

8-13-2020

## Method to Calculate Multi-objective and $H_2/H_\infty$ Control of Vehicle Vertical Vibration System

Jianjun Meng

*1. The Mechatronic Technology Research Institute, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;;2. Mechatronics T&R Institute, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;;3. Engineering Technology Center for Informatization of Logistics & Transport Equipment, Lanzhou 730070, China;;*

Bai Huan

*1. The Mechatronic Technology Research Institute, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;;*

Mou Jian

*1. The Mechatronic Technology Research Institute, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;;*

Yin Ming

*1. The Mechatronic Technology Research Institute, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;;*

*See next page for additional authors*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Method to Calculate Multi-objective and $H_2/H_\infty$ Control of Vehicle Vertical Vibration System

### Abstract

**Abstract:** Aiming at the disadvantage of single object in railway vehicle damping system, the multi-objective optimal control law of railway vehicle damping system was devised to balance shock absorption control and energy saving control. *To improve the riding comfortability and reduce the energy consumption, the multi-objective  $H_2/H_\infty$  output-feedback controller based on LMI was developed for an active suspension of 6-DOF vertical vibration model of railway vehicle. Norm  $H_2$  of the actuator output was taken as the energy consumption indexes, and norm  $H_\infty$  of the vertical vibration displacement, the acceleration and the nutation angle was taken as the riding comfortability indexes. The results show that the controller can decrease the energy consumption of the actuator effectively and at the same time reduce the riding comfortability to an acceptable level, and make the railway vehicle obtain a good performance of riding comfortability and energy consumption of the actuator.*

### Keywords

rail vehicle,  $H_2/H_\infty$  control, riding comfort, energy consumption

### Authors

Jianjun Meng, Bai Huan, Mou Jian, Yin Ming, and Xuri Guan

### Recommended Citation

Meng Jianjun, Bai Huan, Mou Jian, Yin Ming, Guan Xuri. Method to Calculate Multi-objective and  $H_2/H_\infty$  Control of Vehicle Vertical Vibration System[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(12): 2973-2978.

一种求解车辆垂向振动系统  $H_2/H_\infty$  多目标控制的方法孟建军<sup>1,2,3</sup>, 白欢<sup>1</sup>, 牟健<sup>1</sup>, 银铭<sup>1</sup>, 关旭日<sup>1</sup>(1.兰州交通大学 机电工程学院, 兰州 730070; 2.兰州交通大学 机电技术研究所, 兰州 730070;  
3.甘肃省物流及运输装备信息化工程技术研究中心, 兰州 730070)

**摘要:** 针对车辆减振系统中的目标单一的问题, 应用  $H_2/H_\infty$  控制算法实现轨道车辆减振系统集减振、节能于一体的多目标优化控制。采用 6 自由度轨道车辆垂向振动模型为控制对象, 以得到较好乘坐舒适性和较少能耗为控制目的, 选取作动器控制输出力的  $H_2$  范数作为能耗指标, 以车体浮沉振动位移和加速度、点头振动转角的  $H_\infty$  范数作为车辆乘坐舒适性指标, 设计基于 LMI 的  $H_2/H_\infty$  输出反馈控制器。研究表明, 该控制器能在保证不过多降低车辆乘坐舒适性的同时, 能有效降低作动器能耗, 较好地解决了车辆舒适性和作动器能耗之间的矛盾。

**关键词:** 轨道车辆;  $H_2/H_\infty$  控制; 乘坐舒适性; 能耗

中图分类号: U270.1+1 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2016) 12-2973-06

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201612014

Method to Calculate Multi-objective and  $H_2/H_\infty$  Control of Vehicle Vertical Vibration SystemMeng Jianjun<sup>1,2,3</sup>, Bai Huan<sup>1</sup>, Mou Jian<sup>1</sup>, Yin Ming<sup>1</sup>, Guan Xuri<sup>1</sup>

