009, 45(3): 1041-1052.
- [6] P Antonik, M C Wicks, H D Griffiths, et al. Range dependent beamforming using element level waveform diversity [C]// Proceedings of the International Waveform Diversity and Design Conference, Las Vegas, USA. USA: IEEE, 2006: 1-4.
- [7] M Secmen, S Demir, A Hizal, et al. Frequency diverse array antenna with periodic time modulated pattern in range and angle [C]// Proceedings of the IEEE Radar Conference, Boston, MA, USA. USA: IEEE, 2007: 427-430.
- [8] 张福丹. 频率分集阵列雷达波束控制及应用研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012. (Zhang Fudan. Frequency diversity array radar beam control and application research [D]. Nanjing, China: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012.)
- [9] 宋伟, 何俊, 伍晓华. 频率分集雷达抗干扰效能分析 [J]. 现代雷达, 2014, 36(6): 27-31. (Song Wei, He Jun, Wu Xiaohua. Anti-jamming Efficiency of Frequency Diversity Radar [J]. Modern Radar, 2014, 36(6): 27-31.)
- [10] W Q Wang, H Z Shao. Range-angle localization of targets by a double-pulse frequency diverse array radar [J]. IEEE

- Journal of Selected Topics in Signal Processing (S1932-4553), 2014, 8(11): 106-114.
- [11] Hoor R T, Kassam S A. The unifying role of the coarray in aperture synthesis for coherent and incoherent imaging [C]// Proceedings of the IEEE. USA: IEEE, 1990: 735-752.
- [12] P Pal, P P Vaidyanathan. Nested arrays: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom [J]. IEEE Transactions on Signal Processing (S1053-587X), 2010, 58(8): 4167-4181.
- [13] P Pal, P P Vaidyanathan. Coprime sampling and the MUSIC algorithm [C]// Proc. IEEE Digital Signal Proc. Workshop and IEEE Signal Proc. Education Workshop, Sedona, AZ, USA, Jan. 2011. USA: IEEE, 2001.
- [14] A J Barabell. Improving the resolution performance of eigenstructure based direction-finding algorithms [C]// Proc. ICASSP, Boston, Ma., USA. USA: IEEE, 1983: 336-339.
- [15] R Roy, T Kailath. Total least squares ESPRIT [C]// Proc. 21st Asilomar Con Circuits, Syst. Computing, Monterey: CA, USA. USA: IEEE, 1987: 297-301.
- [16] P Stoica, R Moses. Spectral Analysis of Signals [M]. Upper Saddle River, New Jersey, USA: Pearson Prentice Hall, 2005.
- [17] 杨建华, 马梁, 李永祯. 宽带相控阵雷达导弹防御能力建模仿真研究 [J]. 系统仿真学报, 2013, 25(3): 409-414. (Yang Jianhua, Ma Liang, Li Yongzhen. Simulation of Missile Defense Capability Modeling for Wideband Phased Array Radar [J]. Journal of System Simulation (S1004-731X), 2013, 25 (3): 409-414.)

(上接第 885 页)

- [8] Xinfeng Ye. Privacy Preserving and Delegated Access Control for Cloud Applications [J]. Tsinghua Science & Technology (S2096-0654), 2016, 21(1): 40-54.
- [9] Lee S H, Kwak J, Lee I Y. The Study on The Security Solutions of USB Memory [C]// Ubiquitous Information Technologies & Applications, 2009. ICUT '09. Proceedings of the 4th International Conference on, Fukuoka Japan. USA: IEEE, 2009: 1-4.
- [10] Kyungroul Lee, Hyeungjun Yeuk, Youngtae Choi, et al. Safe Authentication Protocol for Secure USB Memories [J]. Security and Communication Networks (S1939-0114), 2012, 5(8): 834-834.
- [11] Fuw-Yi Yang, Tzung-Da Wu, Su-Hui Chiu. A Secure Control Protocol for USB Mass Storage Devices [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics (S0098-3063), 2010, 56(4): 2239-2343.
- [12] Hanjae Jeong, Younsung Choi, Woongryel Jeon, et al. Vulnerability Analysis of Secure USB Flash Drives [C]// International Workshop on Memory Technology, Design and Testing. USA: IEEE, 2007: 61-64.
- [13] 郎园园. 三级等级保护信息系统建设方案的设计 [D]. 郑州: 郑州大学, 2013. (Lang Yuanyuan. Tertiary Level Protection Information System Construction Scheme Design [D]. Zhengzhou, China: Zhengzhou University, 2013.)
- [14] 刘太洪. 大秦公司信息系统安全等级保护技术规划设计 [D]. 天津: 河北工业大学, 2014. (Liu Taihong. Daqin Company Information System Security Level Protection Technology Planning and Design [D]. Tianjin, China: Hebei University of Technology, 2014.)
- [15] 曹利锋. 面向多级安全的网络安全通信模型及其关键技术研究 [D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2013. (Cao Lifeng. Oriented to Multi-level Security Network Security Communication Model and Key Technology Research [D]. Zhengzhou, China: PLA Information Engineering University, 2013.)
- [16] 刘江. 多级跨域访问控制管理相关技术研究 [D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2013. (Liu Jiang. Multistage Cross-domain Access Control Management Related Technology Research [D]. Zhengzhou, China: PLA Information Engineering University, 2013.)
- [17] 张学思, 郁滨. 一种基于移动存储设备的多密级安全交互模型 [J]. 系统仿真学报, 2015, 27(4): 755-761. (Zhang Xuesi, Yu Bin. A Security Multi-level Interaction Model Based on Portable Storage Device [J]. Journal of System Simulation (S1004-731X), 2015, 27(4) : 755-761.)