

8-17-2020

Repairable k/n Voting System Life Situation Model Analysis and Simulation from Time Response

Yongfeng Fang

1. School of Mechanical Engineering, Guizhou University of Engineering Science, Bijie 551700, China;;

Jianjun Chen

2. Ministry of Education Key Lab. of Electronic Equipment Structure, Xidian University, Xi'an 710071, China;;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Repairable k/n Voting System Life Situation Model Analysis and Simulation from Time Response

Abstract

Abstract: For the k of k/n system is given according to the one's experience in the current, *the probability of the failure of the singular system components was given according to the stress-strength interference theory and the load distribution of the component withstand. The dynamic reliability prediction model of the repairable k/n system was established by using probabilistic differential equations and by the repairable system components moving in reliable and failure.* The equation was solved and their answers were shown to give the precisely k when the k would be determined. The model shows accuracy and feasibility by analysis of the example.

Keywords

repairable, k/n voting system, dynamic reliability, life situation, prediction model, simulation

Recommended Citation

Fang Yongfeng, Chen Jianjun. Repairable k/n Voting System Life Situation Model Analysis and Simulation from Time Response[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(8): 1846-1853.

可修复 k/n 表决系统随时间的生命状态分析与仿真方永锋¹, 陈建军²

(1. 贵州工程应用技术学院机械工程学院, 贵州 毕节 551700; 2. 西安电子科技大学机电工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 由于根据人为经验给出 k/n 表决系统中 k 的设置具有随意性, 根据系统单元承受的作用概率分布, 利用应力-强度干涉理论, 给出了单个单元的失效概率, 由单元工作时的可靠与失效状态的转移情况, 利用概率微分方程, 建立了可修复 k/n 表决系统的动态可靠性预测模型, 并给出了该模型的解。对可修复 k/n 表决系统中最少工作单元数目 k 的设置给出了理论依据。通过对算例的分析, 表明了所建模型的准确性与可行性。

关键词: 可修复; k/n 表决系统; 动态可靠性; 生命状态; 预测模型; 仿真

中图分类号: Th122

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2016) 08-1846-08

Repairable k/n Voting System Life Situation Model Analysis and Simulation from Time ResponseFang Yongfeng¹, Chen Jianjun²

(1. School of Mechanical Engineering, Guizhou University of Engineering Science, Bijie 551700, China;

2. Ministry of Education Key Lab. of Electronic Equipment Structure, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: For the k of k/n system is given according to the one's experience in the current, the probability of the failure of the singular system components was given according to the stress-strength interference theory and the load distribution of the component withstand. The dynamic reliability prediction model of the repairable k/n system was established by using probabilistic differential equations and by the repairable system components moving in reliable and failure. The equation was solved and their answers were shown to give the precisely k when the k would be determined. The model shows accuracy and feasibility by analysis of the example.

Keywords: repairable; k/n voting system; dynamic reliability; life situation; prediction model; simulation

引言

不论在工业实践中, 还是决策理论中, 可修复的 k/n 表决系统是一种常见的系统类型, 对该类系统进行可靠性建模、生命状态分析具有重要的意义。经典系统可靠性认为系统的可靠性的变化是一个与时间无关的, 在最初设计时就是给定的^[1-3]。文献[4]对 $1/2$ 表决系统在外作用下该系统的可

靠性进行了研究, 所得的结论仅仅对 $1/2$ 表决系统是可行的。文献[5]对 k/n 表决系统在均担载荷下的可靠性进行了研究, 但是均担载荷在实际工程应用中往往难以实现。文献[6]对系统部件在服役过程中, 部件承受的载荷如果增大, 部件将会出现更高的失效率进行了研究, 但没有考虑系统带有维修工的情况。在以上文献中, 对 k/n 表决系统的研究, 均没有考虑系统的可靠性会随时间的变化的情况。实际上, 任何工程实践中所设计的产品其可靠性因为振动, 冲击等内部, 外部的因素, 在其服役期它们的可靠性都是随时间的变化而变化的, k/n 表决系统也不例外。因此, 在考虑系统可靠性时, 不仅



收稿日期: 2015-04-22 修回日期: 2015-07-09;
基金项目: 国家自然科学基金(51175398), 贵州省科学技术基金(黔科合J字[2014]2001号);
作者简介: 方永锋(1975-), 男, 甘肃宁县, 博士, 副教授, 研究方向为系统与结构可靠性的研究与设计;
陈建军(1951-), 男, 河北保定, 教授, 博导, 研究方向为随机振动与控制, 结构可靠性等。

