

8-17-2020

Low-complexity Soft-Decision Decoding Algorithm for BCH Code in BeiDou System

Guowei Qu

1. Yantai Nanshan University, Yantai 265713, China;;

Songfeng Deng

2. Aerospace Electronic Technology Research Institute, Shanghai 201109, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Low-complexity Soft-Decision Decoding Algorithm for BCH Code in BeiDou System

Abstract

Abstract: A low-complexity soft-decision decoding algorithm based on the re-encoding technique was proposed for the BCH(15,11) code in BeiDou satellite navigation system. Several candidate information sequences were constructed by the soft-decision vector and then re-encoded in the algorithm if the error in the hard-decision result was detected. The correlation between each codeword and the soft-decision vector was calculated, and the codeword with the maximum correlation value was selected as decoding output. Simulation results show that the presented algorithm outperforms traditional hard-decision decoding at the expense of moderate complexity increase. Moreover, the storage of error-correction ROM signal is avoided. Hence, the presented algorithm is a good choice for decoding in a practical navigation receiver.

Keywords

BeiDou, BCH code, soft-decision decoding, re-encoding

Recommended Citation

Qu Guowei, Deng Songfeng. Low-complexity Soft-Decision Decoding Algorithm for BCH Code in BeiDou System[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(8): 1790-1794.

北斗系统 BCH 码的低复杂度软判决译码算法

曲国伟¹, 邓松峰²

(1.烟台南山学院, 烟台 265713; 2.航天电子技术研究所, 上海 201109)

摘要: 对于北斗卫星导航系统中使用的 BCH(15,11)码, 提出了一种基于重编码的低复杂度软判决译码算法。该算法在检测到硬判决结果包含错误时, 根据软判决向量构造若干备选信息序列, 并对每个信息序列进行重新编码, 与接收软判决向量进行相关, 选择最大相关值的码字作为译码结果。仿真结果表明, 该算法相对于传统的硬判决译码算法的复杂度增加不高, 但是纠错性能相有了很大提升, 并且避免了纠错 ROM 信号的存储, 因此是实际导航接收机译码算法的良好选择。

关键词: 北斗; BCH 码; 软判决译码; 重编码

中图分类号: TN967.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2016) 08-1790-05

Low-complexity Soft-Decision Decoding Algorithm for BCH Code in BeiDou System

Qu Guowei¹, Deng Songfeng²

(1. Yantai Nanshan University, Yantai 265713, China; 2. Aerospace Electronic Technology Research Institute, Shanghai 201109, China)

Abstract: A low-complexity soft-decision decoding algorithm based on the re-encoding technique was proposed for the BCH(15,11) code in BeiDou satellite navigation system. Several candidate information sequences were constructed by the soft-decision vector and then re-encoded in the algorithm if the error in the hard-decision result was detected. The correlation between each codeword and the soft-decision vector was calculated, and the codeword with the maximum correlation value was selected as decoding output. Simulation results show that the presented algorithm outperforms traditional hard-decision decoding at the expense of moderate complexity increase. Moreover, the storage of error-correction ROM signal is avoided. Hence, the presented algorithm is a good choice for decoding in a practical navigation receiver.

Keywords: BeiDou; BCH code; soft-decision decoding; re-encoding

引言

随着北斗卫星导航系统(以下简称北斗系统)提供区域导航定位服务能力的形成和发展, 北斗卫星导航接收机的研发引起了广泛的兴趣。对于卫星导航接收机, 导航电文的准确性至关重要, 并直接决定定位精度^[1-2]。为了增强导航电文的准确性,

北斗系统采用了 BCH(15,11)码作为前向差错控制编码方案^[3], 用来纠正数据传输中的错误。

BCH(15,11)码是一类线性循环码, 具有相对简单的代数结构, 其编码可以采用移位寄存器高效实现。BCH(15,11)码传统采用伴随式译码算法, 该算法是硬判决译码算法, 可以纠正 1 个码元位置的传输错误。由于伴随式译码算法具有易于实现的优点, 因此北斗接口控制文档中推荐采用该算法作为译码算法^[3]。

对于线性码, 采用软判决译码算法相对于硬判决译码算法可以获得更大增益^[4]。北斗系统可以为



收稿日期: 2015-06-09 修回日期: 2015-08-18;
作者简介: 曲国伟(1978-), 男, 山东烟台, 硕士, 副教授, 研究方向为计算机技术及应用; 邓松峰(1979-), 男, 山东平度, 硕士, 高工, 研究方向为网络通信和图像处理。