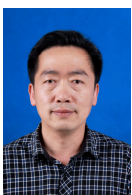
(1.The Mechatronic Technology Research Institute, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China; 2.Mechatronics T&amp;R Institute, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China; 3.Engineering Technology Center for Informatization of Logistics &amp; Transport Equipment, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** Aiming at the disadvantage of single object in railway vehicle damping system, the multi-objective optimal control law of railway vehicle damping system was devised to balance shock absorption control and energy saving control. To improve the riding comfortability and reduce the energy consumption, the multi-objective  $H_2/H_\infty$  output-feedback controller based on LMI was developed for an active suspension of 6-DOF vertical vibration model of railway vehicle. Norm  $H_2$  of the actuator output was taken as the energy consumption indexes, and norm  $H_\infty$  of the vertical vibration displacement, the acceleration and the nutation angle was taken as the riding comfortability indexes. The results show that the controller can decrease the energy consumption of the actuator effectively and at the same time reduce the riding comfortability to an acceptable level, and make the railway vehicle obtain a good performance of riding comfortability and energy consumption of the actuator.

**Keywords:** rail vehicle;  $H_2/H_\infty$  control; riding comfort; energy consumption

## 引言

改善转向架性能的主动控制方法是提高列车



收稿日期: 2015-03-30 修回日期: 2015-05-19;  
基金项目: 国家自然科学基金(61563027), 兰州交通大学优秀科研团队资助计划(201604);  
作者简介: 孟建军(1966-), 男, 河南南阳, 博士, 教授, 博导, 研究方向为轨道交通装备检测与监控技术。

运行品质的主要途径之一, 其中的作动器能够根据车辆的行驶状态和轨道状况做出主动响应, 产生相应的作动力与外部的激励相抵, 从而抑制车辆振动, 提高车辆运行品质。国内外学者在悬架主动控制方面做了大量的研究工作, 已有许多的比较成熟的控制理论, 如最优控制、滑模控制、自适应控制等<sup>[1-4]</sup>。这些控制理论在仿真过程取得良好控制效

<http://www.china-simulation.com>

• 2973 •

果,但这些控制效果大多依赖于模型的精确性,而精确模型在实际中往往是很难得到的。另一方面,许多文献以提高乘坐舒适性或运行品质为减振目标,往往忽略了控制过程中对能耗的需求。文献[5]中将鲁棒控制理论应用到半挂汽车列车中,提高了车辆的运行品质;文献[6]中针对汽车半车模型,提出一种动态输出反馈鲁棒干扰抑制控制策略,并成功抑制了车辆振动;文献[7]中通过设计半车模型鲁棒控制器得到了系统的鲁棒  $H_2/H_\infty$  最优保守性能定律;文献[8]中针对汽车悬架参数摄动和作动器故障,提出一种基于  $H_2/H_\infty$  状态反馈的最优鲁棒容错控制方法;文献[9]中针对汽车 7 自由度整车模型设计  $H_2/H_\infty$  控制器,该控制器较好的解决了平顺性和操纵稳定性指标之间的矛盾;文献[10]针对磁悬浮列车的耦合振动问题,分别采用线性电流反馈控制算法、模型参考自适应控制算法、非线性系统反馈线性化控制等三种控制算法对其进行减振控制。

众多文献中都以减振或提高运行品质为控制目标,很少有同时讨论轨道车辆运行品质和控制能耗的文章见报。针对这个问题,本文基于 6 自由度城轨车辆垂向振动模型,综合考虑列车运行过程中的运行品质和作动器的能耗的需求,采用基于 LMI 的  $H_2/H_\infty$  控制方法的多目标控制方法设计整车主动悬架控制器,并通过计算机对所设计控制器的控制性能进行仿真分析。

## 1 垂向模型

### 1.1 模型分析

为了简化车辆模型、便于分析,作如下假设<sup>[11]</sup>:

(1) 轮对、转向架构架和车体均视为刚体,不计各部分弹性变形;(2) 忽略车辆的横向和垂向运动的弱耦合;(3) 不计钢轨的弹性形变;(4) 车辆运行过程中,车轮始终贴靠钢轨。在此基础上,只考虑车辆车体、前后转向架的浮沉及点头,建立车辆 6-DOF 垂向模型,如图 1 所示。

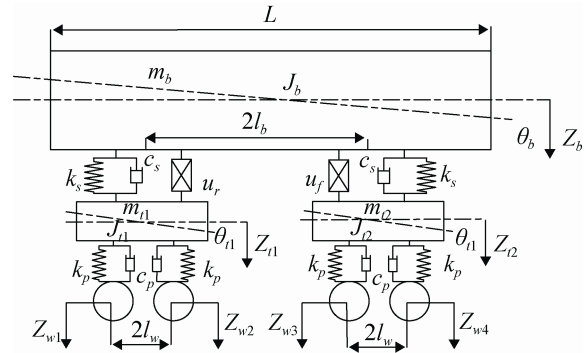


图 1 车辆垂向模型

图 1 中:  $Z_b$ 、 $\theta_b$  分别为车体浮沉位移、点头角,  $Z_{t1}$ 、 $Z_{t2}$  为前、后构架浮沉位移,  $\theta_{t1}$ 、 $\theta_{t2}$  为前、后构架点头角,  $Z_{w1}$ 、 $Z_{w2}$ 、 $Z_{w3}$ 、 $Z_{w4}$  为四个轮对轨道垂向输入,  $m_b$ 、 $m_t$  为车体、构架质量,  $J_b$ 、 $J_t$  为车体、构架点头惯量,  $k_s$ 、 $k_p$  为空气弹簧、一系弹簧刚度,  $c_s$ 、 $c_p$  为一系阻尼减振器、二系阻尼减振器系数,  $u_r$ 、 $u_f$  为前、后作动器输出的力,  $l_b$  为定距之半,  $l_w$  为轴距之半,  $L$  为车体的长度。应用哈密顿原理<sup>[12]</sup>, 依据系统的总能量、总势能、虚功进行数学建模, 整理得到车辆垂向振动方程如下:

$$M\ddot{Z} + C\dot{Z} + KZ = D_u U + D_w Z_w \quad (1)$$

其中:

$$Z = [Z_b \ \theta_b \ Z_{t1} \ \theta_{t1} \ Z_{t2} \ \theta_{t2}]^T$$

$$U = [u_f \ u_r]^T$$

$$Z_w = [Z_{w1} \ Z_{w11} \ Z_{w2} \ Z_{w21} \ Z_{w3} \ Z_{w31} \ Z_{w4} \ Z_{w41}]^T$$

$$M = \begin{bmatrix} m_b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_t \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2c_s & 0 & -c_s & 0 & -c_s & 0 \\ 0 & 2c_s l_b^2 & c_s l_b & 0 & -c_s l_b & 0 \\ -c_s & c_s l_b & c_s + 2c_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2c_b l_w^2 & 0 & 0 \\ -c_s & -c_s l_b & 0 & 0 & c_s + 2c_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_b l_w^2 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 2k_s & 0 & -k_s & 0 & -k_s & 0 \\ 0 & 2k_s l_b^2 & k_s l_b & 0 & -k_s l_b & 0 \\ -k_s & k_s l_b & k_s + 2k_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2k_p l_w^2 & 0 & 0 \\ -k_s & -k_s l_b & 0 & 0 & k_s + 2k_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_p l_w^2 \end{bmatrix}$$

$$D_u^T = \begin{bmatrix} -1 & l_b & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -l_b & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_p & c_p & k_p & c_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_p l_w & -c_p l_w & k_p l_w & c_p l_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_p & c_p & k_p & c_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_p l_w & -c_p l_w & k_p l_w & c_p l_w & 0 \end{bmatrix}$$