<http://www.china-simulation.com>

• 1846 •

要考虑外部作用对系统的影响, 而且还要考虑系统随时间变化时该系统的可靠性随时间响应发生变化的情况^[7]。文献[8]提出了当系统单元的失效概率为不精确概率时, 可以将单元可靠性中的不确定性传递到系统, 从而可以得出系统的失效概率和可靠度分布的上下界。文献[9]指出了 J-M 模型在进行参数估计时存在的不足, 建立了 n 重贝努利模型, 提出了精确的 J-M 模型参数估计目标, 估计结果精度有了质的改变, 更加符合实际, 具有很好的应用价值。上述文献, 不论是对系统可靠度的建模与分析, 还是对系统可用度的建模与分析, 只是停留在对系统可靠性情况的随时间不变的分析之中, 显然, 这样的分析在工程实践中有很大局限性。文献[10-11]对 k/n 表决系统局部的动态失效进行了研究, 并且建立了系统可靠性随时间变化的模型。文献[12-14]根据传染病的特点, 建立了传染病的微分方程模型, 该模型能较准确的预测传染病发生的规模, 时间等, 使得人类在危机公关中合理的决策有了一定的理论依据。

本文在上述文献的基础上, 利用随机过程, 微分方程等理论, 以动态的形式, 对可修复 k/n 表决系统的服役期间的生命历程随时间变化的情况做了动态的研究, 建立了工作状态的模型, 并对该模型进行了求解, 给出了合理决定工作单元数 k 的理论依据。最后通过算例, 验证了本文模型的可行性、实用性与有效性。

1 可修复 k/n 表决系统的工作模型

k/n 表决系统是指一个由 n 个相同的单元组成的系统, 当工作的系统单元数少于 k 时该系统就会失效。本文提到的可修复 k/n 表决系统有如下描述:

1) 假设该系统单元只有正常, 失效两种状态, 且系统的单元既不会减少, 也不会增加, 系统中每个单元相互独立;

2) 在 t 时刻, $r(t)$ 和 $s(t)$ 分别是正常和失效的单元的数, 显然 $r(t) + s(t) = n$, $k \leq r(t) \leq n$ 。

在工程实践中, 一般认为 k/n 表决系统所受的

随机载荷出现的次数服从参数为 λ_1 的齐次 Poisson 分布^[10], 该载荷的强度 δ 服从均值为 μ_δ 、均方差为 σ_δ 的正态分布, 即: $\delta \sim N(\mu_\delta, \sigma_\delta)$ 。该系统带一个维修工, 维修顺序是先坏先修, 将该单元维修后修旧如新, 维修的时间服从参数为 λ_2 的指数分布。在该 k/n 表决系统中, 各个单元强度 s 是相同的, 全部服从均值为 μ_s 、均方差为 σ_s 的正态分布, 即: $s \sim N(\mu_s, \sigma_s)$ 。系统承受任意时刻的外部随机载荷, 利用应力-强度干涉理论, 由一次二阶矩法可得任一单元的可靠性指标 β 和可靠度 R 为:

$$\beta = (\mu_s - \mu_\delta)(\sigma_s^2 + \sigma_\delta^2)^{-1/2},$$

$$R = \Phi(\beta) \quad (1)$$

式中 $\Phi(\cdot)$ 是标准正态的概率分布函数。

当 k/n 表决系统受到 m 次随机载荷时, 该系统的单元可靠度将由这 m 次中最大载荷施加给该单元所对应的可靠度, 即:

$$R_m = \Phi(\beta_m),$$

$$\beta_m = (\mu_s - \mu_{\delta_m})(\sigma_s^2 + \sigma_{\delta_m}^2)^{-1/2} \quad (2)$$

由全概率公式, k/n 表决系统中的单元在时刻 t 的可靠度是:

$$R(t) = \sum_{m=0}^{+\infty} P[N(t) - N(0) = m] R_m =$$

$$\sum_{m=0}^{+\infty} \frac{(\lambda_1 t)^m}{m!} e^{-\lambda_1 t} R_m \quad (3)$$

由此可得, 该单元在时刻 t 的失效概率是:

$$\alpha(t) = 1 - R(t) \quad (4)$$

由以上可得:

1) 在 $(t, t + \Delta t)$ 时间内, $\alpha r(t) \Delta t + o(\Delta t)$ 是某一单元的失效概率;

2) 在 $(t, t + \Delta t)$ 时间内, $\lambda_1 s(t) \Delta t + o(\Delta t)$ 是某一单元修好概率;

3) 在 $(t, t + \Delta t)$ 时间内, $o(\Delta t)$ 是多于一个失效单元修好或多于一个单元失效的概率;

(4) 在 $(t, t + \Delta t)$ 时间内, $1 - \alpha r(t) \Delta t - \lambda_1 s(t) \Delta t + o(\Delta t)$ 是系统内的单元状态没有发生变化的概率。

