Journal of System Simulation

Volume 28 | Issue 5

Article 15

7-3-2020

Chimera Grid Methods Applied in Astronautics Aerodynamic Problems

Yuan Wu

Supercomputting Center, Computer Network Information Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

Follow this and additional works at: https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal

Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Chimera Grid Methods Applied in Astronautics Aerodynamic Problems

Abstract

Abstract: Structured chimera grid method has been considered as the most applicable technology to solve aerodynamic problems of multi-component configuration aircraft at current stage. Therefore, by using structured chimera technology and CFD method, two typical aerodynamic problems of conventional tactics missile configuration with rudder deflection were thoroughly investigated: *i*) a simple and practical linear modification model for micro unsymmetry configuration was proposed which could effectively reduce the range of error and eliminate its skewness properties caused by asymmetric separation vortex, while the traditional method introduced lateral aerodynamic error in data transformation; *ii*) 3-tunnel linear adding model was investigated and the research shows that linear model's error was mainly caused by the sharing rudder's nonlinear performance, and the coupling losses of the steerage has also been quantitatively evaluated.

Keywords

CFD, chimera grid, aircraft, multi-body aerodynamics

Recommended Citation

Yuan Wu. Chimera Grid Methods Applied in Astronautics Aerodynamic Problems[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(5): 1109-1116.

第28卷第5期 2016年5月

结构重叠网格方法在航天气动问题中的应用

袁武 (中国科学院计算机网络信息中心超级计算中心,北京 100190)

摘要: 结构重叠网格方法是现阶段研究多部件构型飞行器气动问题最有工程价值的网格技术。采用 重叠网格技术和计算流体力学方法,研究了常规战术导弹在有舵面偏转条件下遇到的 2 个典型气动 问题: 1)研究了小不对称外形,指出传统方法在数据变换时会引入横侧向气动误差,提出了一种简 单实用的线性修正模型,数值结果表明修正模型能有效缩小误差范围,消除由不对称分离涡引入的 偏态分布误差; 2)研究了通道线性送加模型,分析模型误差的主要来源是联合控制时共用舵面的舵 效非线性,大舵偏俯仰通道易对小舵偏滚动通道形成干扰,定量评价了滚动通道的舵效耦合损失。 关键词: 计算流体力学 重叠网格 飞行器 多体气动问题 中图分类号: V211.3 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2016) 05-1109-08

Chimera Grid Methods Applied in Astronautics Aerodynamic Problems

Yuan Wu

(Supercomputting Center, Computer Network Information Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Structured chimera grid method has been considered as the most applicable technology to solve aerodynamic problems of multi-component configuration aircraft at current stage. Therefore, by using structured chimera technology and CFD method, two typical aerodynamic problems of conventional tactics missile configuration with rudder deflection were thoroughly investigated: *i*) a simple and practical linear modification model for micro unsymmetry configuration was proposed which could effectively reduce the range of error and eliminate its skewness properties caused by asymmetric separation vortex, while the traditional method introduced lateral aerodynamic error in data transformation; *ii*) 3-tunnel linear adding model was investigated and the research shows that linear model's error was mainly caused by the sharing rudder's nonlinear performance, and the coupling losses of the steerage has also been quantitatively evaluated.

Keywords: CFD, chimera grid, aircraft, multi-body aerodynamics

引言

计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)是一门涉及流体力学、数理方程、计算数学 和计算机科学等知识的交叉学科,近三十年来,由



收稿日期:2014-12-26 修回日期:2015-05-20; 基金项目:国家自然科学基金青年基金(11502267); 作者简介:袁武(1982-),男,湖南邵阳,博士,助 理研究员,研究方向为计算流体力学、重叠网格技 术、非定常流动问题数值模拟等。 于数值算法和硬件能力的迅速发展,以及航空航天 等领域迫切需求的牵引,CFD 在基础理论和工程 实践上都取得了令人瞩目的成就和丰硕的成果。在 航空航天领域中,多体气动问题一直是研究的热点 和难点,依靠传统的研究方法如风洞试验和飞行试 验,很难开展详细研究、获取精确数据,CFD 已 经成为设计人员研究这类问题的基本手段,但是一 些关键技术还制约着 CFD 对这类问题的更深入研 究和应用,其中就有鲁棒性高、自动化程度高、能

第 28 卷第 5 期	系统仿真学报	Vol. 28 No. 5
2016年5月	Journal of System Simulation	May, 2016

够适应任意复杂边界的网格技术。

结构网格是目前工程界最常使用的网格技术, 与结构网格相比,其它复杂网格技术如非结构网 格、笛卡尔网格、弹性网格、混合网格等,普遍存 在计算方法不成熟,精度、效率或鲁棒性差等缺点, 但结构网格的主要缺陷就是对复杂外形构造空间 拓扑难度大,无法自动化生成。

