Journal of System Simulation

Volume 28 | Issue 12

Article 9

8-13-2020

Numerical Analyses and Research of LC and RC Filter Circuits for Nonperiodic Signal

Zhou Jing

College of Nuclear Technology and Automation Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China;

Jianbin Zhou College of Nuclear Technology and Automation Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China;

Hong Xu

College of Nuclear Technology and Automation Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China;

Yingjie Ma College of Nuclear Technology and Automation Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China;

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal

Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Numerical Analyses and Research of LC and RC Filter Circuits for Nonperiodic Signal

Abstract

Abstract: With a numerical method, LC and RC filter circuits were used to the nonperiodic signal filtering analyses in DC power output voltage. By applying the method of numerical solution of differential equation, the numerical recursive solution of circuit differential equations could be obtained, thus, numerical models of circuits could be established. The numerical models could be used to the quantitative analysis of nonperiodic signal. The defects of LC and RC filter circuits in DC power output voltage filtering were indicated, LRC filter circuit was introduced, and numerical simulation results show that this circuit can overcome the defects of LC and RC filter circuits, thus, ripple and noise can be mostly filtered. It's proposed that LC and RC filter circuits should be replaced by LRC filter circuit in the practical application of DC power output voltage nonperiodic signal filtering.

Keywords

LC filter circuit, LRC filter circuit, nonperiodic signal, numerical model, numerical analysis

Authors

Zhou Jing, Jianbin Zhou, Hong Xu, Yingjie Ma, Wang Min, and Zhou Wei

Recommended Citation

Zhou Jing, Zhou Jianbin, Hong Xu, Ma Yingjie, Wang Min, Zhou Wei. Numerical Analyses and Research of LC and RC Filter Circuits for Nonperiodic Signal[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(12): 2939-2945.

第 28 卷第 12 期 2016 年 12 月

非周期信号 LC 与 RC 滤波的数值分析研究

周靖,周建斌,洪旭,马英杰,王敏,周伟 (成都理工大学核技术与自动化工程学院,成都 610059)

摘要: 用数值方法将LC 与 RC 滤波电路用于直流电源输出电压中非周期信号的滤波分析。采用微 分方程数值解方法求解电路微分方程数值递推解,从而建立电路的数值模型,该模型可用于对非周 期信号滤波的定量分析中。发现了LC 与 RC 滤波电路在对直流电源输出电压进行滤波时的不足, 通过引入 LRC 滤波电路,数值仿真结果表明,该电路能克服单独使用LC 或 RC 滤波电路时的不足, 能够同时对纹波和噪声都能很好地滤除。提出了在实际应用中对直流电源输出电压中非周期信号进 行滤波时,应采用 LRC 滤波电路取代LC、RC 滤波电路。

关键词: LC 滤波电路; LRC 滤波电路; 非周期信号; 数值化模型; 数值分析 中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2016) 12-2939-07 DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201612009

Numerical Analyses and Research of LC and RC Filter Circuits for Nonperiodic Signal

Zhou Jing, Zhou Jianbin, Hong Xu, Ma Yingjie, Wang Min, Zhou Wei

(College of Nuclear Technology and Automation Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

Abstract: With a numerical method, LC and RC filter circuits were used to the nonperiodic signal filtering analyses in DC power output voltage. By applying the method of numerical solution of differential equation, the numerical recursive solution of circuit differential equations could be obtained, thus, numerical models of circuits could be established. The numerical models could be used to the quantitative analysis of nonperiodic signal. The defects of LC and RC filter circuits in DC power output voltage filtering were indicated, LRC filter circuit was introduced, and numerical simulation results show that this circuit can overcome the defects of LC and RC filter circuits, thus, ripple and noise can be mostly filtered. It's proposed that LC and RC filter circuits should be replaced by LRC filter circuit in the practical application of DC power output voltage nonperiodic signal filtering.

