

8-13-2020

Broadband Beamforming Method for Circular Sensor Array

Gan Tian

School of Electronic Engineering Xian Shi You University, Xi'an 710065, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Broadband Beamforming Method for Circular Sensor Array

Abstract

Abstract: The beamforming method based on mode decomposition is a kind of very good beamforming method for circular sensor arrays, in order to apply it to the broadband beamforming, *An against white noise robust beamforming method was proposed to design an expect beam. The method designed the modal domain robust modal coefficient using the model decomposition method to generate different beam under the different mode circumstances, using second-order cone optimization algorithm gain more reasonable compromise than the other methods in the broadband beam performance, The platform of choice and operation of space were provided according to the demand for beam performance indicators for the designers.* Computer simulation shows that this method can realize constant beamwidth beam figure, and has a better effect than traditional second-order cone constant beamwidth method. Experiments also verify the feasibility of this method.

Keywords

modal decomposition, circular sensor array, broadband beam forming, robustness, second-order cone optimization

Recommended Citation

Gan Tian. Broadband Beamforming Method for Circular Sensor Array[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(11): 2832-2840.

一种用于圆环形传感器阵列的宽带波束形成方法

甘甜

(西安石油大学电子工程学院, 西安 710065)

摘要: 基于模态分解思想的波束形成是一种很好的圆环形波束形成方法, 为了将其运用到宽带波束形成中, 提出了一种逼近期望波束的抗白噪声的稳健宽带波束形成算法。该方法利用模态分解方法设计出模态域的稳健模态系数, 根据在不同模态阶数下生成不同波束的情况下, 利用二阶锥优化算法在宽带波束性能指标之间获得比阵元域稳健性方法更合理的折衷, 从而为设计者根据对波束性能指标需求提供了选择的平台和操作的空间。计算机仿真验证了该方法可以实现我们期望得到的恒定束宽波束图, 并且比传统的二阶锥恒定束宽方法有更好的效果。实验也验证了该方法的可行性。

关键词: 模态分解; 圆环阵; 宽带波束形成; 稳健性; 二阶锥规划

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2016) 11-2832-09

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201611026

Broadband Beamforming Method for Circular Sensor Array

Gan Tian

(School of Electronic Engineering Xian Shi You University, Xi'an 710065, China)

Abstract: The beamforming method based on mode decomposition is a kind of very good beamforming method for circular sensor arrays, in order to apply it to the broadband beamforming, An against white noise robust beamforming method was proposed to design an expect beam. The method designed the modal domain robust modal coefficient using the model decomposition method to generate different beam under the different mode circumstances, using second-order cone optimization algorithm gain more reasonable compromise than the other methods in the broadband beam performance, The platform of choice and operation of space were provided according to the demand for beam performance indicators for the designers. Computer simulation shows that this method can realize constant beamwidth beam figure, and has a better effect than traditional second-order cone constant beamwidth method. Experiments also verify the feasibility of this method.

Keywords: modal decomposition; circular sensor array; broadband beam forming; robustness; second-order cone optimization

引言

在目标识别、探测等领域中一般需要采用宽带信号, 这是由于从宽带信号中可以获得比窄带信号

更加丰富且有用的目标信息, 所以利用目标对宽带信号的响应来进行声纳探测就具有更大的应用价值。在目标识别、生物医学和麦克风阵列等领域, 一般要求传感器阵列能不失真地接收宽带信号。因此, 宽带波束形成的问题引起了声纳研究者的重视。

现有的宽带波束形成的方法中, 为了确保宽带波束形成器的性能, 一般采取复杂的阵列结构, 一种是线性组合子阵法, 原理是在 L 个频率点上采用



收稿日期: 2015-03-31

修回日期: 2015-06-23;

基金项目: 陕西省教育厅重点实验室科研计划 (16JS091);

作者简介: 甘甜(1986-), 女, 湖北天门, 博士, 讲师, 研究方向为水声信号与信息处理。

<http://www.china-simulation.com>

• 2832 •

传统的窄带设计方法来设计 L 个子阵权向量, 所有的子阵具有相似的结构并且在对应的频率点上有相同的波束图, 在其它频率处的输出是由这 L 个子阵的线性组合。这势必会给阵列的设计和实现带来一定困难。智婉君受宽带信号源的空间重采样聚焦方位估计方法^[1]的启发, 提出了基于空间重采样的均匀分布直线阵的恒定束宽波束设计方法^[2]; Ward 等人提出了基于连续孔径基阵的恒定束宽波束设计方法^[3]; 张保嵩提出了基于自适应波束优化设计的宽带恒定束宽波束设计方法^[4]。在此之前, 尚有诸如道尔夫-切比雪夫加权法、乘幂法和线性组合法等恒定束宽波束设计方法^[5]可以用到直线阵的波束设计中。针对不同的使用场合, 可以选择这些方法中的一种实现线阵的宽带恒定束宽波束设计。可惜的是, 这些方法均不是针对圆环形传感器^[6]阵列设计的。

将模态分解和二阶锥结合^[7]的宽带波束形成方法是为圆环形传感器阵列设计的恒定束宽波束形成方法, 它是用二阶锥软件在模态分解方法在波束主瓣宽度上进行全局寻优来达到恒定束宽。计算机仿真结果和实验验证证实了该方法的有效性。