设在 t 时刻, 该系统的可靠单元和失效单元数分别为 $r(t)$ 、 $s(t)$ 的概率是 $P_{r(t), s(t)}(t)$, 因此得到该系统的状态有下面两种转移方式:

$$\begin{aligned} &(r(t) \rightarrow r(t)-1, s(t) \rightarrow s(t)+1), \text{ 或} \\ &(r(t) \rightarrow r(t)+1, s(t) \rightarrow s(t)-1) \end{aligned} \quad (5)$$

由(5)式得:

$$\begin{aligned} P_{r(t)s(t)}(t) &= \alpha(r(t)+1)P_{r(t)+1,s(t)-1}(t)\Delta t + \\ &(1-\alpha r(t)\Delta t - \lambda_1 s(t)\Delta t + o(\Delta t))P_{r(t),s(t)} + \\ &(\lambda_1 s(t)\Delta t + o(\Delta t))P_{r(t)-1,s(t)+1} \end{aligned} \quad (6)$$

(6)式经过整理可得:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{r(t)s(t)}(t)}{dt} &= \alpha(r(t)+1)P_{r(t)+1,s(t)-1}(t) - \\ &(\alpha r(t) + \lambda_1 s(t))P_{r(t),s(t)} + \lambda_1 s(t)P_{r(t)-1,s(t)+1} \end{aligned} \quad (7)$$

设在时刻 t 该系统中已经有 $i(t)$ 个单元是失效状态, 则有:

$$\frac{dP_{r(t)i(t)}(t)}{dt} = -i(t)(n\alpha + \lambda_2)P_{r(t),i(t)} \quad (8)$$

由(7)和(8)式可以得到在时刻 t 该系统能够工作的状态概率对随着时间的变化率为:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{r(t)s(t)}(t)}{dt} &= \alpha(r(t)+1)P_{r(t)+1,s(t)-1}(t) - \\ &(\alpha r(t) + \lambda_2 s(t))P_{r(t),s(t)} + \lambda_2 s(t)P_{r(t)-1,s(t)+1} \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $r(t)+s(t)=n$, $0 \leq s(t) \leq n-k$, $k \leq r(t) \leq n$, $0 \leq i(t) \leq n-k$ 。

(9)式的初始条件为:

$$P_{n,0}(0)=1, \text{ 其它为 } 0. \quad (10)$$

通过求解方程(9), (10), 计算系统工作状态的概率, 从而也能够确定工作单元数 k 的值。

2 可修复 k/n 表决系统工作表达式的求解

$$\begin{aligned} \text{令: } j(t) &= (r(t), s(t), n) = \frac{1}{2}(n+1)(n+2) - (n+1)r(t) - \\ &s(t) + \frac{1}{2}(r(t)-1)r(t) \end{aligned} \quad (11)$$

则(9)式可以改写为:

$$\begin{aligned} Q'_{j(t)}(t) &= (r(t)+1)Q_{j(t)-n+r(t)}(t) - (r(t)+ \\ &\gamma s(t))Q_{j(t)}(t) + \gamma s(t)Q_{j(t)-1}(t) \end{aligned} \quad (12)$$

这里 $\gamma = \lambda_2/\alpha$ 为相对失效概率。

(12)式的矩阵形式为:

$$Q'(t) = A Q(t) \quad (13)$$

式中, $Q(t) = (Q_{j(t)}(t))$, $j(t) = 1, 2, \dots, \frac{1}{2}n(n+1)$;

$$A = (a_{u,v}), \quad u, v = 1, 2, \dots, \frac{1}{2}n(n+1)。$$

(13)式的初始条件为: $Q(0) = (0, 1, \dots, 0)$ 。

为了方便运算, 对矩阵 A 进行如下的分块:

$$A = (A_{f,l}), \quad f, l = 1, 2, \dots, n+1. \quad (14)$$

$A_{f,l}$ 为 $f \times l$ 矩阵, $A_{ll} = (a_{u,v}), u, v = 1, 2, \dots, l$ 。其中 $a_{uu} = -(l-u)(n-l+1+\gamma)$, $u = 1, 2, \dots, l$ 。 $a_{u,u-1} = (l-u+1)\gamma$, $u = 1, 2, \dots, l$ 。其它为 0。 $A_{l,l-1} = (a_{u,v}), u = 1, 2, \dots, l$; $v = 1, 2, \dots, l-1$ 。其中 $a_{u,u} = (l-u-1)(n-l-2)$, $u = 1, 2, \dots, l-1$ 其它为 0。 $A_{f,l}$ 中的其它分块矩阵为 0 矩阵。

