

8-13-2020

## Numerical Simulation on Self-synchronization of Double Mass Vibrating System with Tri-exciter

Yongjun Hou

*School of Mechatronic Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China;*

Le Yu

*School of Mechatronic Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China;*

Fang Pan

*School of Mechatronic Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China;*

Zhou Ran

*School of Mechatronic Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Numerical Simulation on Self-synchronization of Double Mass Vibrating System with Tri-exciter

### Abstract

*Abstract: A double mass vibrating system of self-synchronization with tri-exciter was put forward. The dynamic differential equation of the double mass vibrating system was established and the electromechanical coupling mathematical model was got. The new electromechanical coupling simulation model was built. By the method of controlling variables, the effects of various factors, such as stiffness of middle spring, resonance, centrifugal force and motor mounting position on self-synchronization of the system and phase difference were studied in a numerical experiment manner. The research results show this system can achieve a stably synchronized motion under certain conditions. The stiffness of intermediate spring, exciting force and installation position of motors have a significant impact on the performance of the system synchronization. System synchronization can't be obtained when the resonance happens. Increasing horizontal mounting distance of motors of upper body benefits system synchronization.*

### Keywords

double mass vibrating system, electromechanical coupling, controlling variables, self- synchronization

### Recommended Citation

Hou Yongjun, Yu Le, Fang Pan, Zhou Ran. Numerical Simulation on Self-synchronization of Double Mass Vibrating System with Tri-exciter[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(12): 3066-3072.

## 双质体三机驱动振动系统同步特性数值模拟

侯勇俊, 余乐, 方潘, 周然

(西南石油大学机电工程学院, 成都 610500)

**摘要:** 提出了一种双质体三机驱动自同步振动系统。推导出了双质体振动系统的运动微分方程, 并给出了系统的机电耦合数学模型。建立了新的机电耦合仿真模型。最后, 运用控制变量法以数值试验的方式研究了中间弹簧刚度、共振、激振力以及电机安装位置对系统自同步性以及同步相位差角的影响。研究表明: 双质体振动系统在一定条件下能实现稳定的同步运动; 中间弹簧刚度、激振力以及电机安装位置对系统的同步特性均有较大的影响; 系统处于共振状态时, 不能实现同步; 上质体两电机水平安装距离的增大, 有利于系统同步运动的实现。

**关键词:** 双质体振动系统; 机电耦合; 控制变量; 自同步

中图分类号: TH113; 0322 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2016) 12-3066-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201612027

## Numerical Simulation on Self-synchronization of Double Mass Vibrating System with Tri-exciter

Hou Yongjun, Yu Le, Fang Pan, Zhou Ran

(School of Mechatronic Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China)

**Abstract:** A double mass vibrating system of self-synchronization with tri-exciter was put forward. The dynamic differential equation of the double mass vibrating system was established and the electromechanical coupling mathematical model was got. The new electromechanical coupling simulation model was built. By the method of controlling variables, the effects of various factors, such as stiffness of middle spring, resonance, centrifugal force and motor mounting position on self-synchronization of the system and phase difference were studied in a numerical experiment manner. The research results show this system can achieve a stably synchronized motion under certain conditions. The stiffness of intermediate spring, exciting force and installation position of motors have a significant impact on the performance of the system synchronization. System synchronization can't be obtained when the resonance happens. Increasing horizontal mounting distance of motors of upper body benefits system synchronization.

**Keywords:** double mass vibrating system; electromechanical coupling; controlling variables; self-synchronization

## 引言

自同步振动机械系统的发明源于自同步现象



收稿日期: 2016-04-02 修回日期: 2016-07-19;  
基金项目: 国家自然科学基金(51074132), 西南石油大学研究生创新基金(CX2014SY38);  
作者简介: 侯勇俊(1967-), 男, 四川, 博士, 教授, 研究方向为机械系统动力学。

的发现。1665年荷兰物理学家、摆钟的发明者 Huygens最早发现了钟摆的自同步现象<sup>[1]</sup>。1953年前苏联的Blekhman<sup>[2-3]</sup>博士给出了机械同步的一般性定义以及双激振器振动机的同步基础理论。1980年日本学者Inoue和Araki等实现了双电机驱动平面振动机的3倍频同步。中国科学院院士闻邦椿<sup>[4-5]</sup>也于同期开展了系统的研究工作, 并研究了单质体

<http://www.china-simulation.com>

• 3066 •

双机驱动振动系统同步传动的机电耦合机理。进入 21 世纪, 文献[6]提出了一种三电机激振的自同步新型振动机并研究了其机电耦合机理, 文献[7-8]提出了一种四电机激振的自同步大型振动机, 并给出了其同步性和稳定性条件, 文献[9]研究了桩锤同步振动系统的机电耦合特性, 文献[10]研究了液压驱动控制的偏心回转系统的机电耦合特性, 文献[11]对一种含有二次隔振架的双机驱动振动机的自同步特性及其稳定性进行了分析。