1 圆环形阵列接收信号模型

假定图 1 中的圆环形传感器阵列是由 M 个各向同性的阵元组成的, 接收来自阵列远场点信号源辐射范围内的平面声波^[8]。

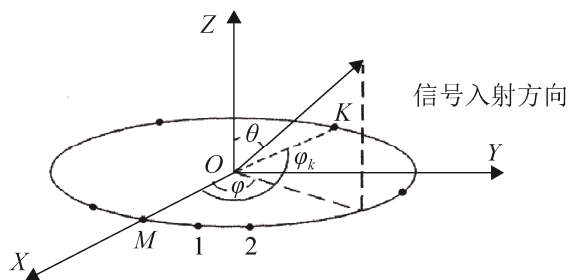


图 1 圆环形传感器阵列平面结构图

假定第 m 个阵元的位置向量为:

$$\mathbf{p}_m = (r_m \sin \varphi_m \cos \theta_m, r_m \sin \varphi_m \sin \theta_m, r_m \cos \varphi_m) \quad (1)$$

式中 $m=1, 2, \dots, M$, $r_m = \sqrt{(r_{xm}^2 + r_{ym}^2 + r_{zm}^2)}$ 是阵元 m 和原点之间的几何距离。

平面波从某一方向入射到基阵, 其方向向量为:

$$\mathbf{u} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \quad (2)$$

若以原点为参考点, 并设该点接收到的信号为 $s(t)$, 则第 m 个阵元接收到的信号相对 $s(t)$ 的时间延迟为:

$$\tau_m = -\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{p}_m}{c} \quad (3)$$

式中: c 是声传播速度。则第 m 个阵元的输出:

$$x_m(t) = s(t - \tau_m) + n_m(t) \quad (4)$$

式中: $n_m(t)$ 是基阵的第 m 个阵元上的加性噪声, 包括海洋环境噪声和系统的白噪声。当基阵接收到一个中心频率为 f_c 的实信号 $s(t)$ 时, 其解析信号可以表示为:

$$\tilde{s}(t) = u(t)e^{j2\pi f_c t} \quad (5)$$

式中: $u(t)$ 是接收信号的复包络。原始信号 $s(t)$ 可以方便地从 $\tilde{s}(t)$ 中恢复出来。

$$s(t) = \text{Re}\{\tilde{s}(t)\} = \frac{\tilde{s}(t) + \tilde{s}^*(t)}{2} \quad (6)$$

“ $\text{Re}\{\cdot\}$ ”为取实部运算, “ $*$ ”表示取共轭。

所有 M 个阵元上的信号输出可以写成:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1(\theta) \tilde{s}(t) e^{-j2\pi f_c \tau_1(\theta)} \\ g_2(\theta) \tilde{s}(t) e^{-j2\pi f_c \tau_2(\theta)} \\ \vdots \\ g_M(\theta) \tilde{s}(t) e^{-j2\pi f_c \tau_M(\theta)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} = \mathbf{a}(\theta) \tilde{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{a}(\theta) = [g_1(\theta) e^{-j2\pi f_c \tau_1(\theta)} \quad g_2(\theta) e^{-j2\pi f_c \tau_2(\theta)} \dots$

$$g_M(\theta) e^{-j2\pi f_c \tau_M(\theta)}]^T \quad (8)$$

$g_i(\theta, \varphi)$ 为第 i 个传感器对 (θ, φ) 方向上信号的响应幅度大小。

阵列在 (θ, φ) 方向上信号的波束响应为:

$$p(\theta, \varphi) = \mathbf{g}^H(\theta, \varphi) \boldsymbol{\omega} \quad (9)$$

式中: ω 为波束形成器的复加权向量; $(\bullet)^H$ 为复共轭转置。

2 宽带波束设计

2.1 模态分解波束形成方法

给定一个已知的期望波束 B , 将圆环阵置于平面坐标系中分析, 由于圆环阵在平面内具有周向周期性, 所以能将其相关表达式分解成傅立叶级数的形式^[9]。则:

$$B(\phi, f) = \sum_{p=-N_{\max}}^{N_{\max}} B_p(\phi, f) = \sum_{p=-N_{\max}}^{N_{\max}} a_p(f) e^{ip\phi} \quad (10)$$

式中: $a_p(f)$ 为傅立叶模态系数; $B_p(\phi, f)$ 为期望波束 $B(\phi, f)$ 的 p 阶模态波束; $N_{\max}$ 为傅立叶级数展开的最大模态数, 其理论极限值为圆环阵阵元数的一半。

根据(10)式, 对期望波束进行采样, 采样点数在空间上保证均匀且足够多, 确保能够充分体现期望波束图的形状。对于(10)式可采用最小二乘法, 也可以寻找其他的优化方法求解出傅立叶系数 $a_p(f)$ 。

式(10)中的 p 阶模态波束 $B_p(\phi, f)$ 可表示为:

$$B_p(\phi, f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \omega_p(\phi_m) g(\phi, \phi_m, r_m, f) d\phi_m \quad (11)$$

式中: $\omega_p(\phi_m)$ 为圆环阵上的 p 阶权值分布; (r_m, ϕ_m) 是圆环阵上各个传感器对应的坐标; $g(\phi, \phi_m, r_m, f)$ 是频率为 f 的平面入射声波信号在 (r_m, ϕ_m) 处声压幅度响应。