<http://www.china-simulation.com>

• 1790 •

BCH 译码提供软判决信息输入。因此, 研究北斗系统中的 BCH 码的软判决译码算法, 改善纠错性能, 是十分必要的。通常来说, 线性码的最优软判决译码算法具有非常高的复杂度。为了克服这一问题, 已有工作研究了近似最优软判决译码算法, 例如 Chase 算法^[5]、基于顺序统计量算法^[6]等。这些算法的复杂度相对于最优译码算法有所降低, 但性能有一定的损失。

本文利用北斗系统中 BCH(15,11)码的结构特点, 提出了一种基于重编码的低复杂度软判决译码算法。该算法在检测到硬判决结果包含错误时, 通过接收序列判断 11 个信息位中的不可靠位置, 产生若干备选信息序列。随后, 将每个备选信息序列分别进行编码, 并与接收的软信息序列进行相关, 最终得到发送信息序列的估计。仿真结果表明, 该算法在平均产生很少备选的信息序列的条件下, 纠错性能相对于北斗接口控制文档中推荐的硬判决算法有了很大提升。

1 BCH(15,11)码及最优软判决译码

1.1 BCH(15,11)码

北斗系统中的 BCH(15,11)码是循环码, 码长为 15 比特, 信息位为 11 比特, 生成多项式为 $g(x) = x^4 + x + 1$ 。由于 BCH 码是循环码, 其编码可以采用移位寄存器高效实现^[3]。此外, 北斗接口控制文档中推荐采用基于伴随式的硬判决译码算法对 BCH(15, 11)码进行译码, 其具有纠正 1 比特错误的能力, 并可以采用基于伴随式的查表实现。

但是, 当电文传输过程中出现多比特错误时, 上述硬判决译码算法会当作 1 比特错误来纠正, 从而导致错误不能被纠正, 甚至会出现错误增加的可能。表 1 统计了 AWGN 信道不同信噪比下 BCH(15, 11)码的错误数目分布。

可以看出, 在中等信噪比下, 出现多比特错误占有一定比例。此时, 采用硬判决译码算法无法成功纠错。因此, BCH(15,11)码采用硬判决译码算法

的编码增益相对较小。

表 1 不同信噪比下 BCH(15, 11)码的错误数目分布

$E_b/N_0/\text{dB}$	$E=0/\%$	$E=1/\%$	$E \geq 2/\%$
3	51.2	35.2	13.6
4	66.1	27.8	6.1
5	78.9	18.9	2.2
6	88.7	10.7	0.6

1.2 最优软判决译码

对于线性码来说, 如果译码器能够获得软判决信息作为输入, 一般来说采用软判决译码相对于硬判决译码算法可以获得性能改善。北斗系统可以为 BCH(15,11)码的译码提供软判决信息, 因此研究其软判决译码算法改善纠错性能是十分必要的。

假定 BCH(15,11)码的码字 $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_{15})$ 发送, 接收软判决向量为 $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_{15})$ 。对于软判决译码, 通常采用欧氏平方距离作为判决测度^[4]。码字 \mathbf{c} 与接收向量 \mathbf{r} 的欧氏平方距离为

$$d(\mathbf{c}, \mathbf{r}) = \sum_i (c_i - r_i)^2 \quad (1)$$

其中: $c_i \in \{-1, +1\}$ 是双极性的码字。最优软判决译码是在选择与接收向量欧氏平方距离最小的码字作为发送码字的估计^[4]。欧氏平方距离的计算涉及加法和乘法运算, 较为复杂。文献[4]证明, 码字与接收向量的欧氏平方距离最小等价于它们的相关值最大。因此, 最优软判决译码的估计准则可以写为

$$\hat{\mathbf{c}} = \arg \max_{\mathbf{c} \in \mathcal{C}} \sum_i c_i r_i \quad (2)$$