由此得到方程(13)的解为:

$$Q(t) = C e^{At} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} C = c_{f,l}(e, w) &= \frac{-\gamma^e (n-1)!(f-e-1)!}{(n-f+1)!(l-w-1)!} \times \\ &B_{l,w} D(f, l, e, w) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} D(f, l, e, w) &= \sum_{g_{e-w}=e+1}^f \sum_{g_{e-w-1}=e}^{g_{e-w}} \dots \\ &\sum_{g_1=w+2}^{g_2} \frac{(n-g_1-f+w+\gamma)!}{(g_1-f)!(n-2f+w+\gamma)!} \times \\ &\prod_{h=0}^{e-w-1} \frac{(g_{e-w-h}-e+1+h)(g_{e-w-h}-e+h)}{G_{e-w-h}(g_{e-w-h})} \quad (17) \\ G_x(g_x) &= \prod_{y=0}^{g_{x+1}-g_x} [(g_{x+1}-g-l-y) \\ &(n-g_{x+1}-l+w+1+y+\gamma)-(l-w)x] \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{l,w} &= (-1)^l \sum_{r(t)=w+1}^l \\ &\frac{(-1)^{r(t)-1} (n-2l+w+1+\gamma)!}{(l-r(t))!(n-r(t)-l+w+1+\gamma)!} \times \\ &\sum_{s(t)=1}^{w-1} \sum_{\xi=s(t)+1}^{r(t)} \frac{(l-w-1)!}{(\xi-s(t)-1)!} \times \\ &B_{\xi,s(t)} D(r(t), \xi, w, s(t)) \end{aligned} \quad (19)$$

$f, l = 1, 2, \dots, n+1, l \leq f; e = 1, 2, \dots, l, l \leq e$ 。

当 $e < w$ 或 $f < l$ 时, $c_{f,l}(e, w) = 0$ 。

由式(13)求解式(14)的过程如下:

当 $f < l$ 时, 由文献[11]中的定理 1 可直接得到

$$c_{f,l}(e, w) = 0;$$

当 $e < w$ 时, 由数学归纳法有:

$$c_{l+1,l}(1, 2) = \frac{(l-1)(n-l+1)c_{l,l}(1, 2)}{(f-e)(n-f+1+\gamma) - (l-w)(n-l+1+\gamma)} \quad (20)$$

由于 $c_{l,l}(1, 2) = 0$, 所以 $c_{l+1,l}(1, 2) = 0$.

假设对于 $f_0 = l+1, l+2, \dots, f-1$; $e_0 = 1, 2, \dots, w-2$.

以及 $f_0 = f$; $e_0 = 1, 2, \dots, e-1$ 成立。

则下面证明对于 $f_0 = f$; $e_0 = e$ 也成立; 由假设

$c_{f-1,l}(e, w) = 0$ 和 $c_{f,l}(e-1, w) = 0$, 代入(21)式

$$c_{f,l}(e, w) = \frac{(m-e-1)(n-m+1) + (f-e)(n-f+1+\gamma)}{(f-e)(n-f+1+\gamma)} \rightarrow \leftarrow \frac{(m-e+1) \cdot \gamma \cdot c_{f,l}(e-1, w)}{(l-w)(n-l+1+\gamma)} \quad (21)$$

于是可得 $c_{f,l}(e, w) = 0$ 对于 $e < w$ 成立。

下面求(15)式一般的解:

对于 $(m, w) = (1, 2)$, 由文献[11]有:

$$c_{2,2}(1, 1) = c(2, 2) = 1 \quad (22)$$

假设对于 $f_0 = l+1, l+2, \dots, f-1$; $e_0 = 1, 2, \dots, w-2$.

以及 $f_0 = f$; $e_0 = 1, 2, \dots, e-1$ 成立, 则对于 $f_0 = f$; $e_0 = e$ 有:

$$c_{f,2}(e, f) = \frac{-\gamma^{e-1}(n-1)!(f-e-1)!B_{2,1}}{(n-f+1)!} \times \frac{D(f-1, 2, e, 1) + (f-e+1)(f-e)D(f, 2, e-1, 1)}{(f-e)(n-f+1+\gamma) - (l-w)(n-l+1+\gamma)} \quad (23)$$

式(23)经整理为:

$$c_{f,2}(e, f) = \frac{-\gamma^{e-1}(n-1)!(f-e-1)!B_{2,1}}{(n-f+1)!} \times \frac{D(f, 2, e, 1)}{(n-f+1)!} \quad (24)$$

因此对于所有的 $f_0 = f$; $e_0 = e$. 式(14)~(19)均成立。

因为

$$c_{l,l}(w, w) = c\left(\frac{1}{2}e(e-1) + w, \frac{1}{2}e(e-1) + w\right) \quad (25)$$

