

# Journal of System Simulation

Volume 28 | Issue 9

Article 49

8-14-2020

## Kinematic Calibration of Stewart Platform Based on Relative Visual Pose

Ma Jin

1. State Key Laboratory of Virtual Reality Technology and Systems, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

Guofeng Zhang

1. State Key Laboratory of Virtual Reality Technology and Systems, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

Shuling Dai

1. State Key Laboratory of Virtual Reality Technology and Systems, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

Zeng Rui

1. State Key Laboratory of Virtual Reality Technology and Systems, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>

 Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Kinematic Calibration of Stewart Platform Based on Relative Visual Pose

## Abstract

**Abstract:** To improve the control accuracy of flight simulator motion system, a *kinematic error analysis and calibration based on relative visual pose measurement of electric Six-DOF Stewart platform were proposed*. Considering the structural characteristic of Stewart platform, a *rotary compensation algorithm was concerned firstly to raise the control accuracy*. Then *kinematic error model and optimal calibration algorithm were established*, according to kinematic equations and vector closed-loop characteristic. Latterly, pose data was achieved *using Basler industrial camera and ID marker featured by CRC (Cyclic Redundancy Check) and FEC (Forward Error Correction)*. Finally, measurements and experiment results supported the validity of the algorithm and higher control precision was obtained.

## Keywords

kinematic calibration, stewart platform, error analysis, visual pose

## Recommended Citation

Ma Jin, Zhang Guofeng, Dai Shuling, Zeng Rui. Kinematic Calibration of Stewart Platform Based on Relative Visual Pose[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(9): 2267-2274.

# 基于相对视觉位姿的 Stewart 平台运动学标定

马瑾<sup>1,2</sup>, 张国峰<sup>1,2</sup>, 戴树岭<sup>1,2</sup>, 曾锐<sup>1,2</sup>

(1. 北京航空航天大学虚拟现实技术与系统国家重点实验室, 北京 100191;  
2. 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 为了提高飞行模拟器运动系统的控制精度, 针对电动 Stewart 六自由度运动平台, 利用测量相对位姿的方法进行运动学误差分析和标定。根据 Stewart 平台结构特点, 提出回转误差及回转补偿算法。由并联机构运动学方程和矢量闭环特性, 建立 Stewart 平台运动学误差模型及优化标定算法。采用基于容错编码技术的标记块设计方案提高测量系统的稳定性, 利用 Basler 工业级摄像机实现对上平台位姿跟踪与测量, 获取上平台相对位姿, 根据标定模型及优化算法辨识系统结构误差参数并补偿。最终测量数据与实验结果验证了标定算法的有效性, 提高了 Stewart 平台控制精度。

**关键词:** 运动学标定; Stewart 平台; 误差建模; 视觉位姿

中图分类号: TP391.7 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2016) 09-2267-08

## Kinematic Calibration of Stewart Platform Based on Relative Visual Pose

Ma Jin<sup>1,2</sup>, Zhang Guofeng<sup>1,2</sup>, Dai Shuling<sup>1,2</sup>, Zeng Rui<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Virtual Reality Technology and Systems, Beihang University, Beijing 100191, China;  
2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** To improve the control accuracy of flight simulator motion system, a kinematic error analysis and calibration based on relative visual pose measurement of electric Six-DOF Stewart platform were proposed. Considering the structural characteristic of Stewart platform, a rotary compensation algorithm was concerned firstly to raise the control accuracy. Then kinematic error model and optimal calibration algorithm were established, according to kinematic equations and vector closed-loop characteristic. Latterly, pose data was achieved using Basler industrial camera and ID marker featured by CRC (Cyclic Redundancy Check) and FEC (Forward Error Correction). Finally, measurements and experiment results supported the validity of the algorithm and higher control precision was obtained.

**Keywords:** kinematic calibration; stewart platform; error analysis; visual pose

## 引言

Stewart 六自由度运动平台应用广泛, 是飞行模拟器主要的运动系统解决方案, 其运动性能的优劣直接关系到飞行模拟的沉浸感和逼真度。作

为典型的并联, 与串联机构相比具有刚度大、精度高、结构稳定、运动惯量小、承载能力强、动态性能好等优点, Stewart 平台自出现以来就受到国内外学者的广泛关注。

控制精度是衡量飞行模拟器运动系统性能优劣的重要指标, 为了满足飞行模拟器的性能要求, 需要对六自由度平台进行误差分析<sup>[1]</sup>, 建立误差模型, 并对误差进行补偿。大量实践证明, 通过提高零部件加工精度来减少误差的方式成本

收稿日期: 2015-06-08 修回日期: 2015-07-24;  
作者简介: 马瑾(1989-), 男, 安徽涡阳, 硕士, 研究方向为导航、制导与控制; 张国峰(1963-), 男, 黑龙江, 副教授, 研究方向为导航、制导与控制;  
戴树岭(1966-), 男, 回族, 河北, 教授, 研究方向为导航、制导与控制。



