Journal of System Simulation

Volume 28 | Issue 5

Article 6

7-3-2020

Fluid Network Modeling Method Based on Theory of Signal Flow Graph

Zhang Yue

Hebei Engineering Research Center of Simulation & Optimized Control for Power Generation, North China Electric Power University, Baoding 071003, China;

Han Pu

Hebei Engineering Research Center of Simulation & Optimized Control for Power Generation, North China Electric Power University, Baoding 071003, China;

Follow this and additional works at: https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal

Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Fluid Network Modeling Method Based on Theory of Signal Flow Graph

Abstract

Abstract: The concept of signal flow graph was introduced into the mechanism modeling process to describe the fluid network. Various structures in the fluid network were classified as node and branch, and establish the algorithm relationship between node pressure and bransh resistance. Aiming at the characteristics of nonlinear and strong coupling of fluid network, the node pressure was expressed by Taylor series near the quiescent operation point using the linear model to describe the nonlinear network. A method was proposed which used the directed graph to improve the computational efficiency of the admittance matrix at the working point. Based on the analysis of the new network models, the general structure of segmented model of fluid network was given. Through an example, the method and process of establishing the fluid network model were elaborated by using the above method. The modeling process indicates that this method is simple and effective, and the segmented model obtained has a strong practical value.

Keywords

fluid network, mechanism model, signal flow graph, sparse matrices

Recommended Citation

Zhang Yue, Han Pu. Fluid Network Modeling Method Based on Theory of Signal Flow Graph[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(5): 1038-1044.

第 28 卷第 5 期	系统仿真学报©	Vol. 28 No. 5
2016年5月	Journal of System Simulation	May, 2016

一种基于信号流图理论的流体网络建模方法

张悦,韩璞

(华北电力大学 河北省发电过程仿真与优化控制工程技术研究中心, 保定 071003)

摘要:在流体网络机理建模过程中,引入信号流图的概念来描述流体网络,将流体网络中的各种结 构规范为节点和支路两大类,建立节点压力和支路阻力的算法关系。针对流体网络的非线性,强耦 合的特点,对节点压力在静态工作点附近泰勒级数展开,通过静态工作点附近线性模型去描述非线 性网络,给出了利用有向图提高工作点导纳矩阵计算效率的方法。并对网络模型进行分析,给出了 流体网络分段模型的一般结构形式。借助于一个实例,阐述了利用上述方法建立流体网络模型的方 法和过程。建模过程表明,该方法简单有效,获得的分段模型具有很强的实用价值。

关键词:流体网络; 机理建模; 信号流图; 稀疏矩阵

中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2016) 05-1038-07

Fluid Network Modeling Method Based on Theory of Signal Flow Graph

Zhang Yue, Han Pu

(Hebei Engineering Research Center of Simulation & Optimized Control for Power Generation, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract: The concept of signal flow graph was introduced into the mechanism modeling process to describe the fluid network. Various structures in the fluid network were classified as node and branch, and establish the algorithm relationship between node pressure and bransh resistance. Aiming at the characteristics of nonlinear and strong coupling of fluid network, the node pressure was expressed by Taylor series near the quiescent operation point using the linear model to describe the nonlinear network. A method was proposed which used the directed graph to improve the computational efficiency of the admittance matrix at the working point. Based on the analysis of the new network models, the general structure of segmented model of fluid network was given. Through an example, the method and process of establishing the fluid network model were elaborated by using the above method. The modeling process indicates that this method is simple and effective, and the segmented model obtained has a strong practical value.

Keywords: fluid network; mechanism model; signal flow graph; sparse matrices

引言

火电厂生产过程中,工质以气,液,固多态存 在,通过纷繁复杂的管路分配、交汇成复杂的流体

收稿日期: 2014-12-25 修回日期: 2015-05-20; 基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金 (2015MS65);

作者简介:张悦(1980-),男,河北安国,博士,讲师, 研究方向为复杂系统建模与控制; 韩璞(1959-), 男, 河北平泉,学士,教授,研究方向为现代控制理论。

网络,在网络中,工质以单相,汽液双相,气固双 相等多种流动方式完成能量转换和传递,高精度的 流体网络模型对于正确的分析整个系统具有明显 的意义。

大量的研究人员通过不同的角度对流体网络 模型进行了分析,主要有4大类:阻抗法、解析法、 图解法和数值解法。阻抗法是依据流体网络与线性 电路相似的特性而提出的,把流体网络转化为电网 络,利用电网络理论来解决。解析法是根据流体网