式中:  $M$ 、 $K$  和  $C$  分别是系统的质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵;  $U$  为控制力向量;  $Z_w$  是轨道不平顺垂向激励向量, 内部元素相互关联,  $Z_{wi}(i=1\sim4)$  是  $Z_{wi}$  的导数,  $Z_{wi}$  是时间历程关系, 相对  $Z_{w1}$ ,  $Z_{wi}(i=2\sim4)$  滞后时间常数分别是  $2l_w/v$ 、 $2l_b/v$  和  $2(l_w+l_b)/v$ 。

## 2 基于 LMI 的 $H_2/H_\infty$ 控制问题描述

对于图 2 所示的多目标问题输出反馈控制线性时不变系统, 可用状态空间形式描述为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z_\infty &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ z_2 &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \\ y &= C_y x + D_{y1} w + D_{y2} u \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $z \in R^m$  表示被控输出信号,  $y \in R^p$  是测量信号,  $y \in R^q$  表示外部输出信号, 包括干扰、噪声、参考输入等,  $y \in R^r$  是控制信号,  $P(s)$  表示广义被控对象, 由实际被控对象和加权函数构成,  $K(s)$  表示所设计的控制器。

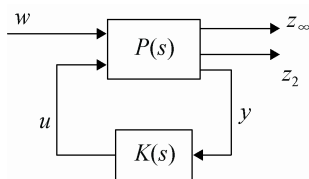


图 2  $H_2/H_\infty$  控制框图

假设  $H_2/H_\infty$  输出反馈控制器  $u = K(s)y$  为

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= A_k x_c + B_k y \\ u &= C_k x_c + D_k y \end{aligned} \quad (3)$$

式中:  $x_c \in R^n$  为控制器的状态向量;  $y \in R^p$  为测量信号;  $A_k$ 、 $B_k$ 、 $C_k$ 、 $D_k$  为待确定的控制参数矩阵。

将以上控制器应用到系统后得到闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A_{cl} \xi + B_{cl} w \\ z_\infty &= C_{\infty cl} \xi + D_{\infty cl} w \\ z_2 &= C_{2cl} \xi + D_{2cl} w \end{aligned} \quad (4)$$

其中:  $\xi = \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}$

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_k C_y & B_2 C_k \\ B_k C_y & A_k \end{bmatrix}$$

$$B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_k D_{y1} \\ B_k D_{y1} \end{bmatrix}$$

$$C_{\infty cl} = [C_1 + D_{12} D_k C_y \quad D_{12} C_k]$$

$$D_{\infty cl} = D_{11} + D_{12} D_k D_y$$

$$C_{2cl} = [C_2 + D_{22} D_k C_y \quad D_{22} C_k]$$

$$D_{2cl} = D_{21} + D_{22} D_k D_y$$

分别用  $T_\infty(s)$ 、 $T_2(s)$  表示从  $w$  到  $z_\infty$  和  $w$  到  $z_2$  的闭环传递函数。则基于 LMI 的  $H_2/H_\infty$  控制的目标就是设计一个线性时不变控制器  $K(s)$ , 使闭环传递系统满足:

- 1)  $\|T_\infty(s)\|_\infty < \gamma_0$
- 2)  $\|T_2(s)\|_2 < \nu_0$
- 3) 闭环系统极点位于某个给定的 LMI 区域  $D$  且使得性能指标  $\alpha \|T_\infty(s)\|_\infty^2 + \beta \|T_2(s)\|_2^2$  最小化。

根据线性矩阵不等式理论<sup>[13]</sup>, 形如式(2)的闭环系统是渐进稳定且  $T_\infty(s)$  的  $H_\infty$  范数小于一个给定的目标值  $\gamma_0$  的充要条件是存在一个对称正定矩阵  $P=P^T>0$ , 使得

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T X_{cl} + X_{cl} A_{cl} & X_{cl} B_{cl} & C_{cl} \\ B_{cl}^T X_{cl} & -\gamma I & D_{cl}^T \\ C_{cl} & D_{cl} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