昂贵，同时在实际生产实践中，由于制造和装配造成的机构误差不可避免，提高加工精度往往无法满足控制目标。平台自身结构的复杂性和测量仪器无法满足测量要求等条件约束，直接对全部结构参数进行测量困难较大。因此，为了获取 Stewart 平台实际结构参数，提高控制精度，有必要研究并给出一种新的运动学标定方法。

现有的并联机构的运动学标定方法包括自标定法和外部标定法 2 大类。自标定法通常利用机构冗余传感器<sup>[2]</sup>或由机械装置产生的运动约束来构造相应的辨识模型<sup>[3-4]</sup>，然而，这种方法内部传感器的安装无法适用于已经建造的机构，也无法辨识全部几何参数。外部标定法通过外部测量工具获取平台的位置和姿态信息，采用线性误差模型或非线性回归模型，结合运动学正反解算法辨识系统结构参数。根据测量工具不同，外部标定法的表现形式和性能不尽相同。Gao Meng<sup>[5]</sup>使用激光跟踪仪通过测量非共线三点的空间位置来获取上平台位姿，实现了对 500 米口径球面射电望远镜的运动学标定；Yong Zhang 和 Feng Gao<sup>[6]</sup>等人使用名为 K600 Roydom 的摄像机系统直接获取上平台位姿数据实现标定目标；Deli Wang 和 Ying Bai<sup>[7]</sup>坐标测量仪测量平台位姿并使用神经网络的方法对 Stewart 平台实现运动学标定。

现有的 Stewart 平台运动学误差标定模型仅仅考虑制造与安装造成的上下平台铰点空间位置误差和六条作动筒长度误差，并通过测量上平台相对于下平台坐标系原点的绝对位姿来实现运动平台机构参数的补偿。由于工程中 Stewart 平台作动筒使用虎克铰或万向节加滚珠丝杠的连接方式，理论位姿实现造成上平台与作动筒之间的角度偏差，使得作动筒的实际伸长量与理论值产生误差。

## 1 误差建模与误差分析

### 1.1 误差分析

Stewart 平台位姿误差是指运动平台实际位姿

和理论位姿之间的偏差，包括位置误差和姿态误差。造成 Stewart 平台位姿误差的因素主要包括制造和装配过程中产生的铰点位置误差和作动筒长度误差、环境温度和力等作用使部件产生的形变以及传感器测量误差等<sup>[8-10]</sup>，由于这些因素在实际实现中不可避免，因此有必要进行误差分析，区分并减小它们所造成的位姿误差。

影响 Stewart 控制精度的最大误差来源于部件的制造误差和安装误差，相对于其他误差源造成的位姿误差高出一到二个数量级<sup>[9]</sup>。因此，传统的误差建模和标定模型中通常对上、下平台铰点位置及作动筒长度等 42 个结构参数运用标定算法进行参数补偿<sup>[11-14]</sup>。

由于上平台和作动筒之间存在相对旋转运动，带动滚珠丝杆转动造成作动筒长度偏离理论长度，从而使期望位姿与实际位姿产生偏差，这里我们定义为回转偏差。消除回转偏差的方式可以通过在虎克铰与作动筒之间添加回转装置的方法，实现作动筒与上平台的耦合关系。由于回转装置无法承受飞行模拟过程中较大的过载，这种方法在工程实际中无法实现。因此，需要通过软件补偿的方式给予消除。根据空间几何投影关系，回转角的大小和上下平台铰点空间位置有关，由于装配造成的铰点空间位置误差必然造成回转角度误差，进而造成 Stewart 平台位姿的补偿误差。

下面本文将在传统误差模型基础之上，引入回转补偿误差，建立 Stewart 运动平台误差模型。

### 1.2 运动学模型与回转补偿算法

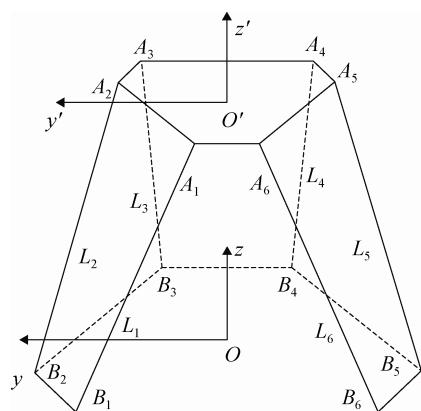
#### 1.2.1 运动学模型

本文所采用的 Stewart 平台如图 1 所示，其由一个上平台、一个下平台和 6 个作动筒组成，其中 6 个作动筒由 12 个移动副与上下平台相连，下平台固定在基座上，6 个作动筒分别由 6 个伺服电机驱动，实现上平台 6 个自由度运动。