Keywords: LC filter circuit; LRC filter circuit; nonperiodic signal; numerical model; numerical analysis

引言

线性动态电路的激励与响应之间的关系是用 微分方程来描述的^[1]。分析含有多个动态元件的线 性电路时,常需要求解高阶微分方程。传统的求解



收稿日期:2015-03-23 修回日期:2015-07-07; 基金项目:国家自然科学基金(11475036,41404108); 作者简介:周靖(1990-),男,四川安岳,硕士,研究 方向为智能核仪器与测控技术、数字化方法;周建斌 (1971-),男,湖南桃源,博士,教授,研究方向为核 方法与核仪器仪表、数字化方法。 方法有时域分析法和复频域分析法(s 域分析方 法)^[1-5]。复频域分析法主要是依据拉普拉斯变换式 和一些典型信号的拉普拉斯变换对,以及拉普拉斯 变换性质^[6]。与时域分析法相比,复频域分析法计 算量小、过程简洁,应用较广泛。但复频域分析法 也有一定的局限性,即响应与激励的形式有着密切 联系,每当激励发生变化时,就需要重新求解方程, 并且激励越复杂,计算量就越大,这不利于动态电 路的实时分析。另外,有一些激励在拉普拉斯变换

http://www.china-simulation.com

第 28 卷第 12 期	系统仿真学报	Vol. 28 No. 12
2016年12月	Journal of System Simulation	Dec., 2016

对表上是查不到的,有的甚至无解(如随机噪声), 这也在一定程度上决定了复频域分析法的局限性。 李维真^[7]采用高斯—拉盖尔求积公式^[8-9],推导出 计算拉普拉斯变换的一个近似方法,该方法虽不需 要查拉普拉斯变换对表或积分表,但只在一定条件 下产生的误差很小,因此通用性不强。直流电源输 出电压中包含有周期性的交流分量(纹波)和随机 产生的交流分量(噪声),它们造成了输出电压的波 动,对纹波和噪声进行高精度的定量分析,有助于 提高输出电压的稳定性。若采用复频域分析法,由 于噪声的存在,则无法定量分析。

基于此,本文首先以电源滤波中一种重要的单 元电路—*LC*滤波电路为研究对象,采用微分方程 数值解方法^[10]对该电路的微分方程进行求解,从 而建立了该电路的数值化模型。该模型只与电路形 式有关,与激励无关,具有普遍性,通过对模型进 行仿真,可达到定量分析的目的。对于正弦激励信 号,采用复频域分析法得到了该电路的时域响应函 数。通过将数值化模型与时域响应函数作对比,得 到线性相关系数 *R*² 为 0.999 98,因此该模型精度 高,具有通用性。

1 LC 滤波电路的数字模型建立

1.1 LC 滤波电路的模拟分析

LC 滤波电路广泛应用于直流电源输出电压的 滤波中,其结构如图 1 所示。



图 1 LC 无源滤波电路

首先采用复频域分析方法对该电路进行分析, 按照图 1 中的参考方向,由 KCL 得

$$v_i(t) - v_o(t) = L \cdot di(t) / dt \tag{1}$$

$$i(t) = C \cdot dv_o(t) / dt \tag{2}$$

联立以上两式,可得 $v_i(t) = v_i(t) + LC \cdot d(dv_i(t)/dt)/dt$ (3)

$$V_i(s) = V_o(s) + LCs^2 V_o(s)$$
(4)

则 LC 滤波电路的传递函数为

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + LCs^2}$$
(5)

取激励为正弦周期信号,即

 $v_i(t) = A\sin(\omega t)u(t),$

那么有
$$V_i(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$$
, 则
 $V_o(s) = H(s)V_i(s) = \frac{1}{1 + LCs^2} \cdot \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$ (6)

对(6)式作拉氏逆变换(篇幅有限,过程省略), 得到 LC 滤波电路的时域响应函数

$$\mathcal{V}_{o}(t) = \frac{A\omega}{LC\omega^{2} - 1} \left(\sqrt{LC}\sin(\frac{t}{\sqrt{LC}}) - \frac{1}{\omega}\sin(\omega t)\right) \quad (7)$$

由上面的求解过程可见,采用复频域分析法求 LC 滤波电路的时域响应函数,计算过程比较繁琐, 所得函数也比较复杂。当激励 v_i(t)变化时,相应的 时域响应函数 v_o(t)也会跟着变化,并且激励越复 杂,计算量就越大,对有些复杂激励可能无解。由 此,引入 LC 滤波电路的数值化模型。

