

8-14-2020

Review of 3D Flow Visualization

Hange Song

1. School of Computer Science and Technology, Tianjin University, Tianjin 300350, China;;

Shiguang Liu

1. School of Computer Science and Technology, Tianjin University, Tianjin 300350, China;;2. Tianjin Key Laboratory of Cognitive Computing and Application, Tianjin 300350, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Review of 3D Flow Visualization

Abstract

Abstract: 3D flow visualization describes the complex flow structure by computer graphics methods, reveals the internal laws and physical characteristics of the fluid, and has an important role in the aviation, atmosphere, and medicine and so on. There are many problems to be solved in the 3D flow visualization because of the dimension and the data scale of the 3D space. *The classification of the 3D flow visualization was showed by the research status and methods*, which could be divided the line-based visualization, surface-based visualization, volume rendering and texture-based visualization. The progress and problems in the above aspects were analyzed. *Some main problems in 3D flow visualization were showed* and some advice for future work was provided.

Keywords

flow visualization, streamline visualization, surface visualization, volume rendering, texture-based visualization

Recommended Citation

Song Hange, Liu Shiguang. Review of 3D Flow Visualization[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(9): 1929-1936.

三维流场可视化综述

宋汉戈¹, 刘世光^{1,2}

(1. 天津大学计算机科学与技术学院, 天津 300350; 2. 天津市认知计算与应用重点实验室, 天津 300350)

摘要: 三维流场可视化主要通过计算机图形学方法来描述复杂的流场结构, 揭示流体内部规律和物理特征, 在航空、气象、医学等领域具有重要意义。由于三维空间维度和数据量的影响, 目前三维流场可视化中尚存在不少问题亟待解决。对三维流场可视化研究现状和方法进行了分类描述, 从基于线的可视化、基于面的可视化、基于体绘制的可视化以及基于纹理的可视化等 4 个方面对当前的研究现状加以分析总结, 介绍了各方面的研究进展和存在的问题。总结了三维流场可视化中的主要问题, 并对未来工作提出了一些建议。

关键词: 流场可视化; 流线可视化; 流面可视化; 体绘制; 纹理可视化

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2016) 09-1929-08

Review of 3D Flow Visualization

Song Hange¹, Liu Shiguang^{1,2}

(1. School of Computer Science and Technology, Tianjin University, Tianjin 300350, China;

2. Tianjin Key Laboratory of Cognitive Computing and Application, Tianjin 300350, China)

Abstract: 3D flow visualization describes the complex flow structure by computer graphics methods, reveals the internal laws and physical characteristics of the fluid, and has an important role in the aviation, atmosphere, and medicine and so on. There are many problems to be solved in the 3D flow visualization because of the dimension and the data scale of the 3D space. The classification of the 3D flow visualization was showed by the research status and methods, which could be divided the line-based visualization, surface-based visualization, volume rendering and texture-based visualization. The progress and problems in the above aspects were analyzed. Some main problems in 3D flow visualization were showed and some advice for future work was provided.

Keywords: flow visualization; streamline visualization; surface visualization; volume rendering; texture-based visualization

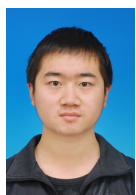
引言

流场可视化属于科学计算可视化的重要分支之一, 其使用直观的图形图像来描述抽象数据, 展示流场内部本质和变化规律。在航天航空、气象、医学等领域, 存在各种各样复杂的流场, 例如虚拟

风洞实验、心脏血管流动等, 这些流场数据通常难以理解, 因此如何清晰、直观的展示流场数据内部结构尤为重要。

流场属于矢量场之一, 矢量场 E 最早来源于物理学, 其是定义在欧式空间 R^n 的开集上的一个映射: $f(x): E \rightarrow R^n$, 根据 n 值可以将矢量场分为二维, 三维或高维。按照数据是否按时间变化可以将矢量场分为稳定和不稳定矢量场, 不稳定矢量场表示为: $f(x): E \times T \rightarrow R^n$; 其中 T 表示某一时间段。

流场可视化大致可以分为二维流场可视化和三维流场可视化, 二维流场可视化是扩展到三维或



收稿日期: 2016-05-10 修回日期: 2016-07-11;
基金项目: 国家自然科学基金(61170118, 61672375),
天津市自然科学基金(14JCQNJC00100);
作者简介: 宋汉戈(1994-), 男, 山西运城, 硕士生,
研究方向为流场可视化; 刘世光(通信作者 1980-),
男, 博士, 教授, 博导, 研究方向为可视化仿真、计
算机图形学、虚拟现实等。