写成四坐标的形式^[11]为:

$$c_{l,l}(w, w) = - \sum_{s(t)=1}^{w-1} \sum_{\xi=s(t)+1}^l c_{l,\xi}(w, s(t)) - \sum_{\xi=w+1}^{l-1} c_{l,\xi}(w, w) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{则 } B_{l,w} &= (-1)^l \sum_{s(t)=1}^{w-1} \sum_{\xi=s(t)+1}^l \frac{(l-w-1)!}{(\xi-s(t)-1)!} \times \\ & B_{l,s(t)} D(l, \xi, w, s(t)) - \\ & \sum_{\xi=w+1}^{l-1} \frac{(l-w-1)!}{(\xi-w-1)!} B_{\xi,w} D(l, \xi, w, w) \end{aligned} \quad (27)$$

将 $B_{\xi,w}, \xi = w+1, \dots, l-1$. 代入式(27), 有:

$$\begin{aligned} \frac{-B_{l,w}}{(l-w-1)!} &= - \sum_{s(t)=1}^{w-1} ((-1)^{w+1} D(l, \xi, w, w) \times \\ & \sum_{r(t)=w+1}^{w+1} \frac{(-1)^{r(t)-1} (n-2(w+1)+w+1+\gamma)!}{(w+1-r(t))!(\xi-s(t)-1)!} \times \\ & \sum_{\xi=s(t)+1}^{r(t)} \frac{B_{\xi,w}}{(\xi-s(t)-1)!} D(l, \xi, w, w) + \dots + \\ & (-1)^{l-1} D(l, l-1, w, w) \times \\ & \sum_{r(t)=w+1}^{l-1} \frac{(-1)^{r(t)-1} (n-2(l-1)+w+1+\gamma)!}{(m-1-r(t))!(n-r(t)-(l-1)+w+1+\gamma)!} \times \\ & \sum_{\xi=s(t)+1}^{r(t)} \frac{B_{\xi,s(t)}}{(\xi-s(t)-1)!} D(r(t), \xi, w, s(t)) + D(l, l, w, w) \times \\ & \sum_{\xi=s(t)+1}^{r(t)} \frac{B_{\xi,s(t)}}{(\xi-s(t)-1)!} D(l, \xi, w, s(t)) \end{aligned} \quad (28)$$

(28)式经过整理可得到(19)式。

用求解(21)式的方法, 相似的可以求解得(16)式, 然后得到(15)式。

3 仿真

已知某个可修复 k/n 表决系统中单元数有 $n=4$, 每个单元的强度 $s \sim N(600, 40)$ MPa, 当该系统中有任意 2 个单元失效, 则该系统就被认为失效。作用于该系统的工作应力 S 属于正态分布, S 的发生强度为 $\lambda_1 = 0.5/h$, 当作用于系统的次数 m 取不同的值时, 统计得到 $\delta_{\max}^{[10]}$ 。由(3)式经过计算得到该系统单元的可靠性指标 β_m 和可靠度 R_m 见表 1。

表 1 在不同作用次数下最大作用应力的分布参数与系统单元的可靠性指标及可靠度

m	δ_{\max}	β_m	R_m
250	(420, 45)	2.989 6	0.999 8
700	(500, 30)	1.849 0	0.967 1
1 250	(380, 70)	2.643 7	0.999 6
1 500	(440, 30)	2.958 4	0.999 8
2 500	(410, 50)	2.824 5	0.999 7

在时刻 t 该系统单元的可靠度为:

$$R(t) = \sum_{m=0}^{+\infty} P[N(t) - N(0) = m] R_m = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{(0.5t)^m}{m!} e^{-0.5t} R_m$$

修理时间参数为 $\lambda_2 = 0.05$ ，由式(15)计算得到该系统的工作状态如下:

$$P_{4,0}(t) = 0.9223e^{-4t}$$

$$P_{3,1}(t) = 0.2573e^{-1.068t} + 14.9454e^{-1.5572t} - 14.85492e^{-1.566t} - 0.2878e^{-1.008t}$$

$$P_{2,2}(t) = 0.1324e^{-0.0014t} + 2.9542e^{-0.00554t} - 4.2556e^{-0.00667t} + 0.5261e^{-0.00154t} + 0.6559e^{-0.00105t}$$

$$P_{1,3}(t) = 0.4221e^{-0.0004t} - 13.3730e^{-0.00052428t} + 12.9669e^{-0.0004530t} + 0.1113e^{-0.006665t} - 0.1189e^{-0.000399t}$$

$$P_{0,4}(t) = 0.0905e^{-0.0004t} - 6.0347e^{-0.000625t} + 6.1513e^{-0.000435t} - 0.2496e^{-0.0003108t} + 0.0425e^{-0.00399t}$$