1.2 LC 滤波电路的数值化模型

重新研究(3)式,首先将模拟系统高精度、高速数字化,采用1ns的时间粒度(Δt)来表示连续系统。随着计算机技术的发展,目前将时间单元微分成 ns 量级是完全可行的,甚至还可以将时间单元 微分成 ps、fs 量级。这种用高速数字系统代替连续系统的改进使得高速连续采样离散数字系统与 连续系统的界限会更加模糊。再利用微分方程数值 解法,将(3)式中激励 $v_i(t)$ 、响应 $v_o(t)$ 分别转化成具有时间粒度间隔的数字序列,即 n 时刻 $v_i(t)$ 对应 $x[n], v_o(t)$ 对应 y[n], 则(3)式可表示为 x[n] = y[n] +

$$LC \cdot \frac{\underline{y[n] - y[n-1]} - \underline{y[n-1] - y[n-2]}}{\Delta t} (n \ge 0) (8)$$

对(8)式进行化简,得

http://www.china-simulation.com

第 28 卷第 12 期 2016 年 12 月

$$y[n] = \frac{2k_{LC} \cdot y[n-1] - k_{LC} \cdot y[n-2] + x[n]}{1 + k_{LC}} (n \ge 0) (9)$$

式中: k_{LC}=LC/Δt/Δt,没有量纲。(9)式即为(3)式的 数值递推解,同时是 LC 滤波电路的数值化模型, 物理意义非常明确。y[-1]、y[-2]为初始值,间隔 一个时间单位。观察(9)式,当激励 x[n]发生变化时, 数字递推解的形式不会改变,故该模型可用于仿真 对任意激励的响应分析,模拟的精度主要与时间粒 度 Δt 有关。如果需要更高的精度可以将 Δt 取值为 1 ps 或者 1 fs,不过这将耗费更长的计算时间。

1.3 验证与误差分析

通过仿真 *LC* 滤波电路的理论模型即(7)式和 数值化模型即(9)式来验证数值化模型的正确性。 设激励为 200·Sin(π ·*t*/180)(*t* 为整数, 0 \leq *t* \leq 360), 仿真中, 共有 50 个这样的正弦信号, 如图 2 中输 入电压所示。取 Δt =1 ns, *L*=1 uH, *C*=1 uF, 则 k_{LC} =1×10⁶, 令初始值 *y*[-1]、*y*[-2]均为输入电压的 第一个值。在 *v*_o(*t*)的数字序列中, *n* 时刻对应 *y*[*n*], 那么(*n*-1)时刻对应 *y*[*n*-1], 仿真时,得到现在 *n* 时刻的输出 *y*[*n*]后,将现在时刻的 *y*[*n*-1]赋给 *y*[*n*-2], 再将 *y*[*n*]赋给 *y*[*n*-1],随着时间增加, *n* 不断变化,即可完成递推。仿真结果如图 2 所示。





由图 2 看出,理论模型与数值化模型的计算结 果基本重合在一起了。对计算结果进行误差分析, 作线性拟合,结果如图 3 所示。

由图 3 可得,两种模型计算结果的线性相关系

数 R²为 0.999 98,并且随着 Δt 的进一步减小,计 算结果会更加精确。由此可见,LC 数值化模型与理 论模型之间的误差很小,可以很好地代替理论模型。



2 LC, RC 滤波电路的数字滤波对比 分析

在精密直流电源的设计中,使用 mH 甚至 μH 级的电感配上 uF 级的电容组成 *LC* 滤波电路;Ω 级的电阻配上 uF 级的电容,组成 *RC* 低通滤波电路也用于直流电源滤波。采用数值化模型来研究两种滤波电路的特性。

RC 低通滤波电路的数值化模型为^[11]:

$$y[n] = \frac{k_{RC} \cdot y[n-1] + x[n]}{1 + k_{RC}} (n \ge 0)$$
(10)