由于圆环阵阵列具有周向周期性, 其权值分布也具有周期性, 从而可将其分解为傅立叶级数的形式:

$$\omega(\phi, f) = \sum_{p=-N_{\max}}^{N_{\max}} \omega_p(f) = \sum_{p=-N_{\max}}^{N_{\max}} \hat{a}_p(f) e^{ip\phi} \quad (12)$$

将式(12)代入式(11), 得:

$$B_p(\phi, f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{a}_p(f) e^{ip\phi_m} g(\phi, \phi_m, r_m, f) d\phi_m \quad (13)$$

对于圆环阵结构, 单位强度的声场响应 g 如果想求得解析解非常困难, 于是可借助于数值方法来求解。则(13)式可表示为:

$$B_p(\phi, f) = \hat{a}_p(f) \sum_{m=1}^S e^{ip\phi_m} g(\phi, \phi_m, r_m, f) \quad (14)$$

S 为在阵列上的总离散采样求和点数。(14)式可写为:

$$B_p(\phi, f) = \hat{a}_p(f) c_p(f) e^{ip\phi} \quad (15)$$

$c_p(f)$ 为第 p 号模态的强度,

$$c_p(f) = \sum_{m=1}^S e^{ip\phi_m} g(\phi, \phi_m, r_m, f) / e^{ip\phi} \quad (16)$$

根据(14)式中 $B_p(\phi, f)$ 的表示式, 得:

$$\hat{a}_p(f) = a_p(f) / c_p(f) \quad (17)$$

只有对连续的圆环形传感器阵列, 以上的推导才成立, 但在在实际中的阵列不能达到连续, 需要对式(12)进行离散化,

$$\omega_h(f) = \sum_{p=-N_{\max}}^{N_{\max}} \hat{a}_p(f) e^{ip\phi_h} \quad (18)$$

式中: $h=1, 2, \dots, M$, M 为总阵元数; ϕ_h 表示阵元位置。于是可求得的波束图为:

$$B(\phi, f) = \sum_{h=1}^M \omega_h \cdot g(\phi, \phi_h, r_h, f) \quad (19)$$

2.1.1 计算机仿真模态分析

声媒质为水, 圆环阵阵元数为 12, 入射声波频率 $f=5$ kHz。先计算单位入射平面声波在薄壁圆环阵内外侧表面的声场分布, 在其周向中心处均匀取一系列声场采样点, 进而得到一系列的 g 值, 根据介绍的原理可求出阵元权值^[10]。设期望波束为 Delta 函数, 即:

$$D(\phi) = \begin{cases} 1 & \phi = 0^\circ \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (20)$$