以上各式的仿真图像分别为图 1~5。

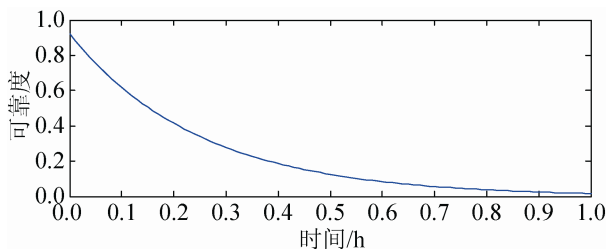


图 1 $P_{4,0}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况

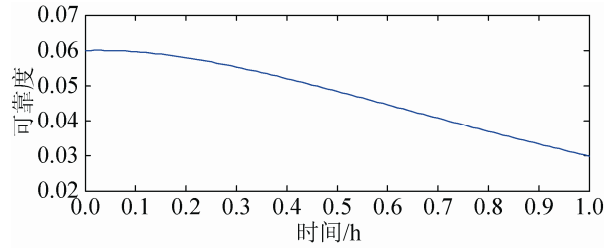


图 2 $P_{3,1}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况

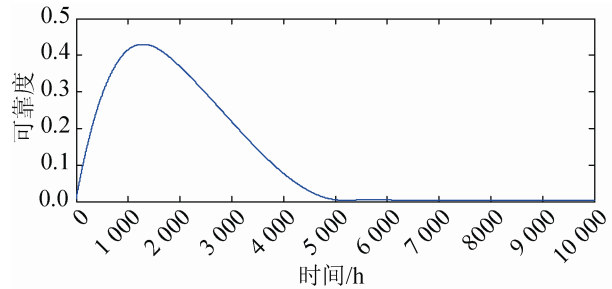


图 3 $P_{2,2}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况

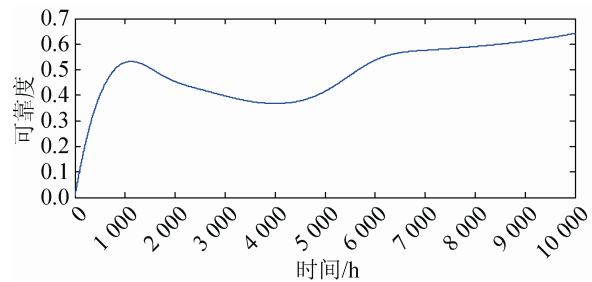


图 4 $P_{1,3}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况

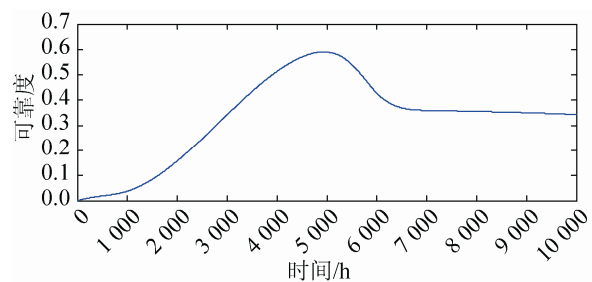


图 5 $P_{0,4}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况

从图 1 中可以看出，系统在前 1 小时的可靠度下降的很快，从 0.922 3 下降到 0，这是因为系统要求所有单元都要正常才认为系统正常的原因，这时候系统相当于一个串联系统，因而它的寿命很短。

从图 2 可以看出，系统在初始时间可靠度仅仅为 0.06，这是因为在开始设计时很少考虑系统单元失效，该系统在前 1 小时可靠度下降的也是很快，

该系统虽然可以允许一个单元失效,但由于维修人员还没有介入,因而系统是不可靠的。

从图 3~5 可以看出,虽然系统一开始的可靠度都有所下降,但由于维修人员的介入,因而系统的可靠度总是维持在一个稳定的水平,直至系统的生命周期结束。当然, $P_{1,3}(t)$ 的可靠度维持在一个较高的水平,因而该系统设计为 1/4 表决系统是合理的。

由以上各式可以计算出 t 在 0, 1 000, 5 000, 6 000, 10 000 时,该 2/4 表决系统的工作状态见表 2。

表 2 2/4 表决系统在不同时间的工作状态

t	$P_{4,0}(t)$	$P_{3,1}(t)$	$P_{2,2}(t)$	$P_{1,3}(t)$	$P_{0,4}(t)^*$
0	0.922 3	0.06	0.008 5	0.008 4	0
1 000	0	0	0.432 9	0.529 4	0.037 7
5 000	0	0	0.005 2	0.414 7	0.580 1
6 000	0	0	0.004 6	0.536 8	0.428 6
10 000	0	0	0.003 1	0.642 3	0.343 6