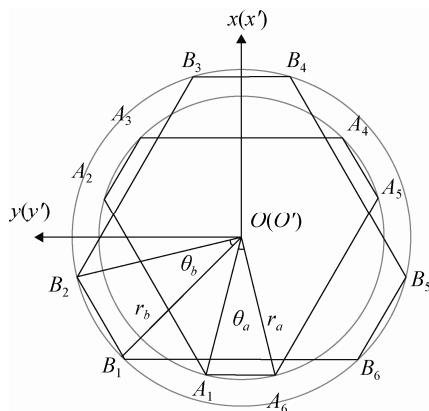


图 1 Stewart 平台实现结构

为了建立其误差模型, 首先必须定义 Stewart 运动平台的坐标系, 如图 2 所示。其中, 坐标系  $O-xyz$  为基坐标系, 坐标系  $O'-x'y'z'$  为运动坐标系, 下平台铰点用  $B_i$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 表示, 其在基坐标系的坐标表示为  $B_i = (x_{bi}, y_{bi}, z_{bi})^T$ , 上平台铰点用  $A_i$  表示, 其在运动坐标系坐标表示为  $A'_i = (x'_{ai}, y'_{ai}, z'_{ai})^T$ 。原点  $O$  为下平台几何中心,  $x$  轴垂直于  $B_3B_4$ , 原点  $O'$  为上平台几何中心,  $x'$  轴垂直于  $A_3A_4$ , 向量  $\mathbf{l}_i$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 表示六条作动筒的长度和方向。



(a) Stewart 平台透视结构图



(b) Stewart 平台俯视结构图

图 2 Stewart 平台数学抽象结构图

根据闭环矢量公式, Stewart 平台运动学矢量方程可以表示为:

$$\mathbf{l}_i = \mathbf{R} \cdot \mathbf{OA}_i + \mathbf{OO}' - \mathbf{OB}_i \quad (1)$$

式中  $\mathbf{R}$  为动坐标系相对于基坐标系的旋转矩阵, 由下式确定:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(\gamma, z)\mathbf{R}(\beta, y)\mathbf{R}(\alpha, x) =$$

$$\begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha & -s\alpha \\ 0 & s\alpha & c\alpha \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} c\gamma c\beta & -s\gamma c\alpha + c\gamma s\beta s\alpha & s\gamma s\alpha + c\gamma s\beta c\alpha \\ s\gamma c\beta & c\gamma c\alpha + s\gamma s\beta s\alpha & -c\gamma s\alpha + s\gamma s\beta c\alpha \\ -s\beta & c\beta s\alpha & c\beta c\alpha \end{bmatrix}$$

式中:  $s$  代表  $\sin$ ,  $c$  代表  $\cos$ 。

将(1)式写成标量形式为:

$$\|\mathbf{l}_i\| = \|\mathbf{R} \cdot \mathbf{OA}_i + \mathbf{OO}' - \mathbf{OB}_i\| \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (2)$$

在已知上平台位置和姿态的情况下即可通过式(2)的运动学逆解公式计算得到作动筒长度。

### 1.2.2 回转补偿算法

回转角的计算可以通过空间几何投影关系获得, 如图 3 所示。

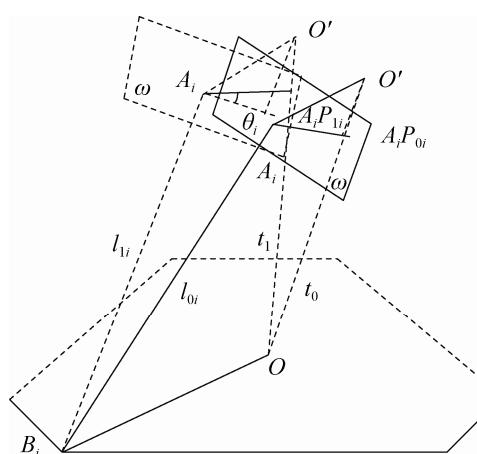


图 3 回转角几何示意图

回转角用符号  $\theta_i$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 表示。定义零初始位姿为所有作动筒伸长量为零时的位姿, 在基坐标系下, 将向量  $\mathbf{OA}_i$  投影到  $\mathbf{l}_i$  向量的法平面  $\omega$ , 得到投影向量  $\mathbf{A}_i P_{0i}$ , 当根据式(2)运动学逆解模型

由期望位姿计算得到作动筒的理论长度，并由控制器驱动作动筒运动到理论长度时，上平台相对于作动筒产生旋转，此时同样的方法对向量  $\mathbf{O}'\mathbf{A}_i$  进行投影，获得新的投影向量  $\mathbf{A}_i\mathbf{P}_{li}$ ，定义向量  $\mathbf{A}_i\mathbf{P}_{0i}$  和向量  $\mathbf{A}_i\mathbf{P}_{li}$  之间的夹角为回转角  $\theta_i$  ( $i=1,2,\dots,6$ )。 $\theta_i$  的存在造成作动筒长度变化，有：

$$l_{\theta i} = f(\theta_i) = K\theta_i \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (3)$$