<http://www.china-simulation.com>

• 1929 •

更高维的基础, 三维流场可视化是研究的主要领域, 与实际应用联系紧密。由于维度和数据规模的影响, 三维流场可视化更为复杂, 更容易出现混乱和遮挡情况。本文主要从基于线的可视化、基于面的可视化、基于体绘制的可视化以及基于纹理的可视化等四个方面综述分析近年来三维流场可视化的研究现状, 梳理三维流场可视化中的主要问题, 并对未来工作提出了一些建议。

1 流场数据简介

流场数据主要来源于流场数值模拟, 通常为离散的采样数据。网格数据是流场可视化中最常用的数据模型, 数据定义在不同的网格采样点上, 根据不同的网格形式可以将流场数据大致分为矩形网格、结构网格、非结构网格等。矩形网格中每个体元为长方体的规则结构, 棱与坐标轴平行, 但大小不一。结构网格中每个体元是一个六面体, 大小不一, 体元顶点坐标由三维数组表示。非结构网格中体元可以是四面体、六面体或者其他的几何体, 体元之间没有邻接关系。

按照流线网格的空间维数可以将数据分为二维数据、2.5 维数据和三维数据。二维数据指流场空间中某一切片数据或者表面数据, 2.5 维数据指三维曲面数据, 三维数据则通常是三维空间上的流场数据。除此之外, 按照流场时变性可将流场分为稳定流场和不稳定流场; 稳定流场中流场状态不随时间变化, 不稳定流场中流场状态随时间变化。

2 三维流场可视化研究方法及现状

目前, 三维流场可视化方法可以依据可视化形式分为基于线的可视化、基于面的可视化、基于体绘制的可视化及基于纹理的可视化。

2.1 基于线的可视化

基于线的可视化包括流线、迹线^[1]和脉线^[2]三种线表示形式。流线描述了粒子在当前流畅下的运动轨迹, 流场状态不发生变化; 迹线描述粒子随时间变化形成的轨迹; 脉线指某一特定时间间隔内,

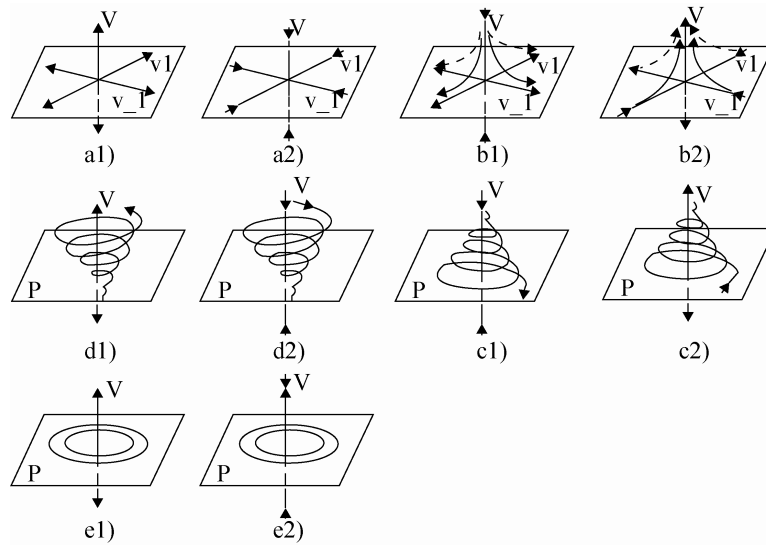
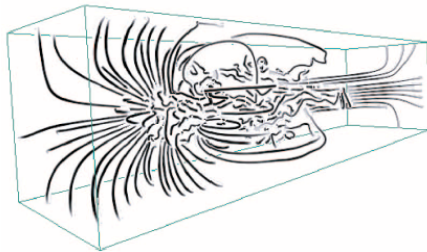
相机经过空间一固定点的流体质点一次串联起来形成的曲线。在不稳定流场中, 三种线是不同的; 但是在稳定流场中, 三种线则是相互重合的。稳定流场中的研究是不稳定流场研究的基础, 在稳定流场中, 基于流线的可视化被广泛研究和应用。其中主流的研究方法包括流线布种和生成方法、流线聚类、交互式探索等。