从表 2 可看出,当修理时间参数 $\lambda_2 = 0.05$, 即 $\gamma > 1$, 也就是说相对失效率大于 1, 该系统中单元失效的速度将会比维修的速度还要快,因此该系统在不到设计寿命就会很快处于失效状态。但将该 2/4 表决系统改为 1/4 表决系统时,则该系统不但会保持良好的可靠性,而且还会节约该系统的运行成本。

当修理时间参数 $\lambda_2 = 1.5$ 时,计算得该 2/4 表决系统的工作状态如下:

$$P_{4,0}(t) = 0.9223e^{-0.004t}$$

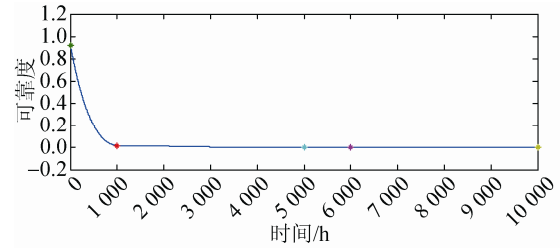
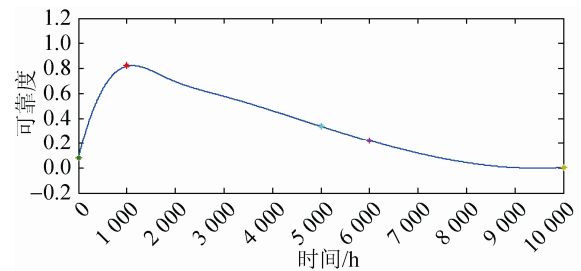
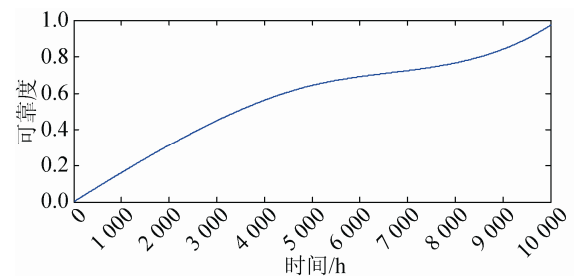
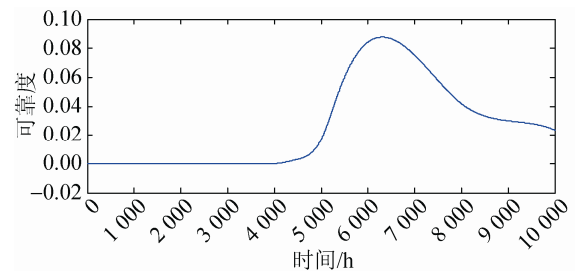
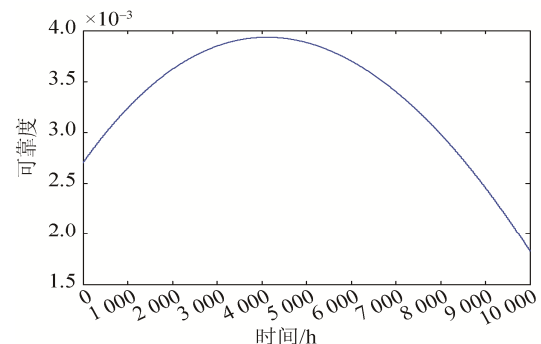
$$P_{3,1}(t) = 2.0632e^{-0.001275t} + 2.212e^{-0.004877t} - 3.2752e^{-0.001333t} - e^{-0.001417t}$$

$$P_{2,2}(t) = 1.1330e^{-0.00004t} - 4.0347e^{-0.00006246t} + 5.1513e^{-0.00004131t} - 2.2496e^{-0.00007815t}$$

$$P_{1,3}(t) = 0.1248e^{-0.0000518t} + 2.9437e^{-0.00001103t} - 10.0458e^{-0.00002015t} + 11.9975e^{-0.00002997t} - 5.0202e^{-0.00004t}$$

$$P_{0,4}(t) = 0.8030e^{-0.00000518t} - 3.2839e^{-0.00001179t} + 5.1565e^{-0.00002160t} - 3.9992e^{-0.00003263t} + 1.3263e^{-0.00004t}$$

以上各式的仿真图像分别为图 6~10 所示。

图 6 $P_{4,0}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况图 7 $P_{3,1}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况图 8 $P_{2,2}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况图 9 $P_{1,3}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况图 10 $P_{0,4}(t)$ 系统可靠性指标随时间变化情况