相对于欧氏平方距离, 相关计算降低了复杂度。

若仅取 r_i 的符号位并利用式(2)进行估计, 得到的译码结果与硬判决译码算法的结果相同。也就是说, 硬判决译码造成了信息损失, 从而使得译码性能降低。

2 基于重编码的低复杂度软判决译码算法

由于式(2)的估计是在所有码字构成的集合 \mathcal{C}

中进行最大值搜索的，因此具有非常高的复杂度，不利于实现。目前，已有工作研究了 BCH 码的近似最优软判决译码算法。这些算法的基本思想为通过一定方式，将式(2)的搜索限制在一个规模较小的备选码字集合中。本节利用北斗系统中 BCH(15,11)码的结构特点，提出了一种基于重编码的低复杂度软判决译码算法。该算法可以根据接收软信息序列，自适应调整备选码字的数目，从而降低了译码复杂度。

2.1 算法描述

本文提出的译码算法包含硬判决、计算伴随式和利用软信息译码 3 个基本过程，基本流程见图 1。

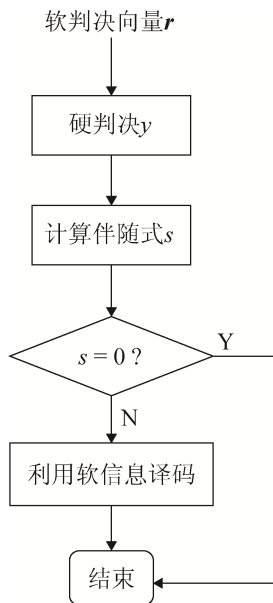


图 1 译码算法的基本流程

对于给定的接收序列 r ，首先进行硬判决，判决后的向量为 $y = (y_1, \dots, y_{15})$ ，其中

$$y_i = \begin{cases} 1 & r_i \geq 0 \\ 0 & r_i < 0 \end{cases} \quad (3)$$

假定 H 为 BCH(15,11)码的一个校验矩阵。根据线性码的基本性质可知^[4]，上述硬判决序列是 BCH(15,11)码的码字当且仅当其伴随式

$$s = Hy^T \quad (4)$$

为零向量。此时，硬判决向量 y 可以作为发送码字

的估计。由于 BCH(15,11)码是循环码，伴随式的计算与编码过程类似，也可以采用移位寄存器高效实现^[3,7]，而不用实际存储校验矩阵。若伴随式不为零向量，则检测到硬判决向量 y 中包含错误。此时，利用软判决信息进行译码，得到发送码字的估计。

下面给出利用软信息译码的具体过程。根据 BCH(15,11)码的编码过程可知，接收向量中的前 11 个软判决数值对应于信息位，其余 4 个数值对应校验位。由于 BCH(15,11)码是线性码，其信息序列与编码后的码字之间具有一一对应关系。因此，软判决译码设计的核心思想是构造若干备选信息序列，将它们分别进行重编码，得到备选码字，选择其中与接收序列相关值最大的码字作为发送码字估计。

假定 I 为信息位构成的集合， w 为一个预先给定的正整数， U 为接收序列 r 中的 w 个不可靠位置的集合。若 $I \cap U \neq \emptyset$ ，则认为集合 $I \cap U$ 中的位置是信息位中的不可靠位置。根据这些位置构造备选码字集合的过程如下：

(1) 确定接收序列 r 中的 w 个最不可靠的位置，其构成的集合记为 U ；

(2) 令 $p = |I \cap U|$ 。产生 2^p 个干扰图样 $t^{(i)}$ ($i = 1, \dots, 2^p$)。每个干扰图样的长度为 11，其在集合 $I \cap U$ 中的 p 个位置上遍历取值为 0 或者 1 的所有 2^p 种可能，其余位置值为 0；

(3) 将硬判决序列 y 的前 11 比特分别与 2^p 个测试图样相加，得到 2^p 个备选信息序列，并分别进行编码，得到 2^p 个备选码字 $c^{(i)}$ ($i = 1, \dots, 2^p$)。

记 $C^{(w)} = \{c^{(i)} : i = 1, 2, \dots, 2^p\}$ 。计算 $C^{(w)}$ 中的码字与序列 r 的相关值，并选择最大相关值对应的码字 \hat{c} 作为估计，即

$$\hat{c} = \arg \max_{c \in C^{(w)}} \sum_i c_i r_i \quad (5)$$

由于码字 c 是二元序列，因此上述相关运算可以通过加法实现。

BCH(15,11)码具有 4 个校验位，因此选取

$w \geq 5$ 可以保证 $I \cap U \neq \emptyset$ 满足。在实际中, w 的取值直接决定备选信息序列的数目。一般来说, 增加 w 的值可以改善译码性能, 但复杂度也随之增加。因此, 在实际中需要恰当选择这一参数, 在译码性能和复杂度之间进行折中。该参数的取值将通过仿真确定。