2.1.1 流线布种及生成

在三维空间中, 流线可视化旨在展示更多的流场结构特征并尽可能的避免流线间的相互遮挡。因此一个主流的研究方向为通过控制种子点的位置来控制流线的生成, 从而实现控制最终流线生成结果的目的。

将控制种子点布置在流场特征处, 可以使得可视化结果不丢失流场的结构信息。Ye 等人^[3]提出三维流场中的临界点模版(如图 1 所示)。在该方法中流线数量随着流场中特征点的数量的变化而变化, 当流场中存在大量特征点时, 流线间将存在大量遮挡情况。另外, 其中的特征检测方法不适用于所有类型的流场。Xu 等人^[4]提出一种基于信息熵的种子点选取和流线生成算法。该算法通过统计流场内某点邻域的向量分布情况来计算熵值, 并选择熵值较大的点作为种子点生成流线。该方法可以很好地选取流场内重要结构特征并且适用于大多数类型的流场, 但是其计算量较大。

通过控制种子点的放置, 可以在一定程度上解决结果中的遮挡问题。Li 等人^[5]提出一种基于图像的流线布置方法, 其结果如图 2 所示。这种方法控制临近流线的最小距离从而产生无遮挡的流场可视化结果, 但是在最终的结果中容易缺失深度信息。Chen 等人^[6]描述了流线间的相似性度量, 通过控制相似流线的生成减少三维空间中的遮挡情况, 但是该算法的效率不高。孙波^[7]提出基于控制网格的三维流线布置算法。该算法使用特征分析来放置流线, 然后基于虚拟控制网格来控制流线密度, 最后提出并行化的策略。该方法不适用于复杂的流场结构。

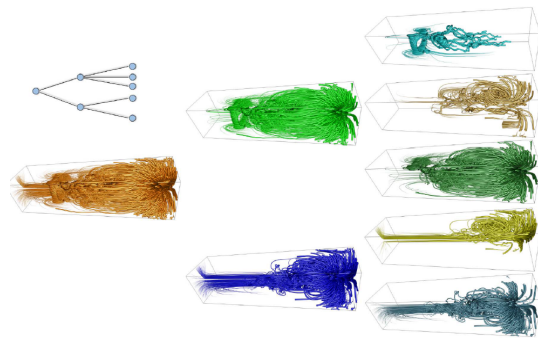
图 1 三维临界点分类^[3]图 2 基于图像的流线布置结果^[5]

2.1.2 流线聚类

在基于流线的流场可视化中, 流线聚类的方法根据输入流线集中流线的相似性对流线进行分类, 然后通过抽取每一类中的流线来展示流场的主要结构, 同时不同的流线类也可以帮助用户理解流场的空间拓扑结构。基于流线的聚类算法通常包括流线表示、相似性计算和聚类三个部分。在流线表示中, 流线通常被看作点的序列, 或者抽取流线特征来描述流线, 例如流线的长度、曲率等; 在相似性计算中, 研究者们提出很多种相似性度量方法, 例如最近点距离^[8]、流线熵^[9]等; 在聚类算法中, 常用的聚类算法有 K-means 聚类、ICP 聚类^[10]等。

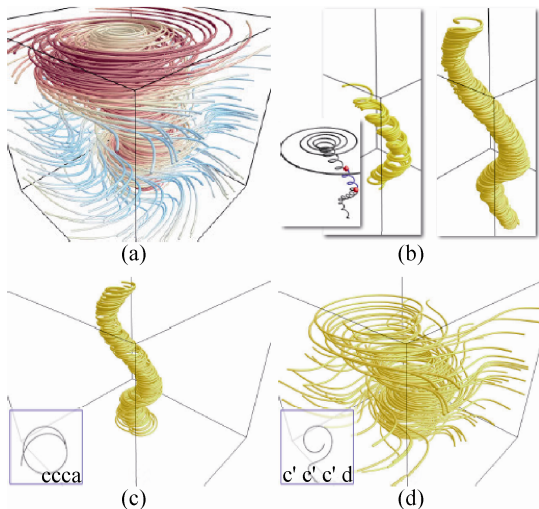
根据流线聚类后的展示形式可以将这类方法分为流线选取、流线匹配两类。流线选取即选择合适的流线构成流场的稀疏表示。Chen 等人^[9]提出双层 k-means 聚类的方法来聚类流线。该聚类算法首先使用流线的大致空间位置对流线进行粗分类,