从图 6 中可以看出,系统在前 1 小时的可靠度同样下降的很快,从 0.922 3 下降到 0.016 9,这是因为系统要求所有单元都要正常才认为系统正常的原因,这时候系统相当于一个串联系统,因而它的寿命很短。

从图 7 可以看出,系统在初始时间可靠度仅为 0.077 7,这个和图 2 的原因一样,这是因为在开始设计时很少考虑系统单元失效,该系统在前 1 000 小时可靠度先是上升到 0.822 5,这是由于由于维修人员的介入,但随着时间的推移,如果还是要求系统 1/4 才可靠,但由于维修人员的维修速度赶不上单元失效速度,因而系统很快便为不可靠。

从图 8 可以看出,虽然系统一开始的可靠度为 0,这里的原因和图 2,图 6 一样,如果系统要求是 2/4 系统,将会由于维修人员的介入,因而系统的可靠度总是维持在一个较高稳定稳定的水平,直至系统的生命周期结束。当然, $P_{2,2}(t)$ 的可靠度维持在一个较高的水平,说明该系统设计为 2/4 表决系统是合理的,其他的设计将不会再考虑,可以认为可靠度很低或者接近于 0。从图 9 和图 10 可以看出,这时系统已经不是需要的设计,可以认为可靠度逐渐接近于 0 或者为 0。

由以上各式计算得到的 t 在 0, 1 000, 5 000, 6 000, 10 000 时,该 2/4 表决系统的工作状态见表 3。

表 3 2/4 表决系统在不同时间的工作状态

t	$P_{4,0}(t)$	$P_{3,1}(t)$	$P_{2,2}(t)$	$P_{1,3}(t)$	$P_{0,4}(t)$
0	0.922 3	0.077 7	0	0	0
1 000	0.016 9	0.822 5	0.160 6	0	0
5 000	0	0.339 8	0.643 4	0.016 8	0
6 000	0	0.221 6	0.691 3	0.087 1	0
10 000	0	0.004 1	0.972 3	0.023 6	0

当 $\gamma < 1$,就是说相对失效率小于 1,该系统单元失效的速度就会比维修的速度慢,系统将能维持较长的使用寿命而不会失效。由此说明该系统设计成 2/4 表决系统是合理的,系统在它的设计周期是可靠的,将该表决系统确定为 2/4,该系统的不仅会保持良好的可靠性,而且还会节约系统的运行成本。

4 结论

1) 本文对可修复 k/n 表决系统的服役期间的生命历程随时间变化的情况做了动态的研究,建立了工作状态的模型,并对该模型进行了求解,给出了合理决定工作单元数 k 的理论依据。针对目前 k/n 表决系统中的 k 的确定无科学理论依据的情况,根据加载于系统单元的外部随机作用随机分布情况,给出系统中单个单元失效的概率,然后根据可修复 k/n 表决系统单元转化的情况,可修复 k/n 表决系统的随时间变化可靠性预测模型进行了建立,并且给出了该模型的解,使得可修复 k/n 表决系统中的 k 的设置有了科学依据。

2) 利用算例对所建模型的仿真,说明该模型是有效的与实用。通过对可修复 k/n 表决系统中的 k 的科学决策,既不会造成资源的浪费,又能使得系统在它的服役期有足够的可靠性。

参考文献:

- [1] K Subramanian, M Velayutham. Seismic performance of lateral load resisting systems [J]. Structural Engineering and Mechanics (S1225-4568), 2014, 51(3): 8-26.
- [2] Xinjun Zhang, Guoning Fu. Seismic performance and its favorable structural system of three-tower suspension bridge [J]. Structural Engineering and Mechanics (S1225-4568), 2014, 50(2): 116-126.
- [3] S Sunjai Nakshatharan, K Dhanalakshmi, D Josephine Selvarani Ruth. Servo control of an under actuated system using antagonistic shape memory alloy [J]. Smart Structures and Systems (S1738-1584), 2014, 14(4): 236-248.
- [4] Liu Huamin. Reliability of a load-sharking k-out-of-n: G system: non-iid components with arbitrary distributions [J]. IEEE Trans. Reliability (S0018-9529), 1998, 47(3): 279-284.
- [5] Scheuer E M. Reliability of an m-out-of-n system when component failure induces higher failure rates in survivors [J]. IEEE Trans. Reliability (S0018-9529), 1988, 37(1): 73-74.
- [6] Cojazzi G. The DYLAM approach for the dynamic reliability analysis of systems [J]. Reliability Engineering and System Safety (S0951-8320), 1996, 53(3): 279-296.

(下转第 1862 页)