不同最大模态数时的波束如图 2~7 所示。

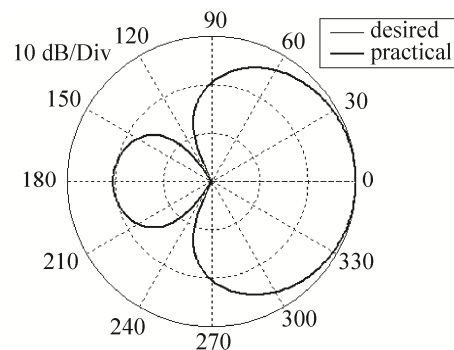


图 2 最大模态数为 1 时的波束图

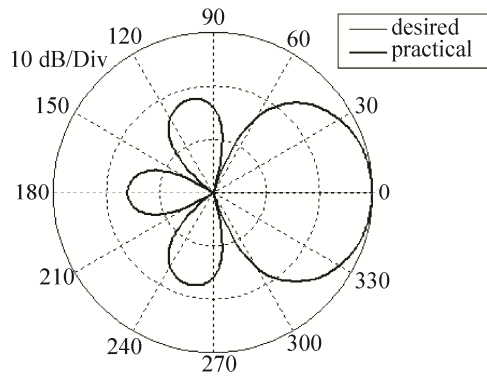


图 3 最大模态数为 2 时的波束图

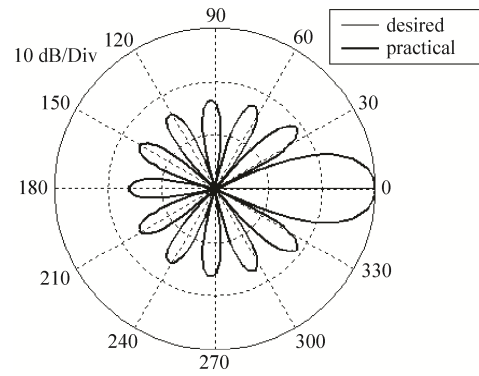


图 7 最大模态数为 6 时的波束图

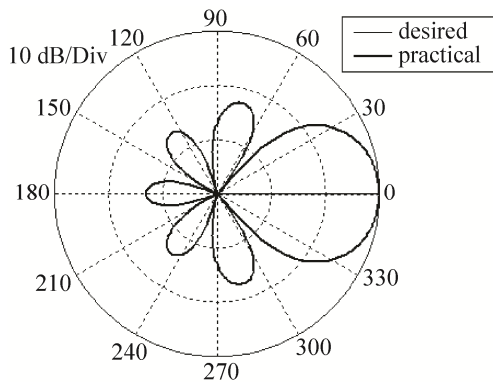


图 4 最大模态数为 3 时的波束图

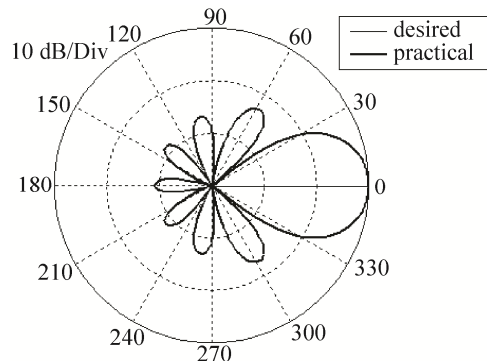


图 5 最大模态数为 4 时的波束图

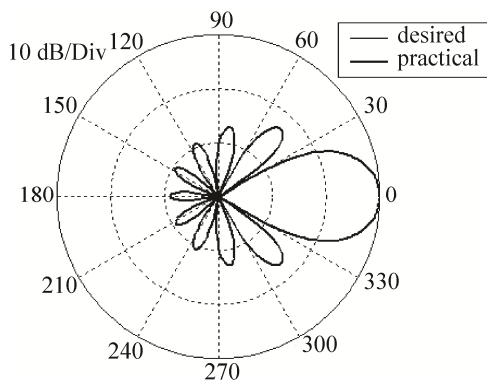
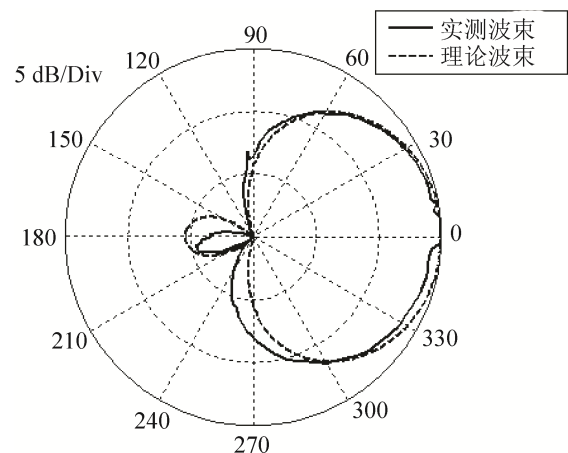


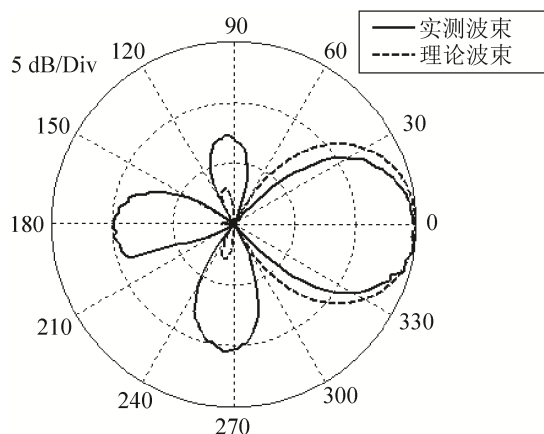
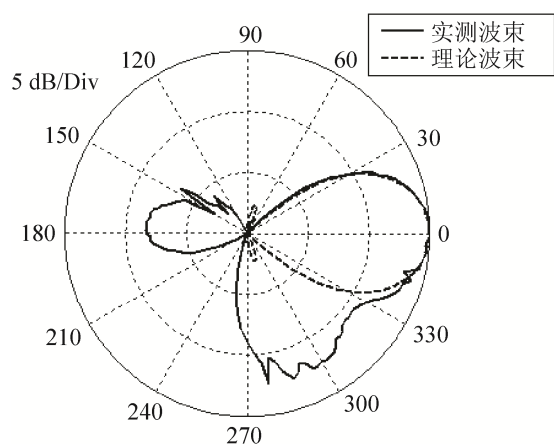
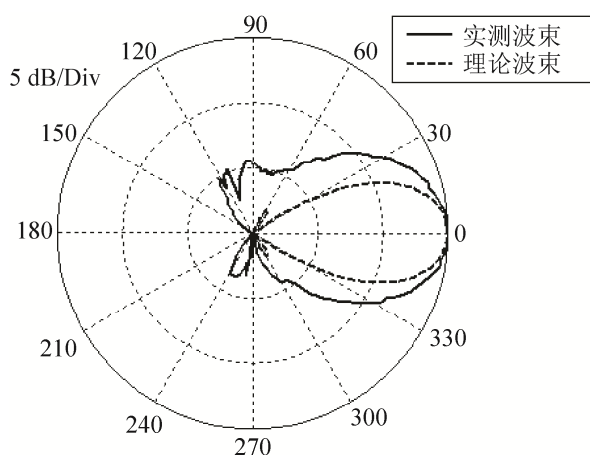
图 6 最大模态数为 5 时的波束图

从图可以看出, 信号频率为 5 kHz 时, 可用的模态数很多, 即使到了理论极限值最大模态数 6 时, 也能够形成很好地波束。也能看出, 随着模态数的增加, 波束主瓣宽度逐渐减小, 在理论极限模态数 6 时, 半波束宽度达到了 12.2° , 这是常规波束形成方法所不能实现的。当最高模态数高于 6 时, 由于模态混淆的影响, 不能形成波束。