$T_2(s)$  的  $H_2$  范数小于一个给定的目标值  $\nu_0$  的充要条件是存在一个对称正定矩阵  $Q=Q^T>0$  使得

$$\begin{bmatrix} A_{cl}Q + QA_{cl}^T & B_{cl} \\ B_{cl}^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

$$tr[C_{2cl}QC_{2cl}^T] < \nu_0^2$$

应用  $H_\infty$  控制理论和  $H_2$  控制理论寻找满足上述任一条件的控制器是可以实现的, 但应用现有的理论, 寻找一个控制器同时满足上述两个条件是无法实现的。为了得到系统的  $H_2/H_\infty$  控制律, 引入 Lyapunov 矩阵  $X=P=Q$ , 得到上述问题的简化形式。至此可以应用线性矩阵不等式理论求解上述问题。由于在这里引进了约束条件  $X=P=Q$ , 得到的结果具有一定的保守性, 如何估计由于约束条件所到来的保守性的大小, 目前还没有有效的方法。

### 3 控制器的设计

#### 3.1 名义对象

通常来说, 在垂向振动中车辆的乘坐舒适性要求车身的垂向加速度、点头振动转角对于来自轨道信号的响应尽可能的小<sup>[9]</sup>。另一方面, 由于轨道车辆具有本身大、重等特点, 要求作动器输出的力就可能小, 也就是说作动器输出的能量尽可能的小, 来降低作动器的输出功率, 保证作动器的工作寿命。垂向振动  $H_2/H_\infty$  控制器设计的目的就是在两者之间进行合理地折中处理, 使其控制效果达到最优。

$H_\infty$  控制是通过抑制传递函数幅频特性的最大幅值来减小输入信号对描述系统品质的评价信号的影响, 特别是在车辆共振点处<sup>[14]</sup>。由于车体的振动直接影响着乘坐的舒适性, 因此, 选择车体垂向振动加速度和位移、点头振动转角的  $H_\infty$  范数作为舒适性的评价指标, 即

$$z_\infty = [\ddot{Z}_b \ Z_b \ C_b] \quad (7)$$

$H_2$  控制是通过抑制传递函数幅频特性的最大幅值的平方来减小输入信号对描述系统品质的评价信号的影响, 表征是一种能量的增益。因此, 作动器消耗能量的指标为: 作动器输出力的  $H_2$  范数, 即

$$z_2 = [u_r \ u_f] \quad (8)$$

由于运行车辆内部的状态往往不能直接测量,

即使可以直接测量也需要很高的成本, 因此难以应用状态反馈控制律来对系统进行控制<sup>[15]</sup>。因此, 本系统选择输出反馈的控制方式。与此同时, 车身的振动状况和一系减振系统中相关弹簧和减振阻尼装置的伸缩状况息息相关, 即与车体和前后转向架之间的振动位移有直接的关系。因此, 本系统选用车体相对前、后转向架的振动位移作为检测量, 即

$$y = [Z_b - Z_{t1} \ Z_b - Z_{t2}] \quad (9)$$

根据上面所述, 结合式(1)车辆垂向振动模型、式(2)所示的  $H_2/H_\infty$  控制的状态空间形式和式(7~9)所示的舒适性评价指标、能量消耗指标和检测量, 建立车辆垂向振动名义模型, 由于篇幅关系, 其中的各系数矩阵就不再一一列举。