然后使用流线熵进行二次聚类。该方法无法对空间位置过远的流线进行聚类。Yu 等人^[8]提出流线层次聚类的方法来展示流场(图 3)。该算法可以清晰地展示流场结构并减少遮挡, 但是当流场结构复杂时, 其计算消耗很大。Tony 等人^[11]提出一种新的流线特征量的计算方法。相比于以前的聚类算法, 该方法有着更快的运行速度。Steffen 等人^[12]定性评价了不同聚类算法对三维流场的绘制结果。

图 3 层次聚类的流线可视化结果图^[8]

流线匹配即使用户输入的流线来查找相似的流线。在该类方法中, 用户可以通过查询流线集内的相似流线来理解流场, 寻找流场特征。Wei 等人^[13]提出一种基于骨架的流线表示方法并根据流线的编辑距离来测量流线间相似性。该方法的流线特征仅用长度表示, 不同大小的流线特征只能被粗糙表示。Lu 等人^[14]提出基于流线分布的流线查询

方法。该方法统计流线曲率、挠率等特征的分布情况并计算相应的相似性。该方法可以分辨平移或旋转后的流线，但是无法区分放缩的流线。**Wang** 等人^[15]提出基于分段的流线查询方法。该方法可以为用户提供不同相似度的流线匹配结果，但是在计算相似度时需要进行全局匹配和放缩匹配，导致运算效率不高。**Tao** 等人^[16]提出先聚类后编码的流场查询框架。该方法可以分辨平移、放缩和旋转后的流线，但是无法辨别直流线特征。图 4 展示了文献[16]中的流线查询结果。图 4(a)显示了大致的流场结构，图 4(b)、4(c)和 4(d)中显示了用户查询三维曲线的显示结果，从图中可以看出该查询算法的准确度较高。

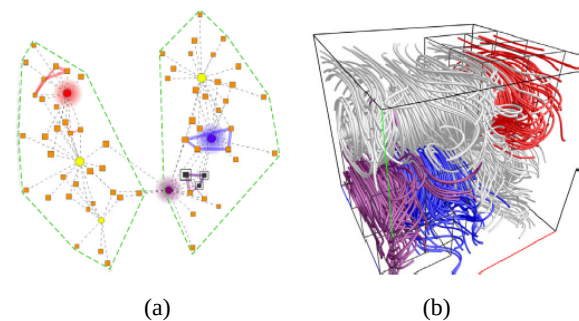
图 4 流线查询示意图^[16]

2.1.3 交互式探索

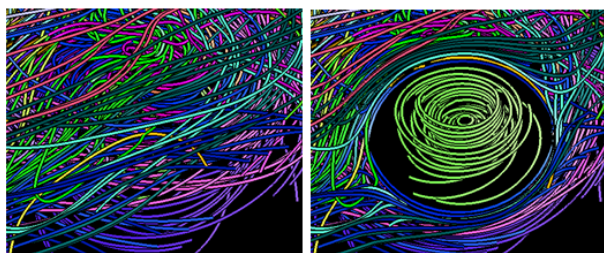
在三维流场可视化中，遮挡现象很难完全避免，交互式探索是一种有效理解复杂的流场结构的措施。**Oliver** 等人^[17]提出数种交互式方式来探索流场，例如使用包围盒显示盒内的流场结构，使用聚光灯改变流场内光照来突出重要结构等。

近几年来交互式探索的研究主要包括基于图的流场探索和基于网格变形的流场探索两个方向。基于图的流场探索即将三维的流场空间中的流线集表示为二维图模型，然后用户操作二维图模型中的结点或者边来探索三维流场。**Xu** 等人^[18]提出流

网的概念，在流网中每个节点代表空间区域，两点间连线代表两个区域间通过的粒子数。该方法可以捕捉流场内重要结构特征，但是无法描述流线之间的关系。**Jun** 等人^[19]提出流图的概念，该图模型描述了流线区域和流线间的对应关系，同时用户可以通过操作图节点来观察流场内部结构。然而，该图模型并不直观，并且不容易理解。图 5 显示了文献[19]中的图模型及对应的流场结构，同时给出了一种图模型的交互式操作方式。用户在图 5(a)通过选择不同的颜色连接相邻节点，可以在图 5(b)观察到不同颜色的流线集。

图 5 流场的图模型表示^[19]