目前, 国内外学者已经对多种单质体以及多质体振动机的自同步理论以及机电耦合机理有了深入的研究, 但是其多个激振电机均安装在单个质体上, 对于多个电机分别安装在双质体上的振动系统的自同步特性研究尚属空缺。本文提出了一种三个激振电机安装在双质体上的振动系统。该系统具有有效筛分面积大、占地面积小和对地基动载荷小的优点, 该产品可用于海洋钻井平台的筛分系统。本文的研究成果对该振动系统的设计分析具有重要意义。

## 1 双质体振动系统机电耦合数学模型

### 1.1 双质体振动系统的动力学建模

双质体振动系统主要由上、下质体、激振器、上质体支撑弹簧、下质体支撑弹簧及弹簧座等组成, 其动力学模型如图1所示。系统工作时, 电机 1、2 等速反向旋转, 电机 1、3 等速同向旋转。上质体两电机产生的合力通过中间弹簧传递给下质体; 下质体电机的激振力也通过中间弹簧传递给上质体。通过上下质体激振力以及弹簧的相互作用, 从而使上、下质体实现不同轨迹的运动。为了方便分析, 假设弹簧对称布置, 三个激振电机在图中用三个偏心块表示。\$o'\_1x\_1y\_1\$ 和 \$o''\_2x\_2y\_2\$ 是系统的固定坐标系、\$o'\_1x'\_1y'\_1\$ 和 \$o'\_2x'\_2y'\_2\$ 是分别相对于 \$o'\_1x\_1y\_1\$ 和 \$o''\_2x\_2y\_2\$ 的动坐标系。\$o'\_1\$、\$o'\_2\$ 分别为上、下质体质心, \$o'\_1\$、\$o'\_2\$ 分别为上、下质体与激振器的合成质心。

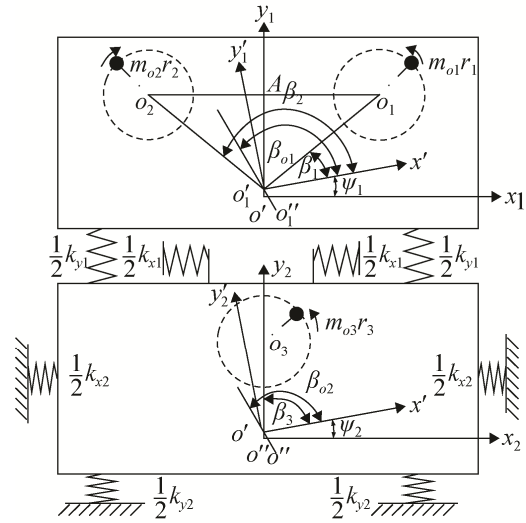


图 1 双质体振动系统动力学模型

该系统的动能为:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 m_i \left\{ \left[ \dot{x}_i + l_{oi} \dot{\psi}_i \sin(\beta_{oi} + \psi_i) \right]^2 + \left[ \dot{y}_i - l_{oi} \dot{\psi}_i \cos(\beta_{oi} + \psi_i) \right]^2 \right\} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 m_{oi} \left\{ \left[ \dot{x}_1 - l_i \dot{\psi}_1 \sin(\beta_i + \psi_1) + (-1)^i r_i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \right]^2 + \left[ \dot{y}_1 + l_i \dot{\psi}_1 \cos(\beta_i + \psi_1) + r_i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \right]^2 \right\} + \frac{1}{2} m_{o3} \left\{ \left[ \dot{x}_2 - l_3 \dot{\psi}_2 \sin(\beta_3 + \psi_2) - r_3 \dot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 \right]^2 + \left[ \dot{y}_2 + l_3 \dot{\psi}_2 \cos(\beta_3 + \psi_2) + r_3 \dot{\varphi}_3 \cos \varphi_3 \right]^2 \right\} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 J_j \dot{\psi}_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 J_{oi} \dot{\varphi}_i^2 \quad (1)$$

式中: \$m\_1\$ 为上质体的质量; \$m\_2\$ 为下质体的质量; \$m\_{oi} (i=1,2,3)\$ 为偏心块 \$i\$ 的质量; \$x\_j, y\_j, \psi\_j, \dot{x}\_j, \dot{y}\_j, \dot{\psi}\_j (j=1,2)\$ 为机体沿着 \$x\_j, y\_j\$ 方向和绕 \$o'\_j\$ 的位移、角位移以及速度、角速度; \$\varphi\_i, \dot{\varphi}\_i\$ 为偏心块 \$i\$ 的角位移与角速度; \$l\_{oj} = o'\_j o''\_j\$ 为合成质心与质体质心之距; \$l\_i\$ 为 \$o\_i\$ 与 \$o'\_j\$ 之距; \$r\_i\$ 为偏心块 \$i\$ 的偏心半径; \$J\_j, J\_{oi}\$ 分别为质体和电机 \$i\$ 转子绕各自质心的转动惯量。