2.1.2 模态分析实验

水池实验完成于 2013-11-27, 地点在西北工业大学航海学院水池实验室。发射信号由信号发生器产生, 经过功放放大后送到发射换能器作为声源。频率选用 5 kHz, 3 kHz, 1 kHz, 声源和 12 阵元的接收圆环形阵处在同一水平面上, 期望波束为 delta 函数, 入射信号频率为 5 kHz 时在不同最大模态数下^[11]的波束如图 8~11 所示。

图 8 最大模态数为 1 时的波束图(-3 dB 角约为 52°)

图 9 最大模态数为 2 时的波束图 (-3 dB 角约为 46°)图 10 最大模态数为 3 时的波束图
($DI=7.9717$ dB, -3 dB 角约为 42° , 频率为 5 kHz)图 11 最大模态数为 4 时的波束图
($DI=10.3772$ dB, -3 dB 角约为 38° , 频率为 5 kHz)

从以上各图可以明显地看出, 圆环阵形成的波束与理论波束基本一致, 特别当最大模态数较低时, 波束十分吻合。从而证明了本方法的正确性。

当入射声波频率降低到 $f=3$ kHz 时, 圆环阵所形成的波束如图 12~13 所示。

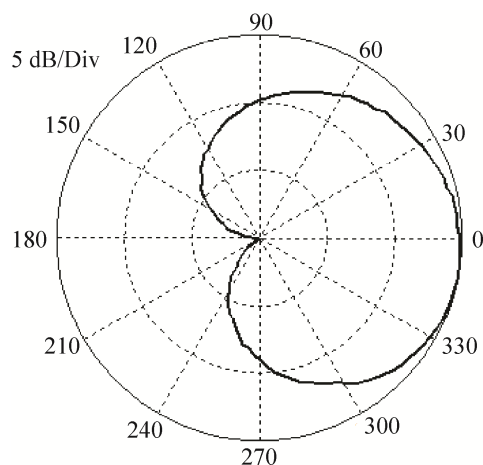


图 12 最大模态数为 1 时的波束图

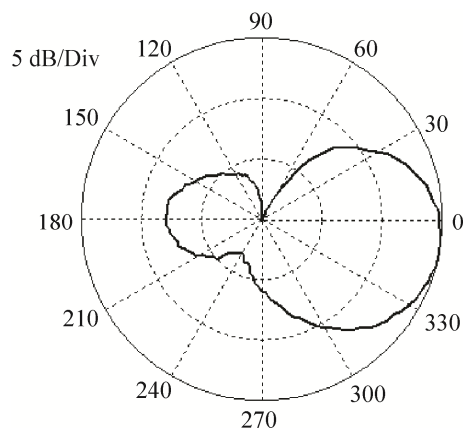


图 13 最大模态数为 2 时的波束图

当入射声波频率进一步降低到 1 kHz 时, 圆环阵形成的波束如图 14 所示。

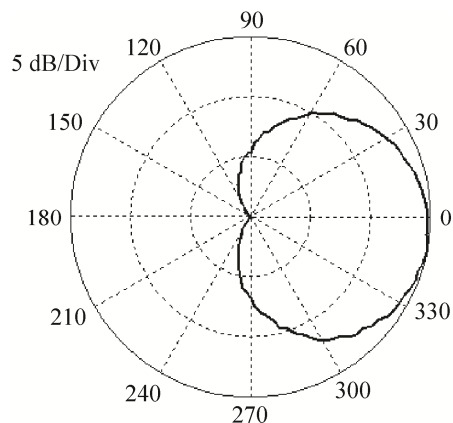


图 14 最大模态数为 2 时的波束图

从图可以看出,当入射波频率降低时,尽管圆环阵在高阶模态上不能形成很好的波束,但是在较低阶模态上(1/2 理论最高模态数左右)仍然能够得到性能较高的波束,由以上的仿真分析和实验结果可以得到改变最大模态数,可以改变波束的主瓣宽度,对于宽带信号而言,如果不同频率上采用不同的最大模态数,可以得到近似相等的主瓣宽度。为圆环阵在今后的宽带波束形成中使用提供了有利的保证。

2.2 二阶锥规划

将二阶锥规划用于处理波束优化和滤波器设计问题,寻优方法上非常规范,计算精确性也很高。在优化问题无解的情况下也能进行自动判别^[12],下一步能自动修正参数继续计算。二阶锥规划是凸规划问题的一个子集,它是在满足一组二阶锥约束和线性等式约束的条件下使某线性函数最小化,它表述为:

$$\begin{aligned} \min_y & b^T y, \\ \text{subject to} & \|A_i y + b_i\| \leq c_i^T y + d_i, i=1,2,\dots,M \\ & Fy = g \end{aligned} \quad (21)$$

式中: $y \in C^{\alpha \times 1}$ 为优化变量, $b \in C^{\alpha \times 1}$, $A_i \in C^{(\alpha_i-1) \times \alpha}$, $b_i \in C^{(\alpha_i-1) \times 1}$, $c_i \in C^{\alpha \times 1}$, $c_i^T y \in R$, $d_i \in R$, $F \in C^{g \times \alpha}$, $g \in C^{g \times 1}$; $\|\bullet\|$ 表示 Euclidean 范数, C 表示复数集, R 表示实数集。式(20)中的约束可以表示为二阶锥:

$$\begin{bmatrix} c_i^T \\ A_i \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} d_i \\ b_i \end{bmatrix} \in SOC_i^{\alpha_i} \quad (22)$$