式中 k_{RC}=RC/Δt,y[-1]为初始值。下面采用 LC、 RC 滤波电路的数值化模型分别对直流电源输出电 压中的交流分量进行数字滤波仿真与分析。

2.1 纹波滤波仿真

取时间粒度 *At*=1 ns,各仿真参数取值如表 1 所示(后面的仿真中,使用同样的参数)。仿真中, 使用正弦波作为直流电源输出电压中的纹波。在直 流电压 1 V 上分别叠加最大幅值为 200 mV,但频 率不同的正弦波作为直流电源输出电压,将 *LC*、 *RC* 滤波电路的数值化模型用于对输出电压的数字 滤波仿真中,两种模型的初始值均为输入的第一个 值,结果如图 4 所示。

第	28	卷	第	12	期	
20	16	年	12	月		

表 1	仿真参数		
粉店描刑	电感	电容	电阻
<u></u>	L/uH	C/uF	R/Ω
LC 数值模型, k _{LC} =1×10 ⁶	1	1	/
LC 数值模型, k _{LC} =2×10 ⁶	2	1	/
RC 数值模型, $k_{RC}=1\times10^3$	/	1	1
RC 数值模型, k _{RC} =2×10 ³	/	1	2
12			
	AAAAA	AAAAAA	A A A





由滤波结果可以看出,经LC滤波电路滤波后, 图 4(a)和(b)中,高频纹波被滤除,只留下微小的低 频纹波;若纹波频率越高,LC滤波效果就会越好。 经 RC滤波后,在参数 k_{RC}=1×10³和 k_{LC}=1×10⁶条 件下,或在 k_{RC}=1×10³和 k_{LC}=1×10⁶条件下,纹波 幅值和经 LC滤波后的纹波幅值相接近,但是纹波 频率均高于 LC滤波。由此可见,对纹波滤波适合 用 LC滤波电路。由图 4(a)和(b)还能得到,增加电 感 L 值,纹波幅值和频率将被进一步降低。对于 低频纹波,为了取得好的滤波效果,电感 L 值要 取到H级,这要求电感必须有铁芯,将使得电感体积变大。

2.2 噪声滤波仿真

对于纹波, LC 滤波电路的表现明显优于 RC 低通滤波电路,这样的结论也能通过对各自的理论 模型进行模拟仿真得到。但当激励为噪声时,使用 复频域分析法,将不可能到 LC、RC 滤波电路时域 响应函数,从而无法分析其对噪声的滤波特性。若 借助仿真软件,一则实现任意噪声激励有一定难 度,二则实验现象也很难观察。此时,若借助电路 数值化模型,进行相关数字滤波仿真,则很容易达 到分析目的。在直流电压 1 V 上叠加范围为 [-100,100](mV)的随机噪声,仿真中模拟随机数作 为随机噪声,输入电压如图 5 中所示。两种模型的 初始值均为输入电压的第一个值,滤波结果如图 5 所示。



图 5 中, 输入电压的起点为 1 039.0231 01 mV(仿 真中保留了 6 位小数,下同), *k*_{LC}=10⁶ 时 *LC* 滤波 输出的起点为 1 041.109 468 mV, *k*_{LC}=2×10⁶ 时 *LC* 滤波输出的起点为 1 041.109 485 mV, *k*_{RC}=10³ 时 *RC* 滤波输出的起点为 1 041.075 112 mV。由仿真 结果可以看出,经 *LC* 滤波后,直流输出电压发生 了振荡。但是经 *RC* 滤波后,直流输出电压中只有 极低的噪声。由此可见,对噪声滤波采用 *RC* 滤波 电路效果会更好。图 5 中,若增加电阻 *R* 值,滤

第 28 卷第 12 期		
2016年12月	周靖, 等: 非周期信号 LC 与 RC 滤波的数值分析研究	

Vol. 28 No. 12 Dec., 2016

波效果会更好,但是 *R* 值增大,会导致电阻上的 直流压降增大,这样会增大直流电源的内部损耗。

2.3 纹波、噪声叠加滤波仿真

设计直流+纹波+噪声的复杂激励,即在电压 1V上叠加正弦波和随机噪声。两种模型的初始值 均为输入电压的第一个值,数值化模型滤波仿真结 果如图6所示。





图 6 中,输入电压的起点为 991.418 965 mV, *k_{LC}*=10⁶时*LC*滤波输出的起点为 1 023.625 188 mV, *k_{RC}*=10³时*RC*滤波输出的起点为 1 023.606 055 mV。 对比分析图 4(a)和图 6 可得,使用 *LC*滤波电路, 如果增加纹波中的随机噪声,直流输出电压中纹波 的频率几乎没有变化,但幅值变大,同时滤波输出 的起点将发生变化。对比分析图 5 和图 6 可得,使 用 *RC*滤波电路,如果增加随机噪声中的纹波,直 流输出电压的幅值相对来说没有改变,频率也没有 变化,但改变了滤波输出的起点。