络的基本定理建立数学方程组, 求解方程组, 得到 准确解。图解法是根据图论中的基本理论和算法对 流体网络进行分析和研究。数值解法根据一定的数 值算法求出满足精度要求的近似解^[1]。这些建模过 程虽然分析问题的角度不一样,但都是从机理分析 入手, 进行大量的数学计算后获得流体网络模型, 虽然能够在一定程度上反映网络中压力和质量流 量的变化,但是这样的模型很难直接作为优化控制 算法的研究对象进行控制器结构和参数设计,至少 还需要进一步辨识或者根本就无法提供具体的数 学解析模型。本文受图论建模理论启发,利用信号 流图建立流体网络模型,描述流网中节点压力和质 量流量变化,信号流图的使用可以很方便的获得网 络中任意节点间传递函数形式的数学模型,为设计 流体网络的控制器提供模型基础和依据。并且当流 体网络节点较多时引用有向图理论,设计了一种流 体网络导纳矩阵的简化计算方法。

1 信号流图描述的流体网络

流体网络建模要求能够反映管网中各点的压 力以及节点间质量流量的变化,而对于多相流内部 的微观过程可以忽略。

流体网络根据其组成元素的特点可以分成两 大类,设备和设备间的连接管道。

信号流图也主要由两种元素构成,节点和支路,如图1所示。



图 1 信号流图

节点用来描述系统中的变量,如图 1 中的 x₁, x₂, x₃, x₄和 x₅,支路是连接 2 个节点变量间的有 向线段,其中支路的方向由箭头确定,信号不可以 逆箭头方向传递,支路上方的字母 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* 代 表支路的增益,用来描述 2 个变量间的关系^[2]。

根据对信号流图的描述以及流体网络构成元 素的定义,可以用节点和支路去描述设备和设备间 的连接管道,不过双方间不存在绝对的对应关系,即设备并不只对应节点,也有可能用支路描述,设备间的管道并不只对应支路,也有可能用节点表示。对应表示时,约定如下^[2]:

(1)节点描述流体网络中的一类设备,主要是 能够正确反映设备处的压力变化,节点处忽略流体 的压缩过程,如泵,风机等。

(2) 节点描述设备间的一类连接管道,管道阻 力较大,管道上的压力会发生变化,通过增加节点 来计算变化的压力。

(3) 支路描述设备间的一类连接管道,体现管 道上的质量流量变化,忽略压力变化。

(4) 支路描述一类设备,比如阀门等,主要 影响管道质量流量变化,压力变化可以转移到节 点计算。

2 节点压力计算

信号流图中节点有3类,源节点、汇节点和混 合节点,流体网络模型建立过程中,源节点、汇节 点对应系统的边界条件,通常是大气,固定参数的 流体等。混合节点的计算较为复杂,要考虑进入节 点和流出节点支路以及节点上下游对节点压力的 影响。

节点处的质量守恒方程如下^[3]:

$$\frac{\mathrm{d}m_i}{\mathrm{d}t} = \sum q_{mj} + q_{m,\mathrm{ext}} \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}m_i}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(V_i \times \rho_i)}{\mathrm{d}t} = V_i \left(\frac{\partial \rho_i}{\partial p_i} \times \frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i}{\partial T_i} \times \frac{\partial T_i}{\partial t}\right) \quad (2)$$

其中, m_i 为节点 i 中的流体质量; q_{mj} 为进出节点 i的支路质量流量,定义进入节点的质量流量为正, 流出节点的质量流量为负; q_{mext} 为进出节点 i的额 外质量流量,做节点特性修正用,其正负取值同 q_{mj} ; V_i 为节点 i的体积; ρ_i 为节点 i 中流体的密度; p_i 为节点 i 的压力; T_i 为节点 i 的温度。

节点间管路长度是恒定的,节点的容积可以认 为是恒定的,流体密度随压力和温度而变化,忽略 温度变化对密度的影响。

http://www.china-simulation.com

第28卷第5期	系统仿真学报	Vol. 28 No. 5
2016年5月	Journal of System Simulation	May, 2016

$$c_{i} \frac{\mathrm{d}p_{i}}{\mathrm{d}t} = \sum q_{mj} + q_{m,\text{ext}}$$

$$c_{i} = V_{i} \frac{\mathrm{d}\rho_{i}}{\mathrm{d}p_{i}}$$
(3)