式中， $K$  为比例常数，由滚珠丝杠导程确定。

由图 3 可知， $\theta_i$  与  $\mathbf{A}_i$  和  $\mathbf{B}_i$  在基坐标系中的三维坐标有关，推导得：

$$\begin{aligned} \theta_i &= \langle (\mathbf{l}_{0i} \times \mathbf{O}'\mathbf{A}_{0i}) \times \mathbf{l}_{0i}, (\mathbf{l}_{li} \times \mathbf{O}'\mathbf{A}_{li}) \times \mathbf{l}_{li} \rangle = \\ &F_i(\mathbf{B}_i, \mathbf{R} \cdot \mathbf{A}'_i + \mathbf{t}) \end{aligned} \quad (4)$$

作动筒实际输出长度为：

$$l'_i = l_i + l_{\theta i} \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (5)$$

其中， $l_i$  为作动筒指令输出长度。可见，回转误差的存在，造成作动筒实际输出长度不等于期望长度，从而造成上平台的位姿误差，而这种误差通过提高结构精度和标定的方法无法消除。因此，需要在指令输出过程中进行补偿。

回转误差补偿算法如下：

1. 运动平台运动到零初始位姿，利用空间几何投影关系计算投影向量  $\mathbf{A}_i\mathbf{P}_{0i}$ ；
2. 根据运动学逆解模型，计算期望位姿投影向量  $\mathbf{A}_i\mathbf{P}_{li}$ ；
3. 由式(3)和式(4)式计算回转补偿长度  $l_{\theta i}$ ；
4. 根据(5)式驱动电机实现作动筒长度增量  $l'_i$  的指令输出控制。

### 1.3 误差模型的建立

令  $L_i$  代表第  $i$  个作动筒的长度， $\mathbf{u}_i$  表示其方向矢量，则式(1)可重写为如下形式：

$$L_i \cdot \mathbf{u}_i = \mathbf{R} \cdot \mathbf{OA}_i + \mathbf{t} - \mathbf{OB}_i \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (6)$$

式中： $\mathbf{t}$  为动系在基系中的平移向量。

给定铰点  $B_i$  处的误差向量为  $d\mathbf{OB}_i$ ，铰点  $A_i$  处的误差向量为  $d\mathbf{OA}_i$ ，作动筒长度误差为  $dL_i$ ，则对上式微分可以得到

$$\begin{aligned} dL_i \cdot \mathbf{u}_i + L_i \cdot d\mathbf{u}_i &= \\ d\mathbf{R} \cdot \mathbf{OA}_i + \mathbf{R} \cdot d\mathbf{OA}_i + dt - d\mathbf{OB}_i \end{aligned} \quad (7)$$

由于姿态矩阵  $\mathbf{R}$  正交，故有摄动矩阵  $d\mathbf{R}$ ：

$$d\mathbf{R} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -d\gamma & d\beta \\ d\gamma & 0 & -d\alpha \\ -d\beta & d\alpha & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)可得

$$\begin{aligned} dL_i \cdot \mathbf{u}_i + L_i \cdot d\mathbf{u}_i &= \\ d\mathbf{Q} \times \mathbf{R} \cdot \mathbf{OA}_i + \mathbf{R} \cdot d\mathbf{OA}_i + dt - d\mathbf{OB}_i \end{aligned} \quad (9)$$

式中， $d\mathbf{Q} = [d\alpha \ d\beta \ d\gamma]^T$  为上平台姿态误差，式(9)两边同乘以  $\mathbf{u}_i^T$  得

$$\begin{aligned} dL_i &= [\mathbf{u}_i^T \ ((\mathbf{R} \cdot \mathbf{OA}) \times \mathbf{u}_i)^T] [dt^T \ d\Omega^T]^T + \\ &[\mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{R} \ -\mathbf{u}_i^T] [d\mathbf{OA}_i^T \ d\mathbf{OB}_i^T]^T \end{aligned} \quad (10)$$

因此，Stewart 平台的误差模型可以表示为

$$d\mathbf{L} = \mathbf{J}_p d\mathbf{p} + \mathbf{J}_s ds \quad (11)$$

经过变换可以得到如下形式：

$$d\mathbf{p} = \mathbf{J}_p^{-1} d\mathbf{L} + \mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{J}_s ds = \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (12)$$

式中： $d\mathbf{p} = (dt^T, d\Omega^T)^T = (dx, dy, dz, d\alpha, d\beta, d\gamma)^T \in \mathbf{R}^6$

$$d\mathbf{L} = (dL_1, dL_2, dL_3, dL_4, dL_5, dL_6)^T \in \mathbf{R}^6$$

$$ds = [d\mathbf{OA}_1^T \cdots d\mathbf{OA}_6^T \ d\mathbf{OB}_1^T \cdots d\mathbf{OB}_6^T]^T \in \mathbf{R}^{36}$$

$$\mathbf{J}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T & ((\mathbf{R} \cdot \mathbf{OA}) \times \mathbf{u}_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{u}_6^T & ((\mathbf{R} \cdot \mathbf{OA}) \times \mathbf{u}_6)^T \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$$

$$\mathbf{J}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T \cdot \mathbf{R} & -\mathbf{u}_1^T & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{u}_6^T \cdot \mathbf{R} & -\mathbf{u}_6^T \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 36}$$