3 LRC 滤波电路的数字模拟与仿真

通过对 LC、RC 滤波电路的数值模型进行数字 模拟仿真,使用复杂激励,发现单独的 LC 或 RC 滤波电路用于同时包含纹波和随机噪声的直流电 源输出电压的滤波,效果均不理想。由前面的数字 仿真结果可得,LC 滤波电路对纹波滤波效果理想, RC 低通滤波电路对噪声滤波效果理想。由此,设 计 LRC 滤波电路,如图 7 所示。





按照图中的参考方向,由 KCL 可得	
$v_i(t) - v_1(t) = L \cdot di(t) / dt$	(11)
$(v_{1}(t) - v_{2}(t)) / R - C \cdot dv_{2}(t) / dt$	(12)

$$(v_1(t) - v_0(t)) / K - C \cdot u v_0(t) / u$$
 (12)

$$i(t) = C \cdot dv_o(t) / dt \tag{13}$$

联立上式,可得

$$v_i(t) = v_o(t) + RC \cdot dv_o(t) / dt +$$

$$LC \cdot d(dv_o(t)/dt)/dt \tag{14}$$

根据文中的方法,得(14)式的数字递推解

$$y[n] = \frac{(k_{RC} + 2k_{LC}) \cdot y[n-1] - k_{LC} \cdot y[n-2] + x[n]}{1 + k_{LC} + k_{RC}}$$
(15)

 $(n \ge 0)$

式中: *k_{LC}=LC/Δt/Δt*, *k_{RC}=RC/Δt*, *y*[-1]、*y*[-2]为初 始值。使用与图 6 中相同激励,根据(15)式,数字 滤波仿真结果如图 8 所示。



由图 8 可得, LRC 滤波电路具备了 LC 和 RC 滤波电路这两种电路的滤波特性,能很好地对直流 电源输出电压进行滤波。经 LRC 滤波电路滤波后, 直流电源输出电压中,只有幅度和频率均极低的交 流分量。

仿真中,初始值的选取决定滤波输出的起点。 初始值等于零时,即表示从系统零时刻开始仿真,

第 28 卷第 12 期	系统仿真学报	Vol. 28 No. 12
2016年12月	Journal of System Simulation	Dec., 2016

由仿真结果可以看出滤波输出在开始一段时间内 发生了振荡,这段时间与参数 *L、R、C* 有关。振 荡之后滤波输出电压仅含有极低的交流分量。若不 从系统零时刻开始,那么系统肯定有输出,设初始 值等于输入值,由仿真结果可以看出,滤波输出的 起点发生了变化,同时也发生了振荡,但振荡幅度 减小,同时振荡时间也缩短了。振荡时间与参数 *L*、 *R* 之间的关系如图 9 所示。



图 9(a)可得,从系统零时刻开始对直流电源输 出电压滤波, *L*=1 uH, *C*=1 uF, *R*=2 Ω 时,振荡时 间较短,能达到较好的滤波效果。其余情况,若减 小 *R* 值或增大 *L* 值,也会引起输出振荡,当同时 增大 *L* 值并减小 *R* 值时,会使振荡加剧,振荡时 间变长。另外,若增大 *R* 值,一则增大直流电源 的内部损耗;二则使滤波输出的上升沿变缓,将延 长输出达到稳定的时间。减小 L 值对滤波输出上升 沿的时间没有较大影响,但输出电压中纹波频率将 增加,如图 10(a)所示。



由图 9(b)可得,当初始值=输入值时,取 L=2 uH, C=1 uF, R=2 Ω 时,振荡时间较短,能达到较好的 滤波效果。其余情况,若减小 R 值或减小 L 值, 会使振荡加剧,振荡时间变长。另外,若增大 L 值,会引起输出下冲;若增大 R 值,输出达到稳 定的时间将被延长,如图 10(b)所示。