#### 3.2 广义加权对象

要求设计的控制器使闭环系统既具有抑制干扰的能力, 又具有鲁棒稳定性, 需要对控制对象进行加权处理, 加权构建的 PS/T 模型如图 3 所示。

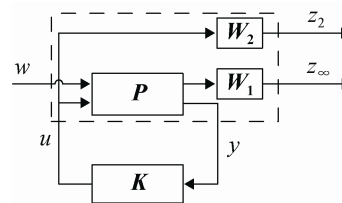


图 3 加权 PS/T 模型

图 3 中,  $W_1$  为扰动衰减性能的权函数, 主要抑制外部扰动。权函数  $W_2$  是考虑到可能存在的各种高阶未建模不确定性而存在的。

根据车辆垂向模型以及性能要求, 分别选取权函数矩阵:

$$W_1 = \begin{bmatrix} \frac{0.13(s+0.2)}{s+2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.13(s+0.2)}{s+2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} \frac{0.13(s+0.2)}{s+2} & 0 \\ 0 & \frac{0.13(s+0.2)}{s+2} \end{bmatrix}$$

如图 3 所示, 结合以上选取的权函数, 在名义模型的基础上构建车辆垂向振动广义对象模型, 应用第二小节介绍的 LMI 方法求解控制器 K。

### 4 数据仿真分析

将以上求解的控制器 K 和名义振动模型组成闭环控制系统, 以美国六级轨道高低不平顺作为外部激励, 对系统进行数据仿真, 其中, 车辆垂向模型参数如表 1 所示。

表 1 车辆垂向模型参数

名称符号	数值
车体质量 $m_b/kg$	36 000
构架质量 $m_l/kg$	2 100
车体点头惯性 $J_b/(kg \cdot m^2)$	2 300 000
构架点头惯性 $J_l/(kg \cdot m^2)$	2 100
空气弹簧刚度 $k_s/(N/m)$	520 000
一系弹簧刚度 $k_p/(N/m)$	1 200 000
二系减振器阻尼系数 $c_s/(N \cdot s/m)$	40 000
一系减振器阻尼系数 $c_p/(N \cdot s/m)$	60 000
定距之半 $l_b/m$	9
轴距 $l_w/m$	2.5

名义车辆振动模型分别在无控制、鲁棒  $H_\infty$  控制器、 $H_2/H_\infty$  控制控制器作用下以 200 km/h 的速度运行时, 车体响应(车体浮沉振动加速度、车体浮沉振动位移、车体点头转角)如图 4~6 所示。

从图 4~6 中可知: 控制前, 浮沉的最大加速度在  $0.039 \text{ m/s}^2$  左右, 车体浮沉的最大位移在 1.1 mm 左右, 车体最大点头角在  $1.2 \times 10^{-4} \text{ rad}$  左右; 而在鲁棒控制器的作用下, 控制后(由于鲁棒  $H_\infty$  控制器和  $H_2/H_\infty$  控制器的控制效果相近, 统一用“控制后”表示)浮沉的最大加速度在  $0.009 \text{ m/s}^2$  左右, 车体的浮沉的最大位移在 0.3 mm 左右, 车体的最大点头角在  $3 \times 10^{-5} \text{ rad}$  左右。就振动幅值而言, 控制后车体浮沉振动位移、浮沉振动加速度和点头振动转角幅值分别为原来的 23.1%, 27.3%, 25%, 车辆的浮沉振动、点头振动状况在控制后得到明显的改善, 具体振动状况参数如表 2 所示。就两种控制器“控制后”的控制效果而言, 鲁棒  $H_\infty$  控制器控制效果稍微优于  $H_2/H_\infty$  控制器的控制效果。