其中, c_i 密度随压力的变化可以看做是工质的压缩 能量,对于不可压缩流体 $d\rho_i / dp_i = 0$,对于一般流 体可认为其压缩系数接近于 0 的小数即可^[4]。

流量和管道进入口差压的方程如下[4-5]:

$$q_{mj} = C_{sm} \cdot \sqrt{\Delta p} \tag{4}$$

其中, C_{sm} 为管道的导纳,反应管道的流通阻力, Δp 是管道进出口差压,该方程是一个非线性方程, 利用泰勒级数展开 $q_{mj} = q_{mj0} + \frac{dq_{mj}}{dt} \bigg|_{q_{mj0}} (\Delta p - \Delta p_0)$ 。

定义初始条件为 0, 忽略高次项以后,

$$q_{mj} = B_{sm} \cdot \Delta p$$
 (5)
 $B_{sm} = \frac{C_{sm}}{\sqrt{\Delta p}} \bigg|_{0} = \frac{dq_{mj}}{dt} \bigg|_{q_{mj0}}$

*B_{sm}*为线性化后的导纳,简称线导,(3)式线性 化后获得新的方程,不考虑进出节点的额外质量 流量,

$$c_i \frac{\mathrm{d}p_i}{\mathrm{d}t} = \sum B_{sm} \Delta p_m - \sum B_{sn} \Delta p_n \tag{6}$$

 B_{sm} 为进入节点的支路线导, B_{sn} 为流出节点的 支路线导,定义 p_j 上游节点压力, p_k 下游节点压力, $p_j > p_i > p_k$,

$$c_i \frac{\mathrm{d}p_i}{\mathrm{d}t} = \sum B_{sm}(p_j - p_i) - \sum B_{sn}(p_i - p_k) \qquad (7)$$

定义p_i为节点上一时刻压力,式(7)变为,

$$c_{i} \frac{p_{i} - p_{i}'}{dt} = \sum B_{sm}(p_{j} - p_{i}) - \sum B_{sn}(p_{i} - p_{k}) \quad (8)$$

拆开后,整理得到,

$$c_{i} \frac{p_{i} - p_{i}'}{\mathrm{d}t} = \sum B_{sm} p_{j} - \sum B_{sm} p_{i} - \sum B_{sn} p_{i} + \sum B_{sn} p_{k}$$
(9)

合并相似的项,

$$c_{i} \frac{p_{i}}{dt} + \sum B_{sm} p_{i} + \sum B_{sn} p_{i} =$$

$$c_{i} \frac{p_{i}'}{dt} + \sum B_{sm} p_{j} + \sum B_{sn} p_{k}$$
(10)

进一步整理,获得节点压力 p_i的计算公式:

$$p_{i} = \frac{c_{i} \frac{p_{i}'}{dt} + \sum B_{sm} p_{j} + \sum B_{sn} p_{k}}{\frac{c_{i}}{dt} + \sum B_{sm} + \sum B_{sn}}$$
(11)

很明显,节点压力 *p*_i是由节点上一时刻压力的变化率和节点上下游压力决定。

3 流体网络的分段模型

针对网络结构,根据式(11),节点压力由上下 游压力决定,计算时从边界的汇节点或者源节点开 始,逐级获得节点的压力模型,式(11)可以利用欧 拉法变换成差分方程的形式,通过迭代计算实现计 算机对流体网络的仿真。

压力计算过程中,管道流量和差压是非线性的 关系,非线性系统线性化利用在静态工作点附近的 泰勒级数展开,也就是利用不同工作点附近的线性 模型组合去逼近非线性过程。

以图 2 所示的流体网络为例,建立其信号流图 描述的流网模型如图 3。



节点 x₁, x₂ 是源节点, 节点 x₈ 是汇节点, 是 系统的边界条件, 节点 x₃, x₄, x₅, x₆, x₇ 是混合 节点。假设流体网络的边界是常参数, 压力 0.1 Mpa, 根据(7)式, 节点 x₇ 的压力计算如下,

http://www.china-simulation.com

$$c_{7} \frac{\mathrm{d}p_{7}(t)}{\mathrm{d}t} = B_{5,7}[p_{5}(t) - p_{7}(t)] + B_{6,7}[p_{6}(t) - p_{7}(t)] - B_{7,8}[p_{7}(t) - p_{8}(t)] - B_{7,3}[p_{7}(t) - p_{3}(t)] - B_{7,4}[p_{7}(t) - p_{4}(t)]$$
(12)