该系统的势能为:

$$V = \frac{1}{2} k_{x2} x_2^2 + \frac{1}{2} k_{y2} y_2^2 + \frac{1}{2} k_{\psi 2} \psi_2^2 + \frac{1}{2} k_{x1} (x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{2} k_{y1} (y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_{\psi 1} (\psi_2 - \psi_1)^2 \quad (2)$$

式中: \$k\_{xj}, k\_{yj}, k\_{\psi j} (j=1,2)\$ 分别为弹簧在 \$x, y\$、

$\psi$  方向的刚度。

系统的能量散失函数为：

$$D = \frac{1}{2} f_{x2} \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} f_{y2} \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} f_{\psi 2} \dot{\psi}_2^2 + \frac{1}{2} f_{x1} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 + \frac{1}{2} f_{y1} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} f_{\psi 1} (\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1)^2 + \frac{1}{2} f_1 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} f_2 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} f_3 \dot{\varphi}_3^2 \quad (3)$$

式中： $f_{xj}$ 、 $f_{yj}$ 、 $f_{\psi j}$  ( $j=1,2$ ) 分别表示为  $x$  方向、 $y$  方向和  $\psi$  方向的阻尼； $f_i$  ( $i=1,2,3$ ) 分别表示电机  $i$  转轴的阻尼。

拉格朗日方程为：

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = Q_j \quad (4)$$

系统的广义力为：

$$Q_j = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad T_{e1} \quad T_{e2} \quad T_{e3}]^T \quad (5)$$

式中： $T_{ei}$  ( $i=1,2,3$ ) 为电机  $i$  的电磁转矩。

将(1)、(2)、(3)、(5)式代入(4)式可得系统六个方向上的运动方程和三个偏心转子的回转运动方程：

$$\left\{ \begin{aligned} & M_1 \ddot{x}_1 - f_{x1} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_{x1} (x_2 - x_1) = \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} m_{\alpha i} r_i (\ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i) \\ & M_1 \ddot{y}_1 - f_{y1} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_{y1} (y_2 - y_1) = \sum_{i=1}^2 m_{\alpha i} r_i (-\ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i) \\ & M_2 \ddot{x}_2 + f_{x2} \dot{x}_2 + f_{x1} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_{x2} x_2 + k_{x1} (x_2 - x_1) = m_{\beta 3} r_3 (\ddot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 + \dot{\varphi}_3^2 \cos \varphi_3) \\ & M_2 \ddot{y}_2 + f_{y2} \dot{y}_2 + f_{y1} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_{y2} y_2 + k_{y1} (y_2 - y_1) = m_{\beta 3} r_3 (-\ddot{\varphi}_3 \cos \varphi_3 + \dot{\varphi}_3^2 \sin \varphi_3) \\ & J_{z1} \ddot{\psi}_1 - f_{\psi 1} (\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1) - k_{\psi 1} (\psi_2 - \psi_1) = \sum_{i=1}^2 m_{\alpha i} r_i l_i \left\{ -\ddot{\varphi}_i \cos [\varphi_i + (-1)^i \beta_i] + \dot{\varphi}_i^2 \sin [\varphi_i + (-1)^i \beta_i] \right\} \\ & J_{z2} \ddot{\psi}_2 + f_{\psi 2} \dot{\psi}_2 + f_{\psi 1} (\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1) + k_{\psi 2} \psi_2 + k_{\psi 1} (\psi_2 - \psi_1) = m_{\beta 3} l_3 [-\ddot{\varphi}_3 \cos (\varphi_3 - \beta_3) + \dot{\varphi}_3^2 \sin (\varphi_3 - \beta_3)] \\ & (J_{\alpha i} + m_{\alpha i} r_i^2) \ddot{\varphi}_i = T_{ei} - f_i \dot{\varphi}_i + m_{\alpha i} r_i (\ddot{x}_j \sin \varphi_i - \ddot{y}_j \cos \varphi_i) - m_{\alpha i} l_i r_i [\ddot{\psi}_j \cos (\varphi_i - \beta_i) + \dot{\psi}_j^2 \sin (\varphi_i - \beta_i)] \\ & (J_{\beta 2} + m_{\beta 2} r_2^2) \ddot{\varphi}_2 = T_{e2} - f_2 \dot{\varphi}_2 - m_{\beta 2} r_2 (\ddot{x}_1 \sin \varphi_2 + \ddot{y}_1 \cos \varphi_2) - m_{\beta 2} l_2 r_2 [\ddot{\psi}_1 \cos (\varphi_2 + \beta_2) - \dot{\psi}_1^2 \sin (\varphi_2 + \beta_2)] \end{aligned} \right. \quad (6)$$