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = [d\mathbf{L}^T \ ds^T]^T \in \mathbf{R}^{42}$$

以上误差模型是在没有考虑回转补偿误差的基础上建立的，当考虑回转补偿误差时，由式(3)、式(4)和式(5)进行全微分可以得到

$$d\mathbf{L}_\theta = \mathbf{J}_{\theta s} \cdot ds + \mathbf{J}_{\theta p} \cdot d\mathbf{p}_\theta \quad (13)$$

经过变换得到

$$d\mathbf{p}_\theta = -\mathbf{J}_{\theta p}^{-1} \cdot d\mathbf{L}_\theta + \mathbf{J}_{\theta p}^{-1} \mathbf{J}_{\theta s} \cdot ds = \mathbf{E}_\theta \cdot ds_\theta \quad (14)$$

由式(13)和式(14)可以得到 Stewart 平台含回转补偿误差的误差模型为

$$dp' = (\mathbf{J}_p^{-1} + \mathbf{J}_{\theta p}^{-1})dL' + (\mathbf{J}_p^{-1}\mathbf{J}_s + \mathbf{J}_{\theta p}^{-1}\mathbf{J}_{\theta s})ds = \\ \mathbf{E}' \cdot d\boldsymbol{\varepsilon}' \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{J}_{\theta p} = K \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x} & \frac{\partial F_1}{\partial y} & \frac{\partial F_1}{\partial z} & \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_1}{\partial \beta} & \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_6}{\partial x} & \frac{\partial F_6}{\partial y} & \frac{\partial F_6}{\partial z} & \frac{\partial F_6}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_6}{\partial \beta} & \frac{\partial F_6}{\partial \gamma} \end{bmatrix}$

$$\mathbf{J}_{\theta s} = K \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial s} & \dots & o \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ o & \dots & \frac{\partial F_6}{\partial s} \end{bmatrix}$$

$$dp' = dp + dp_\theta$$

$$dL' = dL + dL_\theta$$

$$d\boldsymbol{\varepsilon}' = [(dL')^T \ ds^T]^T$$

## 2 视觉位姿测量系统

根据 Stewart 平台误差模型的建立过程可知, 要实现平台的运动学标定, 首先需要测量并获取 Stewart 平台实际位姿。为此, 本文采用基于 ID Marker 和相对视觉位姿的测量方案。位姿测量系统由 Basler 高精度工业级摄像机和 ID Marker 标记块组成, 其中, ID Marker 的使用增强了标记块识别的鲁棒性、提高了数据采集的稳定性和系统可靠性; 相对位姿的转换方式, 避免了由于相机坐标系无法准确获取造成的坐标系转换误差, 提高了上平台实际位姿与姿态数据测量的精度。

### 2.1 ID Marker 实现原理

标记块跟踪方法中标记块的设计是一个关键, 本文采用基于容错编码的标记块设计方案, 借鉴并使用了现代通信系统中广泛使用的循环冗余码(CRC)以及前向纠错(FEC)技术, 增强了标记块识别的鲁棒性, 提高了系统的可靠性和测量精度。

Marker 的 ID 以 12bit 数字编码, 经过 CRC 卷积以及 FEC 运算, 产生 36bit 的数字编码, 根据每一位的数值, 生成 6\*6 的由黑白色块组成的图案, 再加上用于定位的黑色边框和用于识别的白色边框即可生成一个 Marker。

根据其编码方式, ID Maker 解码过程如图 4 所示。



图 4 ID Marker 解码过程

一旦 Marker 被定位, 其内部的图案就被识别为 6\*6 的网格, 各一个方格中按照黑白色块分别标记为 0 或 1, 从而将图像编程数字编码, 其中 36bit 数字中 12bit 用于封装 ID, 额外的 24bit 则用于减少误判。

### 2.2 视觉位姿测量系统构成及测量原理

本文所采用的单目视觉测量系统构成及软件系统流程如图 5 所示, 首先摄像机获取上平台图像信息, 然后对图像进行自适应阈值化处理, 并应用标记块识别算法识别标识块, 最后根据鲁棒位姿估计算法计算得出上平台此时刻位姿信息。