对(12)式,进行零初始条件下的拉氏变换,整 理后,

$$p_{7}(s) = \frac{B_{5,7}p_{5}(s) + B_{7,3}p_{3}(s) + B_{7,8}p_{8}(s) +}{C_{7}s + B_{5,7} + B_{7,3} +} \rightarrow \frac{B_{7,4}p_{4}(s) + B_{6,7}p_{6}(s)}{B_{7,8} + B_{7,4} + B_{6,7}}$$
(13)

根据式(13),可以看出影响 x₇节点压力的因素 包括与其有连接关系的上下游节点 x₃, x₄, x₅, x₆, x₈的压力以及相邻节点间的支路线导,并且上下游 任意相连节点对于本节点的压力影响呈现一阶惯

$$\begin{bmatrix} p_3(s) \cdot (C_3s + B_{1,3} + B_{7,3} + B_{3,5}) \\ p_4(s) \cdot (C_4s + B_{2,4} + B_{7,4} + B_{4,6}) \\ p_5(s) \cdot (C_5s + B_{3,5} + B_{5,7}) \\ p_6(s) \cdot (C_6s + B_{4,6} + B_{6,7}) \\ p_7(s) \cdot (C_7s + B_{5,7} + B_{7,3} + B_{7,8} + B_{7,4} + B_{6,7}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{1,3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

可以简记为*S* = *AP*,通过分析,该方程具有以下特点:

(1) 系数矩阵 A 呈稀疏矩阵的态势,矩阵的行数是信号流图模型中混合节点的个数,矩阵的列数 是信号流图中总节点的个数。

(2) 矩阵 A 中,对于位置 A_{ij}出现零元素,表示 节点 x_i和 x_j之间没有管路连接,非零元素,描述的 是节点 x_i和 x_j之间的管路线导。因此,根据该描述, 可以很容易得到一个普通流体网络的系数矩阵。

(3) 方程左边,各项的系数形式统一如下:
$$s \times C_i + \sum A_{ij}$$
 (20)

性的特征。

同理,节点(3),节点(4),节点(5),节点(6)的 压力计算如下:

$$p_3(s) = \frac{B_{1,3}p_1(s) + B_{7,3}p_7(s) + B_{3,5}p_5(s)}{C_3s + B_{1,3} + B_{7,3} + B_{3,5}}$$
(14)

$$p_4(s) = \frac{B_{2,4}p_2(s) + B_{7,4}p_7(s) + B_{4,6}p_6(s)}{C_4s + B_{2,4} + B_{7,4} + B_{4,6}}$$
(15)

$$p_5(s) = \frac{B_{3,5}p_3(s) + B_{5,7}p_7(s)}{C_5 s + B_{3,5} + B_{5,7}}$$
(16)

$$p_6(s) = \frac{B_{4,6}p_4(s) + B_{6,7}p_7(s)}{C_6s + B_{4,6} + B_{6,7}}$$
(17)

网络模型可以用矩阵的形式表示:

*C*_i 为节点的压缩系数,对于不可压缩流体 *C*_i=0,对于一般流体可认为其压缩系数接近于0的 小数即可,另外通过实验表明,节点压力的变化速 率和 *C*_i是反比的关系。∑*A*_{ij}是系数矩阵 *A* 中对应 节点行的元素之和。

(4) 通过压力节点的计算式,节点压力线性化以后可以认为是有上下游压力作用叠加而成,并且上下游压力对当前节点的影响体现一阶惯性对象的特性,从理论上验证了(3)中给出的实验结论, 节点压力的变化速率和 C_i是反比的关系。

4 导纳矩阵计算

在上述模型中,模型结构已经确定,但是还有 一个主要的参数,反映管道流通能力的导纳还没有 给出明确的计算方法。导纳最常用于电力电子学, 定义为阻抗的倒数。电网络潮流计算中常用到导纳

http://www.china-simulation.com

第 28 卷第 5 期	系统仿真学报	Vol. 28 No. 5
2016年5月	Journal of System Simulation	May, 2016

矩阵^[6-7],电网络中的导纳和流体网络中的导纳异曲同工。

在流体网络中,不管是否存在有节流作用的阀 门,管道阻力都是非线性的。利用静态工作点附近 线性化去描述模型的非线性过程,因此导纳计算关 键是确定不同静态工作点的导纳。