式中： $M_1 = m_1 + m_{o1} + m_{o2}$  为上质体(包括电机及偏心块)的总质量； $M_2 = m_2 + m_{o3}$  为下质体(包括电机及偏心块)的总质量； $J_{z1} = J_1 + m_1 l_{o1}^2 + \sum_{i=1}^2 m_{oi} l_i^2$  为上质体(包括电机及偏心块)绕  $o'_1$  点的转动惯量； $J_{z2} = J_2 + m_2 l_{o2}^2 + m_{o3} l_3^2$  为下质体(包括电机及偏心块)绕  $o'_2$  点的转动惯量。

### 1.2 交流电机的数学模型

系统采用鼠笼式交流异步电机，在  $MT$  坐标系中电机的电压方程为<sup>[12]</sup>

$$\begin{bmatrix} u_{sMi} \\ u_{sTi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{si} + L_{si} p & -\gamma_i L_{si} & L_{mi} p & -\gamma_i L_{mi} \\ \gamma_i L_{si} & R_{si} + L_{si} p & \gamma_i L_{mi} & L_{mi} p \\ L_{mi} p & 0 & R_{ri} + L_{ri} p & 0 \\ \omega_{si} L_{mi} & 0 & \omega_{si} L_{ri} & R_{ri} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sMi} \\ i_{sTi} \\ i_{rMi} \\ i_{rTi} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中： $u_{sMi}$ 、 $u_{sTi}$  ( $i=1,2,3$ ) 为  $MT$  坐标系上交流电机定子  $M$  轴和  $T$  轴电压分量； $p$  表示微分算子  $d/dt$ ； $R_{si}$ 、 $R_{ri}$  为交流电机定子、转子电阻； $L_{si}$ 、 $L_{ri}$ 、 $L_{mi}$  为交流电机定子电感系数、转子电感系数和定转子互感系数； $\gamma$  为定子同步机械角速度；交流电机定子转子差角速度  $\omega_{si} = \eta \gamma$ ， $\eta$  为交流电机转差率； $i_{sMi}$ 、 $i_{sTi}$  为  $MT$  坐标系上交流电机定子  $M$  轴和  $T$  轴电流分量； $i_{rMi}$ 、 $i_{rTi}$  为  $MT$  坐标系上交流电机转子  $M$  轴和  $T$  轴电流分量。

交流电机电磁转矩为<sup>[13]</sup>

$$T_{ei} = \frac{3}{2} n_{pi} L_{mi} (i_{sTi} i_{rMi} - i_{sMi} i_{rTi}) \quad (8)$$

式中： $n_{pi}$  为交流电机极对数。

电机  $i$  的转子运动方程为

$$\frac{H_i}{n_{pi}} \dot{\varphi}_i = T_{ei} \quad (9)$$

式中： $H_i$  代表电机  $i$  转子系统的转动惯量。式(6)~(9)合在一起构成了电机—振动机械系统机电耦合数学模型。该模型表示的是一个多变量耦合的非线性系统，它反映了振动机械系统和电机系统之间的相互耦合关系。

## 2 振动系统自同步数值模拟

### 2.1 系统自同步过渡过程

由(6)式可看出此方程组是相互耦合的非线性方程组。因此, 最精确、最有效的办法就是求此方程组的数值解, 选取电机模块为三个相同的三相异步电动机 ( $p=2$ ), 利用Matlab/Simulink建立上述方程组的仿真模型如图2, 使用Runge-Kutta算法和自适应步长控制并带入系统参数进行仿真分析。若系统相位差角  $\varphi_1 - \varphi_2$ ,  $\varphi_1 - \varphi_3$  为定值则系统处于同步状态。

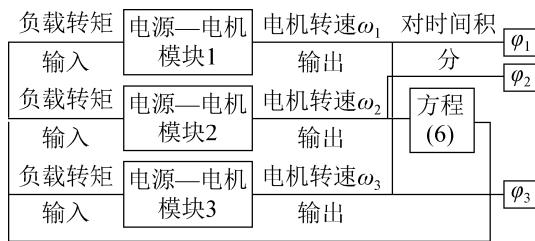


图2 双质体振动系统机电耦合仿真模型

系统参数如下所示:  $m_1 = 66 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 72 \text{ kg}$ ,  $m_{o1} = m_{o2} = m_{o3} = m = 2 \text{ kg}$ ,  $J_{z1} = 45.22 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_{z2} = 44.16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_{o1} = J_{o2} = J_{o3} = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $k_{x1} = k_{y1} = k = 200 \text{ kN/m}$ ,  $k_{x2} = 50 \text{ kN/m}$ ,  $k_{y2} = 50 \text{ kN/m}$ ,  $k_{\psi1} = k_{\psi2} = 10 \text{ kN/rad}$ ,  $f_{x1} = f_{y1} = 1 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$ ,  $f_{x2} = f_{y2} = 1 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$ ,  $f_{\psi1} = f_{\psi2} = 1 \text{ kN} \cdot \text{s/rad}$ ,  $l_1 = l_2 = 0.4 \text{ m}$ ,  $l_3 = 0 \text{ m}$ ,  $r_1 = r_2 = r_3 = 0.05 \text{ m}$ ,  $\beta_1 = \pi/6$ ,  $\beta_2 = 5\pi/6$ ,  $\beta_3 = \pi/2$ ,  $f_1 = f_2 = f_3 = 0$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$  (10)