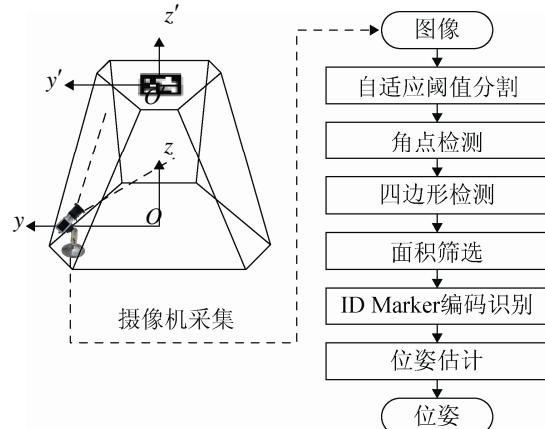


图 5 视觉位姿测量系统构成及数据采集流程图

由于摄像机获取的标记块的位置和姿态信息, 是指标记块坐标系相对于摄像机坐标系位置及其姿态, 因此, 视觉测量获取的位姿转换到基坐标系和上平台位姿具有相同的姿态角, 仅仅平移向量相差一个常值偏差。

由于摄像机几何结构无法精确测量, 因此, 摄像机坐标系与平台基坐标系之间的广义转移矩阵无法获得, 造成摄像机坐标系位姿向基坐标系

位姿转换无法精确实现。

对于上面出现的问题，本文采用相对位姿转换的方式，设定零初始位姿  $\mathbf{p}'_0$ ，驱动作动筒到理论位置，获得运行位姿  $\mathbf{p}'_i$ ，则运行位姿相对于零初始位姿之差的理论值应等于摄像机实际测量获得的相对位姿。将相对位姿叠加到零初始位姿，即可获取摄像机测量到的上平台关于基坐标系的实际位姿。由于零初始位姿为固定位姿，而实验数据证明摄像机获取的位姿数据具有非常好的稳定性，因而，计算过程中的相对位姿转化造成的测量误差相比较而言可以忽略不计。

### 3 标定模型及标定算法

#### 3.1 基于视觉的位姿测量原理与流程

Stewart 平台标定模型与误差模型一致，可用式(15)表示。已知实际位姿与理论位姿之间的偏差  $d\mathbf{p}'$ ，通过式(15)列写方程组即可求取 Stewart 平台结构参数误差  $d\boldsymbol{\varepsilon}'$ 。由于未知变量共有 42 个，因此，设置  $n(n > 7)$  组位姿数据，即可通过式(15)计算  $d\boldsymbol{\varepsilon}'$ 。

为了确保 Stewart 平台标定精度，本文采用数值迭代的方式，设置精度指标  $\sum_{i=1}^n \|d\mathbf{p}_i(k)\|$ ，使用计算获得的  $d\boldsymbol{\varepsilon}'$  对 Stewart 结构参数进行补偿，利用补偿之后的结构参数重新计算理论位姿，使用新的理论位姿重复标定过程不断修正  $d\boldsymbol{\varepsilon}'$ ，直至满足精度指标  $\sum_{i=1}^n \|d\mathbf{p}_i(k+1)\| \leq \xi$ 。

#### 3.2 标定算法及误差补偿步骤

完整的标定算法步骤如下所示：

1. 将 Stewart 平台运动到零初始位置，使用摄像机测量零初始位姿  $\mathbf{p}'_0$ ，计算获取理论零初始位姿  $\mathbf{p}_0$ ；

2. 设置  $n(n \geq 7)$  组理论位姿  $\mathbf{p}_i$ ，利用摄像机获取测量位姿  $\mathbf{p}'_i$ ；

3. 计算相对位姿  $\Delta\mathbf{p}_i = \mathbf{p}'_i - \mathbf{p}'_0$ ，获取测量位姿  $\mathbf{p}''_i = \mathbf{p}_0 + \Delta\mathbf{p}_i$ ；

4. 设定初始迭代时刻，取理论位姿  $\mathbf{p}_i(k) = \mathbf{p}_i$ ，得到 Stewart 平台定位精度  $d\mathbf{p}_i(k) = \mathbf{p}''_i - \mathbf{p}_i(k)$ ，其中  $k$  为迭代次数，初始值为 0；

5. 将  $n$  组  $d\mathbf{p}_i(k)$  代入标定模型，利用 Matlab 编程求得 42 个待定误差系数  $ds(k)$ ；

6. 利用计算获得的误差系数  $ds(k)$  修正 Stewart 平台结构参数，获取新的结构参数  $\boldsymbol{\varepsilon}(k+1)$ ；

7. 根据参数  $\boldsymbol{\varepsilon}(k+1)$  和 Newton-Raphson 运动学正解算法求解新的理论位姿  $\mathbf{p}_i(k+1)$ ；

8. 计算新的定位精度  $d\mathbf{p}_i(k+1) = \mathbf{p}''_i - \mathbf{p}_i(k+1)$ ，当满足  $\sum_{i=1}^n \|d\mathbf{p}_i(k+1)\| \leq \xi$  时，迭代结束，此时获取的结构参数  $\boldsymbol{\varepsilon}(k+1)$  即为 Stewart 平台实际结构参数，否则继续；