在某个静态工作点处,导纳计算通常采用两种 方式,一种是工程实验法,另外一种是利用计算机 求导纳矩阵的数值解。

(1) 工程实验法

借助实验或历史数据选择典型工况点,比如根据某一支路流量,差压数据,可以计算导纳数值, 见表1所示。

表1 全工况支路流量,差压对应数据

工况点/	差压 Δp/		松巳ヵ	流量
%	Мра	守纳 C _{sm}	线守 B _{sm}	$q_{m/j}(kg/h)$
20	10 000	0.8	11 180	12 500
40	50 000	0.65	62 017	76 923
60	70 000	0.5	98 995	140 000
80	100 000	0.3	182 581	333 333
100	105 000	0.1	332 068	1 050 000

相邻工况点之间利用插值法确定导纳值。

根据上述的实验推导,流体网络整体非线性模型可以用分段线性模型描述,各个分段模型形式 由前面给出的矩阵定义,其中的导纳系数由差值 法获得。

(2) 导纳矩阵数值解

导纳矩阵呈现稀疏矩阵的态势,对于稀疏矩阵的数值解,很多研究人员做了卓有成效的工作^[8-9], 较为成熟的方法有,高斯消去法,柯朗消去法,高 斯-约当消去法等。这些方法均是利用计算机求取 稀疏矩阵的数值解,其中高斯消去法,大家最为熟 悉,求解过程中需要解决的关键问题如下^[10]:

①稀疏矩阵求解过程的存储问题,很多学者通 过引入十字链表实现内存的动态管理^[10-11];

②消去过程中的主元素和舍入误差的选择^[8];

③消去策略^[12]以及回代策略,目的是在保证 计算精度上的基础上进一步减少计算量。 利用计算机求解稀疏矩阵的技术相对成熟,但 是其计算往往都是离线的形式,很难保证在实时仿 真过程中在线计算导纳矩阵。并且其求解过程枯燥 乏味,较难理解。

近些年随着图论理论的发展壮大,有向图理 论^[13]被应用于求解稀疏矩阵,通过图去解释求解 过程,和本文的主题信息暗合,更加便于理解导纳 的概念。

导纳稀疏矩阵 *A* 比起一般意义的稀疏矩阵, 其结构相对特殊,非零元素和零元素互相连续,并 且具备明显的分界线,这种结构的稀疏矩阵 *A* 被 定义成块三角结构^[14]。

令 n_1, n_2, \dots, n_k 是自然数,且有 $n_0 = 0$, $n_k = n$ $n_0 < n_1 < n_2 < \dots < n_k$,称子矩阵 $A^{(p)} = [a_{i_p, j_p}]$, $(n_{p-1}+1 \le i_p, j_p \le n_p)$ 为主块,如果位于矩阵A主 块下的每一个元素为零,则称A有块三角结构矩阵。

块三角结构稀疏矩阵求解过程:

①判别稀疏矩阵 A 是否完全满足块三角结构, 如果不满足,对 A 矩阵进行置换。如果 A 中存在块 三角结构,先求解线性方程组 $A^{(p)}x^{(p)} = b^{(p)}$,其中 $x^{(p)}(b^{(p)})$ 是向量 x 中最后的 n_p 个坐标构成的向量。

②对于不满足块三角结构的部分,通常认为矩阵 A 的块三角结构是隐藏的,通过某些行和列的置换,可以将其变成一个具有块三角结构的矩阵。将 A 的非零元素替换为 1,得一个(0,1)的矩阵 B。

③构造顶点集为{*v*₁,*v*₂,…,*v_n*}的有向伪图 *D*, 使得 *B* 是 *D* 的相邻矩阵。找出 *D* 的强分支,如果 *D* 是强的,则矩阵 *B* 没有隐藏的块三角结构。如 果 *D*不是强的,设 *D*₁,*D*₂,…,*D_p* 是 *D*的强分支,找 到{1,2,…,*n*}的一个置换π,使得