从图3可以看出, 电机启动5s后上、下质体的振幅就稳定了, 三个电机间的相位差角也保持为稳定值, 这表明系统中三个激振电机实现了稳定的自同步运转。在10s时切断电机1电源, 从图3(a)中可以看出电机1切断电源后, 电机1转速迅速下降然后回升, 经过一段时间后三个电机的转速趋于一致; 系统各个方向振幅以及相位差角曲线均发生了显著的波动, 经过一段时间后重新达到一个新的稳定值, 说明系统恢复到稳定的同步运动状态。

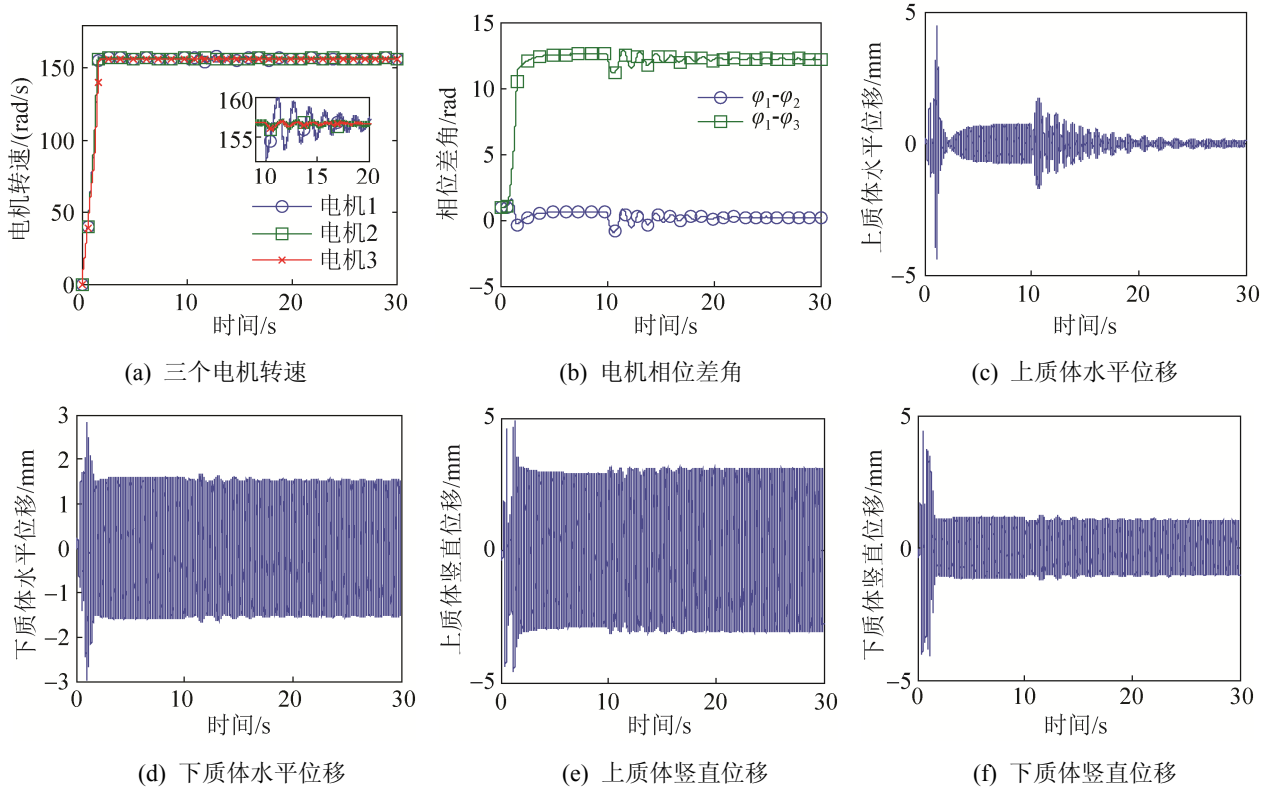
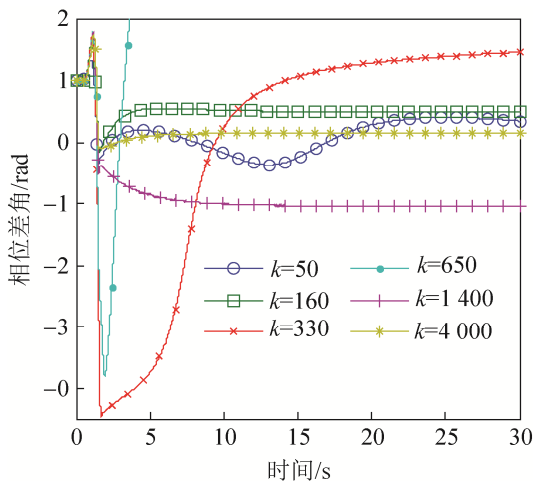