9. 用  $\mathbf{p}_i(k+1)$  替代  $\mathbf{p}_i(k)$ ，并转移至第 4 步，按照顺序继续进行直至满足  $\sum_{i=1}^n \|d\mathbf{p}_i(k+1)\| \leq \xi$  为止。

### 4 测量结果与分析

#### 4.1 Stewart 平台理论结构参数

本文实验所使用的 Stewart 运动平台理论结构参数如表 1 所示，其中作动筒理论长度为 3.452 m。

表 1 Stewart 平台理论结构参数

下平台铰点坐标/m	下平台铰点坐标/m
$B_1(-1.501\ 111, 2.280\ 000, 0)$	$A_1(-1.949\ 434, 0.151\ 000, 2.680\ 054)$
$B_2(-1.223\ 983, 2.440\ 000, 0)$	$A_2(0.843\ 947, 1.763\ 760, 2.680\ 054)$
$B_3(2.725\ 093, 0.160\ 000, 0)$	$A_3(1.105\ 487, 1.612\ 760, 2.680\ 054)$
$B_4(2.725\ 093, -0.160\ 000, 0)$	$A_4(1.105\ 487, -1.612\ 760, 2.680\ 054)$
$B_5(-1.223\ 983, -2.440\ 000, 0)$	$A_5(0.843\ 947, -1.763\ 760, 2.680\ 054)$
$B_6(-1.501\ 111, -2.280\ 000, 0)$	$A_6(-1.949\ 434, -0.151\ 000, 2.680\ 054)$

## 4.2 标定结果与分析

根据 3.2 节的标定算法及误差补偿步骤, 设计 64 组作动筒长度, 用摄像机测量上平台实际位姿数据, 将 64 组作动筒长度计算获得的理论位姿数据和摄像头测量所得的实际位姿数据代入式(15)的标定模型, 编写 Matlab 程序, 对平台结构参数进行优化补偿, 结果如表 2~3 所示。

表 2 上下铰点坐标参数误差

铰点	x/m	y/m	z/m
$B_1$	0.009 897	-0.008 261	-0.006 607
$B_2$	0.006 861	-0.000 529	0.003 828
$B_3$	0.008 245	-0.004 172	0.000 860
$B_4$	-0.009 656	0.001 226	0.000 680
$B_5$	-0.009 960	-0.002 278	-0.009 654
$B_6$	0.007 567	0.008 928	-0.005 694
$A_1$	0.002 964	0.005 768	-0.009 774
$A_2$	0.001 133	-0.004 409	0.001 598
$A_3$	-0.007 478	0.009 061	0.006 452
$A_4$	-0.008 462	-0.005 311	0.005 956
$A_5$	0.006 526	0.004 284	-0.001 313
$A_6$	0.006 117	0.003 167	0.009 502

表 3 作动筒长度参数误差

作动筒	长度误差/m	标定补偿后参数/m
$L_1$	0.005 918	3.457 918
$L_2$	-0.005 529	3.446 471
$L_3$	-0.003 434	3.448 566
$L_4$	0.004 466	3.456 466
$L_5$	-0.006 392	3.445 608
$L_6$	0.006 982	3.458 982

为了更好的验证标定结果, 根据标定前后的结构参数, 重新设计 24 组作动筒长度, 经运动学正解获取平台标定前后位姿数据, 和实际测量值比较所得误差曲线如图 6~7 所示。

由图 6~7 分析可知, 标定后位姿误差标定前相比减少了约一个数量级, 证明了本文所采用的基于 ID Marker 和相对视觉位姿的运动学标定方法的有效性, 通过运动学标定, 改善了 Stewart 运动平台控制精度。