 $V(D_i) = \{v_{\pi(n_i+1)}, v_{\pi(n_i+2)}, \cdots, v_{\pi(n_i+n)}\}$

这个置换给出了矩阵 **B** 的隐藏块三角结构。 使用置换π来变换A 的行和列以及x和b的坐标。

④重复②,③,直到求解出全部的导纳矩阵A。
 很显然,有向图理论用块的概念去完成高斯消去,其效率要比单纯使用高斯消去法高很多。

第 28 卷第 5 期 2016 年 5 月

5 仿真实验

针对图 2 的流体网络模型,利用仿真支撑平台 搭建流体网络,如图 4。

其中 SFPNODE 模块代表压力节点算法, SFFLOW 模块代表支路算法。SFPNODE 模块输入 分别是对应支路的上下游压力和支路线导,计算节 点压力,SFFLOW 模块输入是上下游压力差,以 及对应支路导纳,计算支路流量和支路线导。前面 提到的导纳矩阵计算结果通过 SFFLOW 模块的导 纳输入引脚引入。



图 4 模块化仿真模型

不同静态工作点,求取对应的导纳矩阵 A,对 于某个确定的支路,其工况的判断完全可以由支路 上的阀门,泵或者风机的出力确定,比如支路上有 阀门,可以根据阀门的开度定义静态工作点,如果 有泵,可以根据泵的出力定义静态工作点。将导纳 矩阵 A 变换成(0,1)形式以后,

	1	0	0	0	1	0	1	0
	0	1	0	0	0	1	1	0
A =	0	0	1	0	0	0	1	0
	0	0	0	1	0	0	1	0
	0	0	1	1	1	1	0	1

显然在矩阵 **A** 中存在不满足块三角结构的部分,对其进行块三角结构稀疏矩阵处理,获得对应工况点下导纳矩阵 **A**。填写入流体网络模型中。

在 100%工况点,将 i 支路的导纳减小 30%(模 拟 i 支路上阀门开度从 100%关小到 70%),各主要 压力点的变化趋势如图 6 所示。



本文借助于信号流图去描述流体网络,建立流

http://www.china-simulation.com

第 28 卷第 5 期	系统仿真学报	Vol. 28 No. 5
2016年5月	Journal of System Simulation	May, 2016

体网络模型,并进一步推导了相邻节点间局部支路 的传递函数表现形式,给出了用矩阵表示的不同工 作点附近的局部模型,并讨论了工作点上的导纳矩 阵计算方法,有向图完成高斯消去比单纯利用高斯 消去求解稀疏矩阵,效率要提高很多。此外信号流 图建立流体网络模型的优势还在于,可以借助于梅 森公式进一步推导任意不相邻节点间的数学模型, 丰富了流体网络的研究方法,为后续控制优化算法 获取提供理论模型支撑。

参考文献:

- 隋金雪,杨莉.复杂流体网络的分析与控制 [M].北 京:电子工业出版社,2013.
- [2] 张悦,韩璞,陈文颖.基于信号流图的流化床锅炉风烟系统建模研究 [J].动力工程学报,2014,34(7): 524-528.
- [3] 侯升平,陶智,韩树军,等. 非稳态流体网络模拟新方法及其应用 [J]. 航空动力学报,2009,24(6): 1253-1257.
- [4] 高建强. 大型循环流化床锅炉实时仿真模型与运行特 性研究 [D]. 保定: 华北电力大学, 2005.
- [5] 蔡锴,陈启卷,王建梅,等.超临界锅炉风烟系统的流

体网络动态数学模型 [J]. 动力工程, 2009, 29(2): 134-138.

- [6] 彭谦, 姜彤, 杨以涵. 应用导纳矩阵方程的配电网状 态估计迭代算法 [J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(19): 65-68.
- [7] 艾琳, 姜彤, 杨以涵. 基于节点导纳矩阵形式的在线
 电压稳定分析 [J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(22):
 51-56.
- [8] R P 梯华森. 稀疏矩阵 [M]. 北京: 科学出版社, 1981, 1-3.
- [9] 张德荣, 王新民, 高安民. 计算方法与算法语言 [M]. 北京: 人民教育出版社, 1981.
- [10] 林首位,徐宏,侯华,等.大型稀疏矩阵线性化方程组的数值解法 [J].华北工学院学报,2002,23(4): 265-269.
- [11]董朝霞, 赵强. 一种导纳矩阵动态存储的实用方法 [J]. 昆明理工大学学报, 2002, 27(3): 67-70.
- [12] 彭武建. 基于 LGO 的大型稀疏线性方程组的消"元"法[J]. 高等学校计算数学学报, 2014, 36(2): 159-166.
- [13] 周苏荃. 半不定导纳矩阵及其应用 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 1992, 24(6): 38-44.
- [14] J 邦詹森, G 古廷. 有向图的理论、算法及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 191-193.