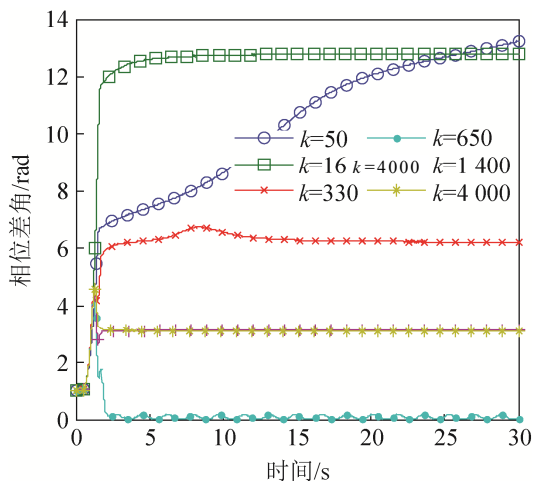
图3 振动系统的自同步过渡过程

### 2.2 中间弹簧刚度和共振对系统同步性的影响

由于三个电机没有在同一刚体上，所以中间弹簧刚度对系统同步性必然是一个重要的影响因素<sup>[14]</sup>。利用式(10)中参数并将中间弹簧刚度作为一个变量进行数值试验，相位差角曲线收敛于某一恒定值说明系统处于同步状态。



(a) 电机 1、2 的相位角



(b) 电机 1、3 的相位差角

图 4 中间弹簧刚度对系统相位差角的影响(单位: kN/m)

图4(a)、(b)随着弹簧刚度的增大，电机1、2和电机1、3均经历了不同步—同步—不同步—同步。同步时中间弹簧刚度的取值范围为  $160 \leq k \leq 330$  kN/m 或  $k \geq 1400$  kN/m，电机1、2的相位差角收敛于  $-1 \sim 1.5$  rad间的一值，且最后弹

簧刚度增大到最初的80倍，相位差角收敛于0.1 rad，此时继续增大弹簧刚度相位差角仍然收敛且大小相差微小；电机1、3的相位差角在  $160 \leq k \leq 330$  kN/m时收敛于  $-0.05 \sim 0.24$  rad间的一值，在  $k \geq 1400$  kN/m时收敛于3.12 rad，此时继续增大弹簧刚度相位差角仍然收敛且大小相差微小。当  $k \geq 2000$  kN/m时上、下质体间基本没有相对运动，可看为是一个质体，弹簧刚度增大相位差角基本不再变化，这一结论与实际情况相符，验证了双质体振动系统仿真模型和分析结果的正确性。

图 4(a)中  $k=650$  kN/m 曲线发散且呈递增趋势。随着中间弹簧刚度的增大系统的固有频率也在逐渐增大，现计算系统的固有频率<sup>[15]</sup>(由于  $x$  和  $y$  方向参数均相等，其固有频率相等)。

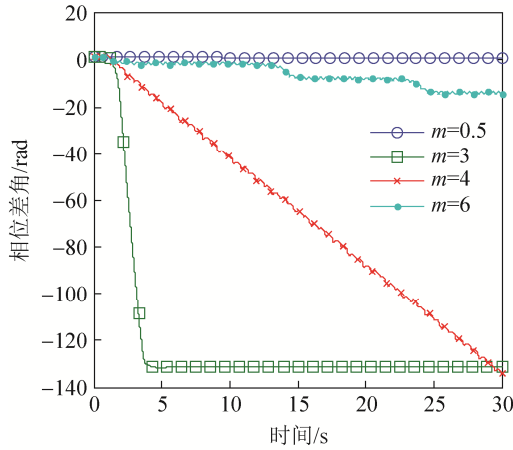
$$a\omega_n^4 - b\omega_n^2 + c = 0 \tag{11}$$

式中： $a = M_1M_2$ ， $b = -M_1(k_{x1} + k_{x2}) - M_2k_{x1}$ ， $c = k_{x1}k_{x2}$ 。