下面给出采用本文算法进行译码的一个实例。假定参数 w 的取值为 5。假定硬判决序列 $y=(001000100000000)$, 集合 $U = \{3,7,12,13,15\}$ 。此时, $I \cap U = \{3,7\}$, $p = 2$ 。产生 $2^2=4$ 个测试图样:

$$\begin{aligned} t^{(1)} &= (00100010000) & t^{(2)} &= (00100000000) \\ t^{(3)} &= (00000010000) & t^{(4)} &= (00000000000) \end{aligned}$$

将 y 的前 11 比特与 $t^{(1)}$ 相加, 产生备选信息序列, 之后进行编码, 得到码字(000000000000000)。类似地, 对于 $t^{(i)}(i=2,3,4)$, 重复上述过程, 总共得到 4 个码字。最后, 将这 4 个码字分别与序列 r 进行相关, 选择最大相关值对应的码字作为估计。

2.2 复杂度分析

由上一节的分析可知, 本文算法的复杂度集中在利用软信息译码这一过程中, 其包含构造备选码字集合和相关估计两步, 复杂度如表 2 所示。

表 2 利用软信息译码的计算量

步骤	模 2 加法	实数 加法	实数 乘法	实数 比较
构造备选码字集合	30×2^p	—	—	$15 \times w$
相关估计	—	14×2^p	15×2^p	$2^p - 1$

值得一提的是, 本文提出的基于重编码的软判决译码算法避免了根据伴随式来确定错误位置这一过程, 因此不需要查表操作, 也不需要存储北斗接口控制文档中给出的纠错信号 ROM 表, 从而降低了存储量。

3 仿真结果及分析

为了验证提出的软判决译码算法的性能, 在 AWGN 信道下进行仿真, 采用 BPSK 调制, 并与北斗接口控制文档中推荐的硬判决算法进行比较。

仿真采用 MATLAB 软件完成。

图 2 中给出了北斗系统的 BCH(15,11)码采用不同译码算法的误比特率(bit error rate, BER)性能曲线。可以看出, 本文提出的软判决译码算法的性能相对于传统的硬判决译码算法的性能获得了明显改善。例如, 对于任意译码算法, 都存在译码失败阈值, 该阈值越低说明纠错性能越好。对于传统的硬判决译码算法, 其译码失败阈值约为 4 dB, 而本文的软判决译码算法的译码失败阈值小于 2 dB。

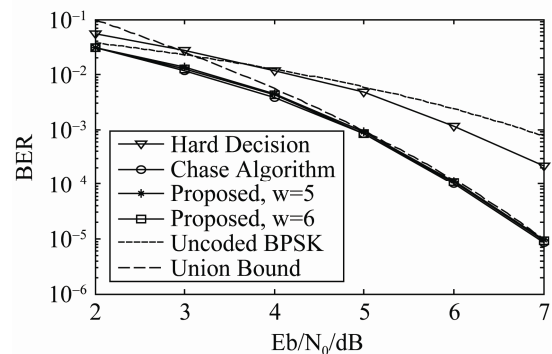


图 2 BCH(15, 11)码采用不同译码算法的性能

对于实际的导航接收机, 要获得可靠的首次定位, 导航电文的误比特率需要在 10^{-3} 以下^[8-9]。在误比特率为 10^{-3} 时, 本文提出的软判决译码算法在 $w=5$ 时的性能相对于硬判决译码算法获得了约 1.5 dB 的增益, 相对于未编码 BPSK 的性能获得了约 2.2 dB 的增益。

编码理论表明, 联合界(Union bound)是评估线性码在 AWGN 信道下误比特率性能的一个重要上界^[4]。对于码长为 n , 码率为 R 的线性码, 其联合界的计算公式为

$$p_e \leq \sum_k \frac{kA(k)}{n} Q\left(\sqrt{2kR \frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (6)$$