通过数值仿真对滤波输出进行定量分析,对L、 R、C 的取值具有指导意义。在一定参数下,进行 定量分析,再根据分析结果,对参数进行调整,重 复这样的步骤,最终使参数最优化,在实际工程中 使用时,这将大大提高直流电源输出电压的稳定性。 第 28 卷第 12 期 2016 年 12 月

由上面的数值仿真结果可以看出,在实际中对 直流电源输出电压进行滤波时,应采用 LRC 滤波 电路取代 LC、RC 电路。

4 结论

本文用数值化模型高效地分析了 LC 滤波电 路,并与传统复频域分析方法做了对比。通过将 LC、RC 滤波电路的数值化模型用于对直流电源输 出电压中纹波和噪声的数字滤波仿真,得到了 LC 滤波电路对纹波的滤波效果明显, RC 低通滤波电 路对噪声的滤波效果明显,但是对纹波和噪声同时 进行滤波,单独的 LC 或 RC 滤波电路均不适用的 结论。若采用复频域分析法,由于随机噪声的存在, 则很难得到这样的结论。通过引入 LRC 滤波电路, 数值仿真结果表明,该电路用于对纹波和噪声叠加 的非周期信号进行滤波时,效果较理想。通过对滤 波输出进行定量分析,确定了 LRC 滤波电路相关 滤波的最优参数。本文的数值分析方法克服了复频 域分析法的不足,具有普遍性和通用性,适用于任 意激励,这也完善了动态电路分析的理论和方法, 可用于更为复杂的电路系统的高精度分析中。

参考文献:

- 傅恩锡,杨四秧. 电路分析简明教程 [M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2009: 130-208.(Fu Enxi, Yang Siyang. Concise circuit analysis [M]. 2nd Edition. Beijing, China: Higher Education Press, 2009:130-208.)
- [2] Donald A. Neamen. Microelectronics: Circuit Analysis and Design [M]. New York, USA: McGraw-Hill, 2011: 652-653

- [3] Boylestad, R. L. Introductory Circuit Analysis [M].10th Edition. London, UK: Prentice-Hall, 2000.
- [4] James W N, Susan A R. 电路 [M]. 周玉坤, 冼立勤译. 北京: 电子工业出版社, 2011.(James W N, Susan A R. Electric Circuits [M]. Zhou Yukun, Xian Liqin, Translation. Beijing, China: Publishing House of Electronics Industry, 2011.)
- [5] Chen Diyi, Wu Cong, Herbert H C Iu, et al. Circuit simulation for synchronization of a fractional-order and integer-order chaotic system [J]. Nonlinear Dynamics (S0924-090X), 2013, 73(3): 2421-2432.
- [6] 何子述. 信号与系统 [M]. 北京:高等教育出版社,
 2008: 221-237.(He Zishu. Signals and Systems [M].
 BeiJing: Higher Education Press, 2008: 221-237.)
- [7] 李维真. 拉普拉斯变换的一种数值计算法 [J]. 南京邮 电大学学报(自然科学版), 1987, 7(4): 140-144.(Li Weizhen. A Numerical Integration of Laplace Transforms [J]. Journal of Nanjing Institute of Posts and Telecommunications(Science), 1987, 7(4): 140-144.)
- [8] 邓建中, 葛仁杰, 程正兴. 计算方法 [M]. 西安: 西安 交通大学出版社, 1985. (Deng Jianzhong, Ge Renjie, Cheng Zhengxing. Computing Methods [M]. Xi'an, China: Xi'an Jiaotong University Press, 1985.)
- [9] Abramowitz M, Stegun I A. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables [M]. Washington DC, USA: Martino Fine Books: 2014.
- [10] Alan V Oppenheim, Ronald W Schafer. Discrete-time signal processing [M]. 2nd Edition. London, UK: Prentice-Hall, 1999.
- [11] Zhou Jianbin, Zhou Wei, Lei Jiarong, et al. Study of time-domain digital pulse shaping algorithms for nuclear signals [J]. Nuclear Science and Techniques (S1001-8042), 2012, 23(3): 150-155.

http://www.china-simulation.com