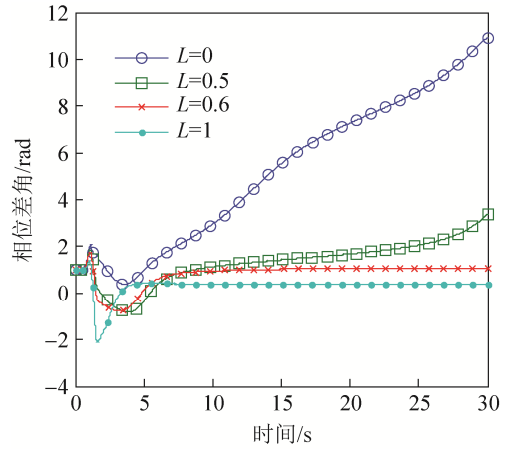
代入  $k=650$  kN/m 时系统相关参数得  $\omega_{n1} = 18$  rad/s， $\omega_{n2} = 136$  rad/s。激振频率为 157 rad/s，对比可知  $k=650$  kN/m 时系统在  $x$  和  $y$  方向的二阶固有频率与激振频率非常接近，仿真得此时系统各个方向的振幅相较图 3 均明显增大且出现了拍振现象，说明这条曲线的发散为共振所致，共振时系统不能同步运转。

### 2.3 激振力对系统同步性的影响

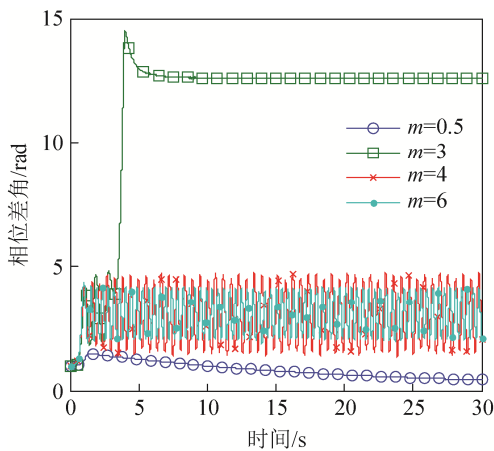
除了弹簧刚度，激振力也是一个影响同步性的重要因素。取  $k = 250$  kN/m 将偏心块质量作为变量，研究其对系统同步性的影响。图 5(a)、(b)中随着激振质量的增加电机 1、2 和电机 1、3 均经历了不同步—同步—不同步。图中偏心块质量等于 1.2 kg 时曲线开始收敛，进一步试验发现随着质量的增大同步相位差角递增；当偏心块质量大于 3.05 kg 时曲线变为发散。因此，同步时激振质量的取值范围为  $1.2 \leq m \leq 3.05$  kg，电机 1、2 的相位差角收敛于  $-0.7$  rad，电机 1、3 的相位差角收敛于 0 rad。



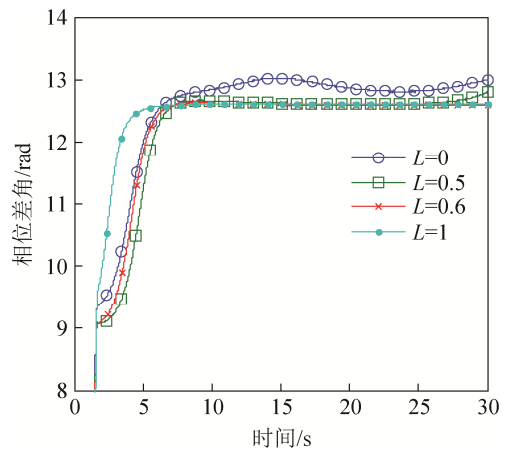
(a) 电机 1、2 的相位差角



(a) 电机 1、2 的相位差角



(b) 电机 1、3 的相位差角



(b) 电机 1、3 的相位差角

图 5 激振力对系统相位差角的影响/kg

图 6 电机安装位置对系统相位差角的影响/m

## 2.4 上质体电机安装位置对系统同步性的影响

在实际工程设计中可供调节的参数有限, 激振电机的安装位置是一个非常重要的调节同步性以及同步相位差角的参数。电机 1、2 采用水平对称安装(如图 1), 取  $Ao_1' = 0.2 \text{ m}$ ,  $k = 250 \text{ kN/m}$ ,  $L = o_1o_2$ , 研究两电机间的水平距离对系统同步性的影响。图 6(a)、(b)中随着电机 1、2 水平安装距离的增大, 曲线趋于收敛, 说明增大电机间的水平安装距离有利于系统的同步。结合两图来看上质体电机的安装位置与电机 1、2 的同步性有着密切的联系, 对电机 1、3 的同步性影响不大。同步时电机 1、2 水平安装距离  $L \geq 0.6 \text{ m}$ , 电机 1、2 的相位差角收敛于  $0.3 \sim 1 \text{ rad}$  间的一值, 电机 1、3 的相位差角收敛于  $0 \text{ rad}$ 。