基于网格变形的流场探索中依据 Focus+Content 框架的思路，通过对用户指定区域进行操作突出重要的结构信息。**Rocco** 等人^[20]提出流场镜头的概念。在该方法中，用户可以通过操作流场镜头来显示流场内部结构信息。该方法可以有效减少指定区域的流线遮挡情况。**Jun** 等人^[21]提出网格变形的方式来进行用户交互。在该方式中，用户可以指定区域通过变形网格来放大指定区域的结构特征，但该方法减少遮挡情况的能力是有限的，当流场结构复杂时不能达到理想效果。**Xin** 等人^[22]提出另一种变形的方。该方法将三维流线在二维空间上的投影进行变形，显示重要的结构信息，但是在该方法中每转换一次视点需要重新计算，因此算法效率不高；而且该方法中只存在固定的网格变形模板，自由度不高。图 6 展示了文献[22]中的可视化结果；从图中可以看出该方法可以有效地显示出隐藏的流场特征结构。

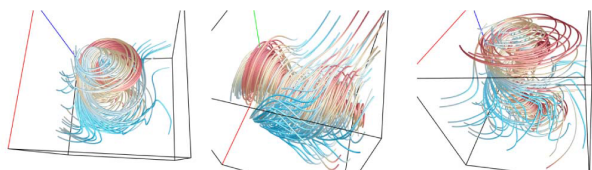


(a) 相互遮挡的流线集 (b) 表示变形后的绘制结果

图 6 交互式探索流场结构示意图^[22]

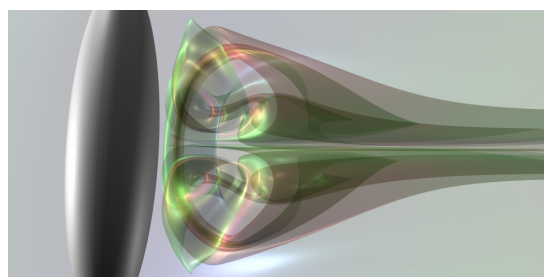
2.1.4 视点选取

三维流场与二维流场可视化最大的不同是需要将三维空间投影到二维屏幕上以供用户观察。然而不同的投影将导致不同的可视化效果,即视点的选取将会影响人对三维空间物体的感知,合适的视点将有利于用户的体验。但是,如何选择合适的视点仍待解决。图 7 显示了不同视点下的可视化结果,显然其中最右面的结果中包含了更多的信息。为了选择合适的视点,Stephane 等人^[23]提出基于视点的流线绘制方法。该方法结合视点来选择合适的流线描述流场,因此该方法可以生成某一视点下的流线集,但当视点变化时,流线集也将进行变化,不利于用户感知。Lee 等人^[24]提出视点选取和流线选择的框架来帮助用户探索流场。该方法根据最大熵投影来选择视点,可以为用户提供某流线集下的最优视点,但该方法并不适用于所有流场。Jun 等人^[25]提出视点信息通道的理念来选择视点,相比于其他方法,该方法具有更好的稳定性。Jun 等人^[26]提出内部视点的概念。该方法可以根据熵场选择合适的内部视点来供用户浏览,同时该方法可以根据多视点为用户生成合适的观察路径来理解流场,但是在该方法中观察移动时视点坐标轴的快速变化会使用户产生晕眩的负面效果。

图 7 不同视点下的流场可视化结果^[25]

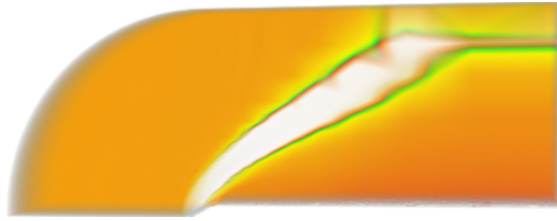
2.2 基于面的可视化

在三维流场可视化中,相比于曲线,面绘制能提供更多的感知信息,而且面还能减少视觉复杂度。Hultquist^[27]提出流面的概念。他提出通过有限流线的三角表示来构造流面的算法,但这种方法仅对于简单流场有着很好的效果。在之后的几十年中,很多方法被用来改进该算法^[28-29]。Christoph 等人^[30]提出双层的插值流面生成算法,并将该算法应用于不稳定向量场中(图 8)。Born 等人^[31]提出各种流面渲染技术,为用户提供更易理解的流面可视化效果。除此之外,Florian 等人^[32]使用另一种面绘制方法来展示流场结构。在该方法中,首先对流线集进行聚类,然后对不同的子流线集来求取包裹面,最后将流场粗略的分为数个气泡,该方法可以清晰的展示流场的大致分布,但缺少细节信息。