式(22)中是空间的二阶锥,定义为:

$$SOC_i^{\alpha_i} = \left\{ \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \middle| t \in R, x \in C^{(\alpha_i-1) \times 1}, \|x\| \leq t \right\} \quad (23)$$

从倒立的圆锥可以看出二阶锥的几何意义,二阶锥规划就是在该锥内寻找满足目标函数最小化的最优点。

2.3 宽带波束形成方法

给定一期望波束 B , 设定频率点 f_0 值, 用模态分解波束形成方法可得到该频率的权向量和波

束图^[13]。由于不同频率上模态数不一样所生成的波束图主瓣宽度也不一样,为了实现在宽频带内恒定束宽,可以采用二阶锥规划在全局范围内实现恒定束宽,该求解问题可表示为:

$$\begin{aligned} & N_{\max}^{\min} y_1, \\ & \text{subject to } a^H(\theta_s)\omega = 1 \\ & \|a^H(\theta_i)\omega - B(\theta_i)\| \leq y_1(|\theta_i - \theta_s| < \Delta, i=1,2,\dots,I) \\ & \|a^H(\theta_i)\omega\| \leq y_2(|\theta_i - \theta_s| > \Delta, i=1,2,\dots,J) \end{aligned} \quad (24)$$

给定 Δ 值, 将各相关参数代入式(24), 即可用已有的 SeDuMi 工具包编程求解出 y , 进而得到各个频点上的优化波束加权向量 ω ^[14]。

整个宽带波束形成具体过程可由图 15 流程图来实现。

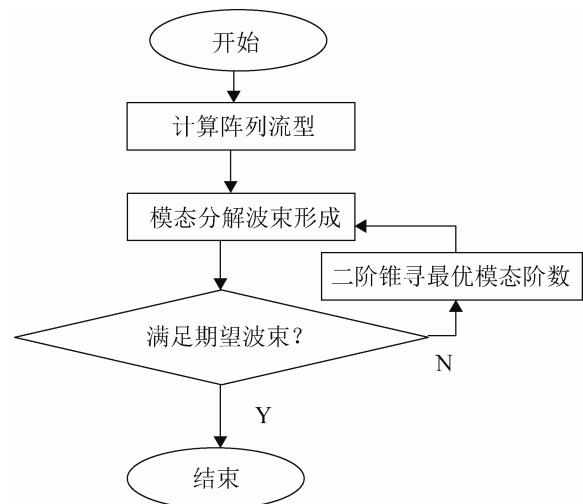


图 15 宽带波束设计流程图

3 设计实例

3.1 计算机仿真

本节中计算机仿真的条件为: 设在一平面内均匀分布由 16 个各向同性阵元组成的圆环形传感器阵列, 入射信号为宽带信号, 频率范围为 $f=[500, 2500]$ Hz。基阵的半径为 0.25 m, 通过 DFT 处理, 把目标信号的输出划分为 21 个等间隔的频率子带输出, 设每个子带上的中心频率为 f_i , $i=1,2,\dots,n$, 根据本文波束形成方法可画出在每个子带上的波

束图。图 16 是期望波束图，图 17 为每个子带在波束图上的叠加。

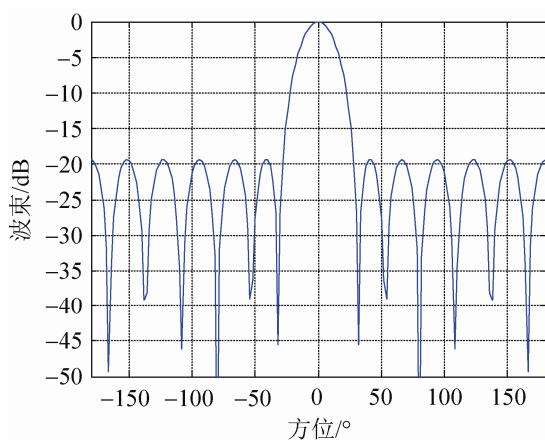


图 16 期望波束

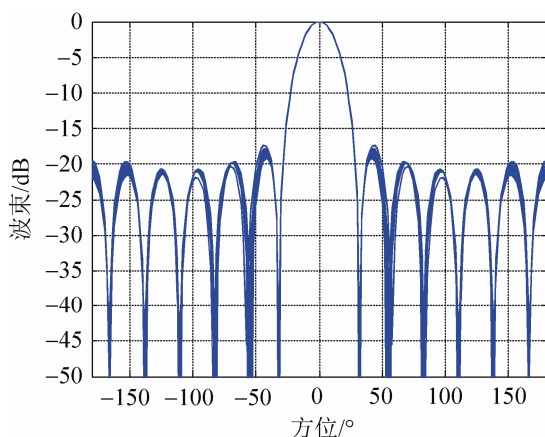


图 17 本文方法的波束图叠加

从图中可以看出每个频率点上的波束图几乎一样，旁瓣级大约为 17 dB，满足波束图旁瓣级条件^[15]。当信号的方向信息存在误差时，比如当信号偏离 0° 方向入射到阵列时，从表 1 中可以得到本文方法的 -3 dB 束宽变化很小，不足以造成入射信号发生畸变。能保持入射信号的真实性和图 18 是采用二阶锥规划方法(S 方法)在每个子带上的波束图的叠加，从图中可以看出旁瓣级大约为 26 dB，比本文方法的旁瓣级低一些，但是 -3 dB 束宽比本文方法有所展宽，表 1 是在几个关键频率点上本文方法与 S 方法的 -3 dB 束宽的数据对比，用本文方法，从频率 0.5 K~2.5 K 主瓣展宽 1.2° ，用二阶锥方法主瓣展宽 2.5° 。