## 3 结论

(1) 提出了一种双质体三机驱动自同步振动系统, 建立了新的机电耦合仿真模型并用此验证了该系统在一定条件下能实现稳定的同步运动。

(2) 系统的同步性与中间弹簧刚度、共振、激振力以及上质体两电机安装位置均密切相关。在式 (10) 参数条件下, 以中间弹簧刚度作为变量, 同步时中间弹簧刚度的取值范围为  $160 \leq k \leq 330 \text{ kN/m}$  或  $k \geq 1400 \text{ kN/m}$ , 电机 1、2 的相位差角收敛于  $-1 \sim 1.5 \text{ rad}$  间的一值, 电机 1、3 的相位差角在  $160 \leq k \leq 330 \text{ kN/m}$  时收敛于  $-0.05 \sim 0.24 \text{ rad}$  间的一值, 在  $k \geq 1400 \text{ kN/m}$  时收敛于  $3.12 \text{ rad}$ ; 共振对系统同步性影响很大, 弹簧刚度选择时要避免系统固有频率与激振频率接近;



将激振力作为变量, 同步时激振质量的取值范围为  $1.2 \leq m \leq 3.05 \text{ kg}$ , 电机 1、2 的相位差角收敛于  $-0.7 \text{ rad}$ , 电机 1、3 的相位差角收敛于  $0 \text{ rad}$ ; 改变上质体电机安装位置, 同步时两电机水平距离的取值范围为  $L \geq 0.6 \text{ m}$ , 电机 1、2 的相位差角收敛于  $0.3 \sim 1 \text{ rad}$  间的一值, 电机 1、3 的相位差角收敛于  $0 \text{ rad}$ , 上质体电机水平安装距离的增大有益于系统同步运转。

(3) 本文所提出的新的机电耦合建模方法, 以及控制变量法的研究思想为单一参数对系统同步性以及运动规律的影响的研究提供了一种快速、有效地途径。

### 参考文献:

- [1] Blekhman I I, Fradkov A L, Nijmeijer H. On self-synchronization and controlled synchronization [J]. Systems & Control Letters (S0167-6911), 1997, 31(6): 299-305.
- [2] Blekhman I I, Fradkov A L, Tomchina O P, et al. Self-synchronization and controlled synchronization: general definition and example design [J]. Mathematics and Computers in Simulation (S0378-4754), 2002, 58(4): 367-384.
- [3] Blekhman I I. Selected topics in vibrational mechanics [M]. Singapore: World Scientific, 2004.
- [4] 熊万里, 闻邦椿, 段志善. 自同步振动及振动同步传动的机电耦合机理 [J]. 振动工程学报, 2000, 13(3): 325-331.
- [5] Bangchun Wen, Hui Zhang, Shuying Liu, et al. Theory and Techniques of Vibrating Machinery and Their Applications [M]. Beijing, China: Science Press, 2010: 251-273.
- [6] 侯勇俊, 闫国兴. 三电机激振自同步振动系统的机电耦合机理研究 [J]. 振动工程学报, 2006, 19(3): 354-358.
- [7] 张楠, 侯晓林, 闻邦椿. 四电机驱动自同步振动筛同步稳定性判据 [J]. 矿山机械, 2008, 19(36): 99-103.
- [8] 张楠, 侯晓林, 闻邦椿. 基于 Hamilton 多机振动系统同步稳定特性分析 [J]. 东北大学学报, 2008, 29(5): 709-713.
- [9] 来鑫, 乌建中, 周文, 等. 桩锤同步振动系统的机电耦合特性及同步控制 [J]. 同济大学学报, 2012, 40(6): 920-925.
- [10] 罗春雷, 韩清凯. 液压驱动控制的偏心回转系统同步特性 [J]. 机械工程学报, 2010, 46(6): 176-181.
- [11] 李鹤, 刘丹, 姜来. 含二次隔振架的双机驱动振动机的自同步理论研究 [J]. 振动与冲击, 2014, 33(8): 134-140.
- [12] 王锋, 姜建国, 颜天佑. 基于 Matlab 的异步电动机建模方法的研究 [J]. 系统仿真学报, 2006, 18(7): 1733-1741.
- [13] 高景德, 王祥珩, 李发海. 交流电机及其系统的分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 220-232.
- [14] Yongjun Hou. Dynamics Analysis of Vibrating Screen Based on Double Compound Pendulum with Single Motor Driving [J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 45(9): 335-341.
- [15] 闻邦椿, 刘树英, 陈照波, 李鹤. 机械振动理论及应用 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2009.
- [10] Y J He, A Cai, J-A Sun. Multiorientation simultaneous computation of backprojection for tomographic image reconstruction [J]. Electronics Letters (S0013-5194), 1993, 29(9): 822-824.
- [11] Daniel P K Lun, Tai-Chiu Hsung, W C Siu. On the convolution property of a new discrete radon transform and its efficient inversion algorithm [J]. Proceedings IEEE International Symposium on Circuits and Systems (S1051-8215), 1995, 3: 1892-1895.
- [12] 段黎明, 邱猛, 吴朝明. 面向逆向工程的工业 CT 图像预处理系统开发 [J]. 强激光与粒子束, 2008, 20(4): 666-670. (Duan Liming, Qiu Meng, Wu Zhao ming. Development of industrial CT image pre-processing system for reverse engineering [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2008, 20(4): 666-670.)

(上接第 3065 页)