图 8 透明流面绘制结果^[30]

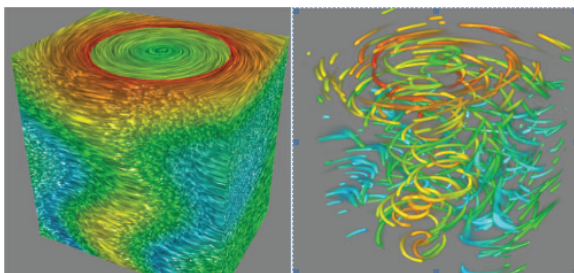
2.3 基于体绘制的可视化

不同于曲线、曲面,体绘制方法将流场空间看作单元的集合,通过绘制每个单元从而绘制整个流场。体绘制方法通常对流场中的某一特征量进行绘制,因此难以同时描述流场的矢量特征。最初 Peter 等人^[33]提出四面体投影算法,其将每个四面体单元近似为包含可见性的半透明多边形而后进行绘制。Steven 等人^[34]提出基于硬件辅助的可见性排序算法(图 9)。该算法不仅显著降低了时空开销,更易于加速排序。Weiler 等人^[35]提出一种基于 GPU 的非结构网格光线投射算法,使绘制性能能够满足实时交互的需求。

图 9 体绘制结果示意图^[34]

2.4 基于纹理的可视化

纹理可视化即通过使用纹理线条和颜色描述矢量场的可视化方法,在二维流场中,纹理综合了几何形状和颜色映射的优点,能够详细地描述流场信息,常用的算法有线卷积分(LIC)等。但是在三维流场中,纹理可视化通常与体绘制方法结合起来绘制流场,但纹理间相互遮挡严重并且算法消耗很大。不少工作围绕解决上述问题展开。Chen 等人^[36]提出三维显著图的概念,通过提取流场中显著值重点描述三维特征区域并且忽略非显著性信息。该方法可以一定程度上减少遮挡,但可视化效果不佳。Yasuko 等人^[37]提出基于硬件加速的纹理可视化方法。该方法可以实现三维纹理可视化的实时绘制。Li 等人^[38]提出基于三维纹理可视化的交互式技术,用户可以改变纹理来观察不同的可视化效果。Falk 等人^[39]提出一种高质量的三维纹理可视化方法。该方法采用梯度光照法,图片的遮挡现象基本消除,但是数据内部特征区域的信息丢失严重。图 10 显示了文献[39]中的三维纹理可视化结果,其中左图为相互遮挡的纹理可视化结果,右图表示处理后的绘制效果,可以看出经过梯度光照法后可视化结果中的遮挡现象减少,但是视觉信息仍然较为混乱,部分特征不明显。

图 10 不同噪声模型下的纹理可视化示意图^[39]

3 三维流场可视化方法及问题分析

三维流场可视化是可视化领域的研究热点和难点之一,尽管研究者们提出了不同的研究方法,但是目前尚没有一致认为最好的可视化方法。各种可视化方法具有各自的优缺点:基于线的可视化方法可以提供流场的简洁描述,但是线的遮挡问题仍未被解决;基于面的可视化方法拥有更多的感知信息,但是面结构很难直观的被理解;基于体绘制的方法可以描述流场特征的层次结构,但是该方法很难同时描述流场中的矢量信息,而且计算量较大;三维可视化中,基于纹理的方法通常与体绘制方法结合使用,但由于纹理间的相互遮挡使得很难获取所有的特征信息。在三维流场可视化中以下一些问题亟待解决:

1) 可视化评价方法

如何定量评价可视化结果一直是一个难点。在基于线的流场可视化中虽然有基于向量场重构的方法^[4,6,40]用来评价可视化结果,但是该方法可信度不高而且向量场重构需要消耗大量时间,所以并未被广泛使用。除此之外,其他的可视化结果也难以定量描述。

2) 大规模流场可视化

在三维流场中,随着数据量的增长,可视化的速度依旧是一个问题,对于一些大规模流场数据,实时可视化更为困难。如何快速处理和显示大规模流场数据仍待解决。

3) 流场结构的交互式探索

由于三维流场投影到二维平面导致部分信息丢失,用户很难从一张图片中得到想要的信息,因此交互式探索是一种有效的方法来理解流场结构,但现有的交互式探索方法仍不完善,还有较大的改进空间。