表 1 本文方法与 S 方法 -3 dB 束宽(度)对比

频率	0.5	1	1.5	2	2.5
本文	21.2	21.0	20.5	20.1	20.0
S 法	22.5	22.0	211.3	20.5	20.0

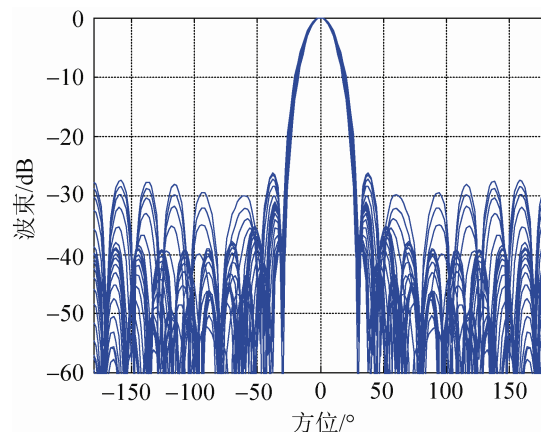


图 18 二阶锥规划方法的波束图叠加

本文方法设计的 21 个波束叠加图总的 -3 dB 偏离角度总和为 4.3° ，二阶锥规划方法 -3 dB 总的偏离角度总和为 8.7° ，本文方法是由模态分解形成波束由二阶锥在模态阶数上寻优，而二阶锥规划直接总体权向量全局寻优，所以计算量本文要小于二阶锥规划方法。

3.2 实验验证

半径为 0.25 m 的圆环形水听器阵列，16 个水听器均匀分布在圆周上。基阵的实际阵列如图 19 所示。



图 19 实际传感器阵列

2014 年 10 月, 采用该水听器基阵在西北工业大学消声水池进行了实验, 实验的主要目的是在典型频率上测量安装在基阵架上各阵元在水下的阵列流形。发射信号由信号发生器产生^[16], 经过功率放大器放大后送到发射换能器作为声源。频率选用 500 Hz, 1 000 Hz, 1 500 Hz, 2 000 Hz, 2 500 Hz, 声源和接收圆环形阵列的水平距离为 7 m, 两者均放于水下 3 m 深处。圆环形阵输出经滤波放大和数据采集存储后转移到 PC 机离线处理。阵列流形测量实验系统框图如图 20 所示。

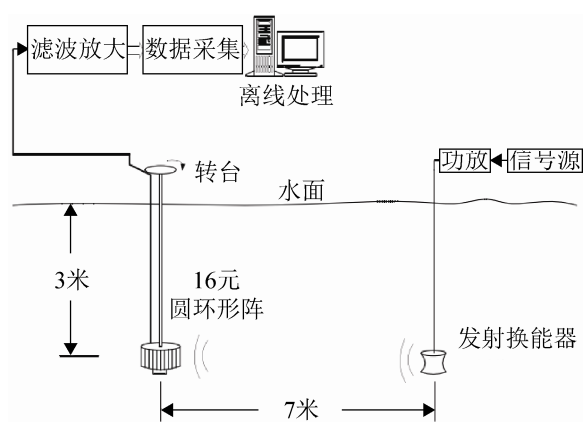


图 20 实验系统框图

图 21 给出了经数据处理后, 得到实验所采集的 5 个频率点上的波束图叠加。由图的对比可以看出, 由于实测阵列流型与理论阵列流型的差别, 设计出的波束图之间也有一定区别, 5 个频点上的波束图在 -3 dB 偏离的角度总和为 1.9°, 所以实际波束图与理论结果之间的差别是可以接受的。

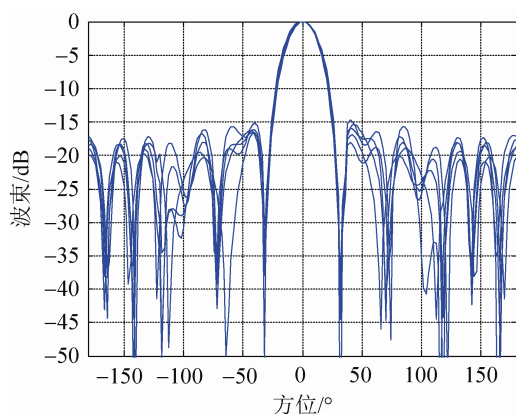


图 21 实际波束图叠加

当频率发生变化时, 一般要求信号在宽带波束形成器的主波束宽度内的响应是一致的。使基阵能够在主瓣宽度范围内不失真地接收到宽带信号, 就必须保持主瓣的形状在信号整个工作频率范围内要恒定不变。通过本文恒定束宽波束设计, 在宽带情况下, 阵列输出的主波束宽度, 旁瓣级和波束指向均能够保持恒定。