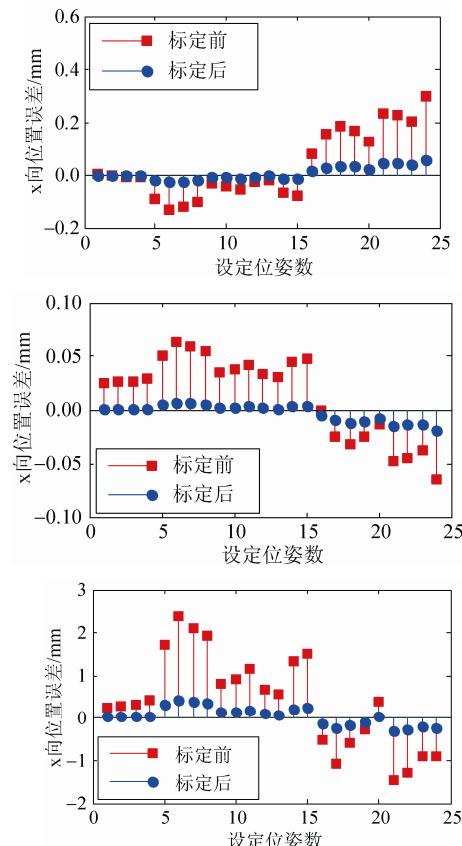


图 6 标定前后位置误差曲线

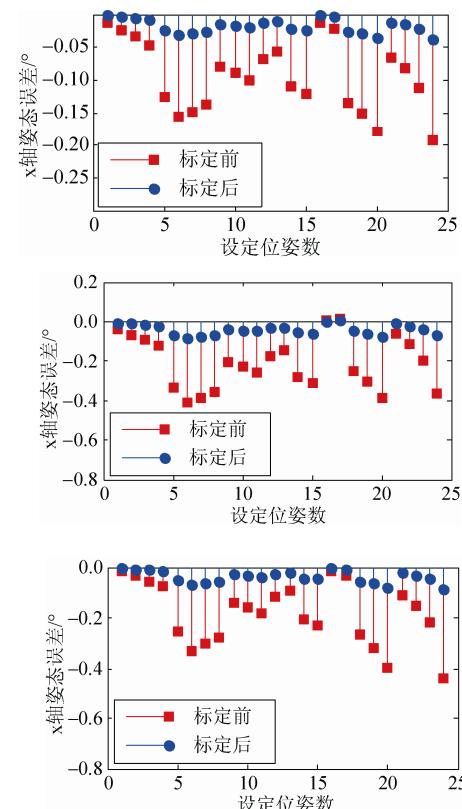


图 7 标定前后姿态误差曲线

## 5 结论

为了提高 Stewart 六自由度运动平台控制精度, 本文根据工程实际对并联机构运动学标定进行理论研究, 提出了回转补偿算法, 采用基于 ID Marker 和相对视觉位姿的方法实现了 Stewart 平台运动学标定。其中, 相对位姿的引入, 避免了测量坐标系与平台基坐标系之间的转换, 为并联机构外部标定提供了一个新的思路。实验结果表明, 该方法有效提高了平台控制精度。由于本文采用的是单目视觉的测量方式, 所获得图像数据深度信息误差较大, 为此可以采用双目视觉或者多目视觉数据融合的方式进一步提高测量数据的稳定性, 探索更高精度的运动学标定。

## 参考文献:

- [1] Masory Q, Wang J, Zhuang H. On The Accuracy of a Stewart Platform-Part II Kinematic Calibration and Compensation [C]// Proceeding of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Atlanta, GA, USA. USA: IEEE, 1993: 725-731.
- [2] Khalil W, Besnard S. Self-calibration of Stewart-Gough parallel robots without extra sensors [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation Society (S1042-296X), 1999, 15(6): 1116-1121.
- [3] H Zhang. Self-calibration of parallel mechanisms with a case study on Stewart platforms [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation (S1042-296X), 1997, 13(3): 387-397.
- [4] Rauf A, Ryu J. Fully autonomous calibration of parallel manipulators by imposing position constraint [C]// Proceeding of the IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Seoul, Korea. USA: IEEE, 2001: 2389-2394.
- [5] Gao Meng, Li Tiemin, Yin Wensheng. Calibration Method and Experiment of Stewart Platform using a Laser Tracker [C]// IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics (S1062-922X), Hague, Netherlands. USA: IEEE, 2003: 2797-2802.
- [6] Yong Zhang, Feng Gao. A calibration test of Stewart platform [C]// Proceeding of the 2007 IEEE Int. Conf. on Networking, Sensing and Control, London, UK. USA: IEEE, 2007: 297-301.
- [7] Dali Wang, Ying Bai. Calibration of Stewart Platforms Using Neural Networks [C]// Proceeding of the 2012 IEEE Conference on Evolving and Adaptive Intelligent System (EAIS), Madrid, Spain. USA: IEEE, 2012: 170-175.
- [8] 于大泳. 六自由度运动模拟器精度分析及其标定 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006.
- [9] 马天楚, 刘显峰, 杨海宽, 等. 飞行模拟器运动系统误差分析与标定 [J]. 系统仿真学报, 2013, 25(8): 1789-1794.
- [10] 刘国军. 六自由度运动模拟平台的分析及结构参数的优化 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2014.
- [11] 魏名建. 基于位姿优化的六自由度运动平台的运动学标定 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2007.
- [12] Hao Y, Changchun L, Xiaodong L, et al. Calibration of Stewart platform based on coordinate measurement[C]// Modelling, Identification and Control (ICMIC), Proceedings of 2011 International Conference on. USA: IEEE, 2011: 469-474.
- [13] Daney D, Andreff N, Chabert G, et al. Interval method for calibration of parallel robots: Vision-based experiments [J]. Mechanism and Machine Theory (S0094-114X), 2006, 41(8): 929-994.
- [14] Ana C Majarena, Jorge Santolaria, David Samper, et al. An Overview of Kinematic and Calibration Models Using Internal/External Sensors or Constraints to Improve the Behavior of Spatial Parallel Mechanisms [J]. Sensor (S1424-8220), 2010, 10(11): 10256-10297.