4) 不稳定流场的可视化

不同于稳定流场,不稳定流场的可视化包括时间属性,若对每一时间片进行单独的可视化,时间片之间的可视化结果可能不连续;若对所有的时间片进行可视化,部分信息有可能缺失。除此之外,

不稳定流场中流线、迹线、脉线有着不同的显示效果, 因此如何有效的描述不稳定流场仍值得进一步研究。

5) 新的可视化形式

除了上述线、面、纹理、体绘制等方式, 还有一些新的方法来绘制流场(如基于透明流线的绘制, 基于流带的绘制^[9]等), 但是这些可视化形式各有优劣, 因此是否存在新的可视化方式来描述流场值得探索。

4 结论

本文从基于线的可视化、基于面的可视化、基于体绘制的可视化、基于纹理的可视化四个方面总结了三维流场可视化的相关方法和研究现状, 并提出了一些需要被解决的问题, 为将来的研究提供参考。

参考文献:

- [1] Chandler J, Obermaier H, Joy K I. Interpolation-Based Pathline Tracing in Particle-Based Flow Visualization [J]. IEEE Transactions on Visualization & Computer Graphics (S1077-2626), 2015, 21(1): 68-80.
- [2] 于鹏. Streakline 流可视化技术研究 [D]. 四川: 西南科技大学, 2012.
- [3] Ye X, Kao D, Pang A. Strategy for seeding 3D streamlines [C]// IEEE Visualization. USA: IEEE, 2005: 471-478.
- [4] Xu L, Lee T Y, Shen H W. An Information-theoretic Framework for Flow Visualization [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2010, 16(6): 1216-1224.
- [5] Li L, Shen H W. Image-based Streamline Generation and Rendering [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2007, 13(3): 630-640.
- [6] Chen Y, Cohen J D, Krolik J H. Similarity-guided Streamline Placement with Error Evaluation [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2007, 13(6): 1448-1455.
- [7] 孙波. 三维流场流线放置方法研究 [D]. 北京: 北京理工大学, 2011.
- [8] Yu H, Wang C, Shene C K, et al. Hierarchical Streamline Bundles [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2012, 18(8): 1353-1367.
- [9] Chen C K, Yan S, Yu H, et al. An Illustrative Visualization Framework for 3d Vector Fields [J]. Computer Graphics Forum (S0167-7055), 2011, 30(7): 1941-1951.
- [10] 鲁大营, 朱登明, 王兆其. 三维流场的流线提取算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2013, 25(5): 666-673.
- [11] McLoughlin T, Jones M W, Laramée R S, et al. Similarity Measures for Enhancing Interactive Streamline Seeding [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2013, 19(8): 1342-1353.
- [12] Oeltze S, Lehmann D J, Kuhn A, et al. Blood Flow Clustering and Applications in Virtual Stenting of Intracranial Aneurysms [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2014, 20(5): 686-701.
- [13] Wei J, Wang C, Yu H, et al. A Sketch-based Interface for Classifying and Visualizing Vector Fields [C]// IEEE Pacific Visualization Symposium (PacificVis), USA: IEEE, 2010: 129-136.
- [14] Lu K, Chaudhuri A, Lee T Y, et al. Exploring Vector Fields with Distribution-based Streamline Analysis [C]// Pacific Vis. USA: IEEE, 2013: 257-264.
- [15] Wang Z, Esturo J M, Seidel H P, et al. Pattern Search in Flows based on Similarity of Stream Line Segments [C]// Vision, Modeling and Visualization (VMV). Goslar, Germany: Eurographics Association, 2014: 23-30.
- [16] Tao J, Wang C, Shene C K, et al. A Vocabulary Approach to Partial Streamline Matching and Exploratory Flow Visualization [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2015, 22(5): 1503-1516.
- [17] Mattausch O, Theußl T, Hauser H, et al. Strategies for Interactive Exploration of 3D Flow Using Evenly-spaced Illuminated Streamlines [C]// Proceedings of the 19th spring conference on Computer graphics. USA: ACM, 2003: 213-222.
- [18] Xu L, Shen H W. Flow web: A Graph Based User Interface for 3D Flow Field Exploration [C]// Visualization and Data Analysis. USA: SPIE, 2010: 75300F.
- [19] Ma J, Wang C, Shene C K. FlowGraph: A Compound Hierarchical Graph for Flow Field Exploration [C]// IEEE Pacific Visualization Symposium (PacificVis). USA: IEEE, 2013: 233-240.
- [20] Gasteiger R, Neugebauer M, Beuing O, et al. The FLOWLENS: A Focus-and-context Visualization