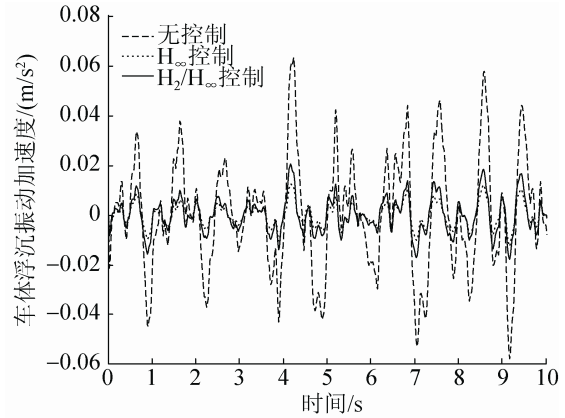


图 4 车体浮沉振动加速度时间响应

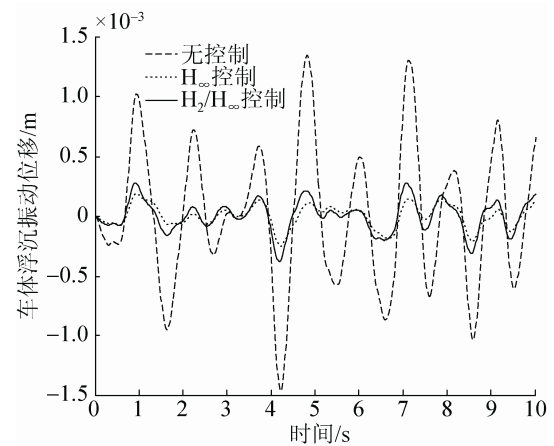


图 5 车体浮沉振动位移时间响应

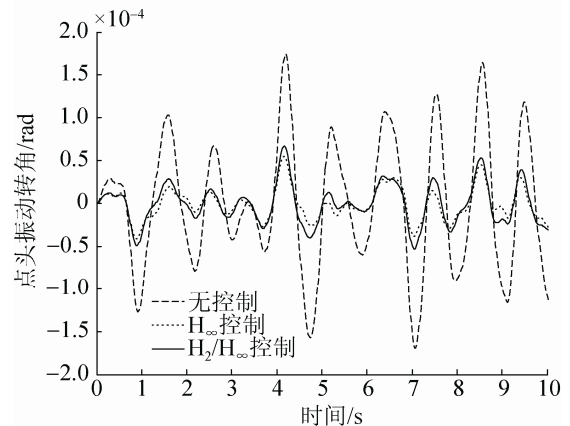


图 6 车体点头振动转角时间响应

表 2 控制前、后振动幅值参数

幅值	车体浮沉振动 加速度/( $\text{m/s}^2$ )	车体浮沉振 动位移/m	车体点头振 动转角/rad
控制前幅值	0.039	$1.1 \times 10^{-3}$	$1.2 \times 10^{-4}$
控制后幅值	0.009	$3 \times 10^{-4}$	$3 \times 10^{-5}$
控制降低比%	66.9	72.7	75

图 7 为作动器的控制输出力, 从图中可以看出: 在  $H_\infty$  控制器和  $H_2/H_\infty$  控制器的作用下, 作动器的控制力输出幅值分别约为 1 700 N 和 900 N, 同比降低了 47% 左右。

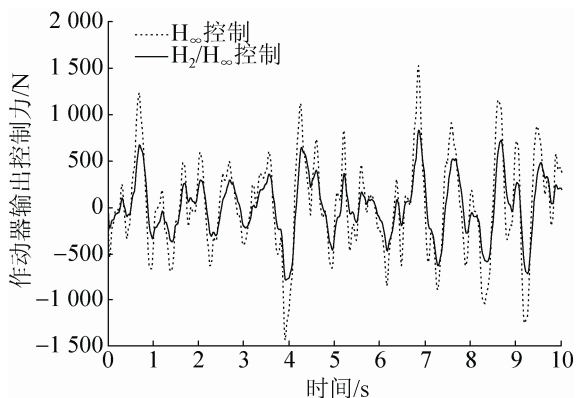


图 7 作动器输出控制力时间响应

综上所述, 以作动器的控制输出力的  $H_2$  范数作为能量指标, 以车体的浮沉振动位移和加速度、点头振动转角作为车辆乘坐舒适性指标的  $H_2/H_\infty$  控制器, 能够有效抑制车辆振动, 改善了车辆乘坐舒适性。与鲁棒  $H_\infty$  控制器相比,  $H_2/H_\infty$  控制器以牺牲少量的车辆乘坐舒适性为代价, 减少了作动器控制输出力, 成功降低了作动器的能量消耗。