4 结论

接收信号的过程中, 信号一般是宽带形式, 同时又要求信号通过波束形成系统后无线性畸变。已有的文献中对宽带低旁瓣波束形成的讨论大多是基于均匀分布的直线阵。本文是为圆环形传感器阵列专门设计的, 在参考频率上用模态分解方法设计一组权值, 再用二阶锥规划在宽带上对波束进行模态阶数优化可得不同频率的波束恒定^[17]。实验结果证明了该方法的工程有效性。

参考文献:

- [1] Krolik J, Swingler D. Focused wide-band array processing by spatial resampling [J]. Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing (S1067-8655), 1990, 38(2): 356-360.
- [2] 智婉君. 水下宽带阵列信号处理的高分辨技术研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 1998. (Zhi Wanjun. The research of underwater wideband array signal processing of high resolution technology [D]. Xi'an, China: Northwestern Polytechnical University, 1998.)
- [3] Ward D B, Kennedy R A, Williamson R C. Theory and design of broadband sensor arrays with frequency invariant far-field beam patterns [J]. J. Acoust. Soc. Am. (S0734-189X), 1995, 97(2): 1023-1034.
- [4] 张保嵩. 宽带接收水声基阵优化设计研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 1999. (Zhang Baosong. The research of broadband receiving acoustic array optimization design [D]. Xi'an, China: Northwestern Polytechnical University, 1999.)
- [5] 李贵斌. 声呐基阵设计原理 [M]. 北京: 海洋出版社, 1993. (Li Guibin. The principle of sonar array design [M]. Beijing, China: Ocean Press, 1993.)
- [6] 甘甜. 特殊形状基阵的宽带多波束设计 [D]. 西安: 西北工业大学, 2011. (Gan Tian. The wideband

- multi-beam design of special shape array [D]. Xi 'an, China: Northwestern Polytechnical University, 2011.)
- [7] 甘甜, 王英民. 一种稳健的波束形成方法 [J]. 声学学报, 2012, 37(1): 18-24. (Gan Tian, Wang Yingmin. A robust beamforming method [J]. Acta, 2012, 37(1): 18-24.)
- [8] 鄢社峰. 任意几何形状和阵元指向性的传感器阵列优化波束形成方法 [J]. 声学学报, 2005, 30(3): 264-270. Yan Shefeng. The optimization beamforming method of arbitrary geometry arrays and directivity of the sensor array [J]. Acta, 2005, 30(3): 264-270.
- [9] 毕杨, 王英民. 一种优化的宽带聚焦波束形成算法 [J]. 电声技术, 2013, 37(11): 50-52. (Bi Yang, Wang Yingmin. An optimization algorithm of broadband focusing beamforming [J]. Journal of electroacoustic technology, 2013, 37(11): 50-52.)
- [10] 甘甜, 王英民, 刘若辰. 基于仿真退火算法的任意阵列宽带波束形成 [J]. 计算机仿真, 2010, 27(3): 198-201. (Gan Tian, Wang Yingmin, Liu Ruochen. Arbitrary array broadband beamforming based on simulated annealing algorithm [J]. Computer Simulation, 2010, 27(3): 198-201.)
- [11] 甘甜, 王英民, 赵俊渭. 模态分解的波束形成方法研究 [J]. 兵工学报, 2011, 32(3): 281-286. (Gan Tian, Wang Yingmin, Zhao Junwei. Study on the method of mode decomposition beamforming [J]. Journal of Armaments Factories, 2011, 32(3): 281-286.)
- [12] 任泽宇, 罗丁利. 一种恒定束宽的宽带自适应波束形成法 [J]. 电子科技, 2012, 33(6): 32-36. (Ren Zeyu, Luo Dingli. A adaptive broadband constant beamwidth beamforming method [J]. Journal of Electronic Science and Technology, 2012, 33(6): 32-36.)
- [13] 王娟, 冯青, 吴仁彪, 等. 一种用于声学成像的稳健宽带恒定束宽波束形成方法 [J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2007, 34(1): 154-159. (Wang Juan, Feng Qing, Wu Renbiao, et al. A kind of robust broadband constant beamwidth beamforming method for acoustic imaging [J]. Journal of Xi'an University of Electronic Science and Technology (Natural Science Edition), 2007, 34(1): 154-159.)
- [14] 张德明, 郭良浩, 张仁和. 基于聚焦变换的宽带信号方位稳健估计 [J]. 声学学报, 2005, 30(4): 303-308. (Zhang Demin, Guo Lianghao, Zhang Renhe. The broadband signal azimuth robust estimation based on focusing transform [J]. Acta, 2005, 30(4): 303-308.)
- [15] 蒋伟. 小尺度传感器阵列超指向性研究及实现 [D]. 西安: 西北工业大学, 2007. (Jiang Wei. The directivity research and implementation of small scale sensor array [D]. Xi'an, China: Northwestern Polytechnical University, 2007.)
- [16] 钱琛. 小尺度声场传感器超指向性研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2010. (Qian Chen. The directivity research of small scale sound field sensor [D]. Xi 'an, China: Northwestern Polytechnical University, 2010.)
- [17] 鄢社峰, 马晓川. 宽带波束形成器的设计与实现 [J]. 声学学报, 2008, 33(4): 316-326. (Yan Shefeng, Ma Xiaochuan. The design and realization of the broadband beam shaper [J]. Journal of Acoustics, 2008, 33(4): 316-326.)