其中: $A(k)$ 为汉明重量为 k 的码字的数目。为进一步评估译码算法的性能, 计算 BCH(15,11)码的联合界。采用 1.1 节中给出的编码方法, 对 $2^{11}=2048$ 个信息序列分别进行编码, 产生 2048 个码字, 统计码字重量如下:

$$A(0) = A(15) = 1 \quad A(3) = A(12) = 35$$

$$A(4) = A(11) = 105 \quad A(5) = A(10) = 168$$

$$A(6) = A(9) = 280 \quad A(7) = A(8) = 435$$

利用上述结果做出联合界,如图 2 所示。可以看出,在高信噪比区域(5 dB 以上),本文提出算法的性能与联合界的差距在 0.1 dB 以内。

为了确定实际接收机中适合的译码参数,对于不同参数 w 下译码算法的性能进行了评估。由上一节的分析可知,为了保证 $I \cap U \neq \emptyset$ 成立,需要选取 $w \geq 5$ 。图 2 分别给出了在 $w=5$ 和 $w=6$ 时的译码性能,并与采用 Chase 算法的性能进行了对比。由于 Chase 算法的参数 $P=3$ 可以使得 BCH(15,11)码的译码性能最佳^[10],因此仿真中 Chase 算法的参数 P 取值为 3。

图 2 的仿真结果表明, $w=5$ 与 $w=6$ 的性能几乎一致。表 3 中对比了不同信噪比下的平均备选码字数目。

表 3 不同信噪比下的平均备选码字数目

参数	信噪比/dB					
	2	3	4	5	6	7
$w=5$	9.08	7.47	5.05	3.12	1.62	0.72
$w=6$	15.7	12.3	8.52	5.33	2.75	1.22

可以看出, $w=5$ 相对于 $w=6$ 的平均备选码字数目有了很大下降。因此,在实际中建议算法参数 w 取值为 5。以 5 dB 为例,若 w 取值为 5,根据表 1 的结果可知,本文算法平均需要约 94 次模 2 加法运算,44 次实数加法运算,47 次实数乘法运算,77 次实数比较运算,其相对于传统的硬判决译码的复杂度增加相对较少。随着信噪比的提高,算法所需的平均运算数目会更少。此外,本文算法所需的运算在实际中采用软件或者硬件都很容易实现。相对于 Chase 算法,本文算法可以自适应调整备选码字的数目,并且避免了纠错信号 ROM 表的存储。

综上所述,本文提出的基于重编码的软判决译码算法是实际中的良好选择。

4 结论

改善北斗系统中使用的 BCH(15, 11)码的纠错

性能对于降低导航电文的误比特率,进而提高定位精度有着十分重要的意义。本文提出了一种基于重编码的低复杂度软判决译码算法。该算法在伴随式不为零向量时,对备选的信息序列分别进行重新编码,并与接收的软信息序列进行相关,最终得到发送信息序列的估计。该算法相对于传统的硬判决译码算法复杂度增加不高,并避免了纠错信号 ROM 表的存储。仿真结果表明,该算法的纠错性能相对于硬判决算法性能有了很大改善,在高信噪比区域非常接近联合界,因此是实际接收机译码算法的良好选择。

参考文献:

- [1] C R Rao. Global Navigation Satellite Systems [M]. Noida, India: Tata McGraw-Hill Education, 2010.
- [2] 陈金平, 王梦丽, 钱曙光. 现代化 GNSS 导航电文设计分析 [J]. 电子与信息学报, 2011, 33(1): 211-217.
- [3] 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗系统空间信号接口控制文件公开服务信号(2.0 版) [EB/OL]. (2013-12-26) [2015-05-12]. <http://www.beidou.gov.cn/attach/2013/12/26/2013122604a521b35b7f4a54b44cfbbc8abd74a8.pdf>.
- [4] Shu Lin, Daniel J Costello, Jr. Error Control Coding: Fundamentals and Applications [M]. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2004.
- [5] D Chase. Class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information [J]. IEEE Transactions on Information Theory (S0018-9448), 1972, 18(1): 170-179.
- [6] M P C Fossorier, Shu Lin. Soft-decision decoding of linear block codes based on ordered statistics [J]. IEEE Transactions on Information Theory (S0018-9448), 1995, 41(5): 1379-1396.
- [7] W W Peterson. Encoding and error-correction procedures for the Bose-Chaudhuri codes [J]. IRE Transactions on Information Theory (S0018-9448) 1960, 6(4): 459-470.
- [8] J B Y Tsui. GPS 软件接收机基础 [M]. 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2007.
- [9] 谢刚. GPS 原理与接收机设计 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.
- [10] 朱建锋, 安建平, 王爱华. 导航电文 BCH(15,11)编码的低复杂度软判决译码 [C]// 第四届中国卫星导航学术年会(CSNC 2013), 武汉, 2013: 1-4.