## 5 结论

本文在建立 6-DOF 高速轨道车辆垂向振动模型的基础上, 为了保证车辆模型具有一定的鲁棒性能, 对模型进行加权处理, 建立车辆垂向振动 PS/T 广义模型, 运用 LMI 法求解垂向振动  $H_2/H_\infty$  控制器, 并在 matlab 环境下、以美国六级轨道谱高低不平顺作为外部激励进行仿真, 与鲁棒  $H_\infty$  控制器进行对比、分析。仿真结果表明:

1) 与控制前相比较, 鲁棒  $H_\infty$  控制器和鲁棒  $H_2/H_\infty$  控制器在很大程度上抑制了车体浮沉振动和点头振动, 使车体振动状况得到明显改善。

2) 相对鲁棒  $H_\infty$  控制器,  $H_2/H_\infty$  控制器以牺牲微量车辆舒适性为代价, 在一定程度上较好地降低了车辆控制过程中所需的能耗。

## 参考文献:

- [1] 闫光辉, 关志伟, 杜峰, 等. 车辆主动悬架自适应 LQG 控制策略研究 [J]. 机械科学与技术, 2014, 33(3): 432-437.
- [2] Morteza Moradi, Afef Fekih. Adaptive PID-Sliding-Mode Fault-Tolerant Control Approach for Vehicle Suspension Systems Subject to Actuator Faults [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology (S0018-9545), 2014, 63(3): 1041-1054.
- [3] Li H, Yu J, Hilton C, et al. Adaptive sliding mode control for nonlinear active suspension vehicle systems using TS fuzzy approach [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology (S1063-6536), 2013, 60(8): 393-407.
- [4] Du H, Zhang N. Fuzzy control for nonlinear uncertain electrohydraulic active suspensions with input constraint [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems (S1063-6706), 2009, 17(2): 343-356.
- [5] 常胜, 许洪国, 刘宏飞.  $H_\infty$  回路成形半挂汽车列车鲁棒控制器设计 [J]. 吉林大学学报(工学版), 2011, 41(6): 571-576.
- [6] 李荣, 焦晓红, 杨超. 基于动态输出反馈的半车主动悬架系统鲁棒控制 [J]. 振动与冲击, 2014, 33(7): 187-193.
- [7] 龙垚坤, 文桂林, 陈哲吾. 汽车主动悬架鲁棒性能控制仿真研究 [J]. 汽车工程, 2014, 36(2): 216-221.
- [8] 杨柳青, 陈无畏, 汪洪波. 基于  $H_2/H_\infty$  控制的汽车主动悬架最优鲁棒容错控制 [J]. 中国机械工程, 2012, 23(24): 3013-3019.
- [9] 李以农, 郑玲, 罗铭刚, 等. 汽车主动悬架  $H_2/H_\infty$  多目标控制线性矩阵不等式方法 [J]. 重庆大学学报, 2010, 33(4): 1-8.
- [10] 黎松奇, 张昆仑. 基于悬浮控制算法的磁浮列车动力学仿真研究 [J]. 系统仿真学报, 2015, 27(1): 179-184.
- [11] 陈果, 翟婉明, 左洪福. 车辆-轨道耦合系统随机振动响应特性分析 [J]. 交通运输工程学报, 2001, 1(1): 13-16.
- [12] 全顺喜, 王平, 赵才友. 车辆多体系统振动方程建立探讨 [J]. 振动与冲击, 2013, 32(11): 173-178.
- [13] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 61-63.
- [14] 王英杰, 时瑾, 魏庆朝. 单车过桥下弹性车体共振与消振现象分析 [J]. 振动与冲击, 2015, 34(2): 1-8.
- [15] Ravi Tandon, Soheil Mohajer, H Vincent Poor, et al. Degrees of Freedom Region of the MIMO Interference Channel with Output Feedback and Delayed CSIT [J]. IEEE Transactions on Information Theory (S0018-9448), 2013, 59(3): 1444-1457.