- Approach for Exploration of Blood Flow in Cerebral Aneurysms [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2011, 17(12): 2183-2192.
- [21] Tao J, Wang C, Shene C K, et al. A Deformation Framework for Focus + context Flow Visualization [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2014, 20(1): 42-55.
- [22] Tong X, Chen C M, Shen H W, et al. Interactive Streamline Exploration and Manipulation Using Deformation [C]// IEEE Pacific Visualization Symposium (PacificVis), USA: IEEE, 2015: 1-8.
- [23] Marchesin S, Chen C K, Ho C, et al. View-dependent Streamlines for 3d Vector Fields [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2010, 16(6): 1578-1586.
- [24] Lee T Y, Mishchenko O, Shen H W, et al. View Point Evaluation and Streamline Filtering for Flow Visualization [C]// IEEE Pacific Visualization Symposium (PacificVis). USA: IEEE, 2011: 83-90.
- [25] Tao J, Ma J, Wang C, et al. A Unified Approach to Streamline Selection and Viewpoint Selection for 3D Flow Visualization [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2013, 19(3): 393-406.
- [26] Ma J, Walker J, Wang C, et al. FlowTour: An Automatic Guide for Exploring Internal Flow Features [C]// IEEE Pacific Visualization Symposium (PacificVis). USA: IEEE, 2014: 25-32.
- [27] Hultquist J P M. Interactive Numerical Flow Visualization Using Stream Surfaces [J]. Computing Systems in Engineering (S0956-0521), 1990, 1(S2/4): 349-353.
- [28] Scheuermann G, Bobach T, Hagen H, et al. A Tetrahedra-Based Stream Surface Algorithm [C]// IEEE Visualization. USA: IEEE, 2001: 151-153.
- [29] Garth C, Tricoche X, Salzbrunn T, et al. Surface Techniques for Vortex Visualization [C]// Joint Eurographics-IEEE TCVG Conference on Visualization. Switzerland: Eurographics Association, 2004: 155-164, 346.
- [30] Garth C, Krishnan H, Tricoche X, et al. Generation of Accurate Integral Surfaces in Time-Dependent Vector Fields [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2008, 14(6): 1404-1411.
- [31] Born S, Wiebel A, Friedrich J, et al. Illustrative Stream Surfaces [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2010, 16(6): 1329-1338.
- [32] Ferstl F, Burger K, Westermann R. Streamline Variability Plots for Characterizing the Uncertainty in Vector Field Ensembles [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2016, 22(1): 767-776.
- [33] Shirley P. A Polygonal Approximation to Direct Scalar Volume Rendering [J]. ACM Siggraph Computer Graphics (S0097-8930), 2010, 24(5): 63-70.
- [34] Callahan S P, Ikits M, Comba J L D, et al. Hardware-Assisted Visibility Sorting for Unstructured Volume Rendering [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2005, 11(3): 285-95.
- [35] Weiler M, Kraus M, Merz M, et al. Hardware-Based Ray Casting for Tetrahedral Meshes [C]// IEEE Visualization, USA: IEEE, 2003: 333-340.
- [36] Chen L, Fujishiro I, Suzuki Y. Comprehensible Volume LIC Rendering Based on 3D Significance Map [C]// Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering. USA: SPIE, 2001, 4665: 142-153.
- [37] Suzuki Y, Fujishiro I, Chen L, et al. Case Study: Hardware-Accelerated Selective LIC Volume Rendering [C]// IEEE Visualization. USA: IEEE, 2002: 485-488.
- [38] Li G S, Bordoloi U D, Shen H W. Chameleon: An Interactive Texture-based Rendering Framework for Visualizing Three-dimensional Vector Fields [C]// IEEE Visualization. USA: IEEE, 2003: 241-248.
- [39] Falk M, Weiskopf D. Output-Sensitive 3D Line Integral Convolution [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (S1077-2626), 2008, 14(4): 820-834.
- [40] 张沙. 基于信息熵的流线质量评估和布局 [D]. 杭州: 浙江大学, 2014.