重叠网格方法既拥有结构网格逻辑关系简单、 计算技术成熟、流场解算精度高、效率高、粘性模 拟能力强等优点,更弥补了结构网格对复杂拓扑适 应能力差的缺陷,极大地降低了网格生成的难度, 因而在国内外研究和发展非常迅速^[1-2]。迄今,国 外发展的重叠网格程序及软件有 PEGASUS^[3], SUGGAR^[4], BEGGAR^[5]等。PEGASUS 是结构网 格重叠程序, SUGGAR 包括了结构/非结构网格/ 混合网格重叠功能, BEGGAR 则集成了网格重叠、 CFD 求解器和后处理模块。国内方面,中国空气 动力研究与发展中心^[6]、北京航空航天大学^[7-8]等 在结构重叠网格基础理论研究上开展了持续研究, 形成了一些有工程实用价值的重叠网格代码。此 外,在工程领域广泛使用的一些商业软件,如 CFD++、FASTRAN 等也具备网格重叠功能,但在 性能上比之专业代码尚有不足。

本文研究的2个航天工程问题,是典型的多部 件构型飞行器气动问题,各个部件之间有较强的非 线性气动干扰作用。采用重叠网格技术和 CFD 方 法研究该类问题,优势在于:

一方面,有舵面偏转的导弹模型拓扑复杂,直 接生成结构网格困难,网格易因"剪刀缝"等拓扑奇 点而质量下降,此外每个舵偏状态都需要重新生成 网格,人工工作量很大。采用重叠网格方法,则分 别生成初始的弹体网格和舵面网格,不同舵偏状态 只需要刚性旋转原舵面网格,网格质量容易保证, 且人工干预少;

另一方面,结构重叠网格的计算方法成熟,计 算精度高,可以精确、定量的研究干扰级别的气动 参数,并且与风洞试验相比,能给出细致的流场描 述、方便获得任意部件的气动性能,便于深入分析 机理。此外,开展大量验证性风洞试验,耗资较大、 周期较长,而 CFD 则十分方便、快捷、经济。

1 数值方法和计算模型

1.1 重叠网格技术

重叠网格(Chimera Grid),也称覆盖网格 (Overlapping Grid)、嵌套网格(Overset Grid),其基 本思想是将计算区域划分为多个相对简单的子区 域,各子区域独立生成网格,子区域之间存在相互 重叠、嵌套或覆盖关系,流场信息通过插值进行匹 配和耦合。重叠网格放宽了网格拓扑要求,极大降 低了网格生成的难度,易于生成高质量网格;由于 网格是刚性固联于物体上,在物体运动过程中只需 重新构建重叠关系,故能保留初始网格质量(正交 性、光滑性)。因此,重叠网格方法被广泛应用于 各种复杂构型和多体气动问题模拟,在国内外研究 和发展非常迅速,显示出独到优势。

以空间中五球体为例,说明本文建立结构重叠 网格的基本步骤。

1) 对每个球体分别生成彼此覆盖的初始网 格,见图 1(a);

2) 落入物面内部的网格点在流场计算中无实际意义,因此需要将这部分网格点屏蔽掉,一般记为"洞内点",以区别于参与流场计算的网格点即 "洞外点"。人们将标识洞内点的过程形象地称为 "挖洞",挖洞的结果即产生紧密围绕洞内点的初始 洞边界,见图 1(b);

3) 挖洞产生的初始洞边界一般贴近物面,使 网格重叠区域庞大,同时插值区流场梯度很大。希 望能将插值区从物面附近移开,以避免插值对流场 计算的不利影响,因此在挖洞结束后需要对洞面 进行优化,比较有代表性的洞面优化技术是割补 法^[9],见图 1(c),(d),通过洞边界点的离散运动, 经切割和填补两个阶段改善洞面质量。在洞面优化 过程中,还需要通过寻点技术大量查找网格贡献单 第 28 卷第 5 期 2016 年 5 月

元,以确定洞面点在其它网格中的位置;

4) 洞面优化结束后,将洞边界和紧邻的一层 洞内点转换为插值边界,见图 1(e),用于各子区网 格的信息交换。最后将插值点和插值系数等信息导 入 CFD 求解器,就可以进行流场计算了。



本 文 方 法 及 相 应 的 重 叠 网 格 软 件 系 统 MI-GRID,在国内航空航天领域 CFD 软件市场上 占据重要份额,也是目前国内工程领域实用性最强 的重叠网格软件系统之一,经国内航空航天领域多 个型号单位和工程项目检验,在处理复杂多体问题

上获得了广泛好评,解决了大量火箭级间分离、抛

壳抛罩、子母弹抛撒等航空航天工程问题。下文展示了由本文方法完成的两个研究性质算例,便于读者理解重叠网格方法及其性能:

1) 二维翼型 30P30N 低速流动问题^[10]。计算 条件为: Ma=0.2, Re=9×10⁶, α=4°。缝翼、 主翼及襟翼均采用 O 型拓扑保证网格正交性,缝 隙间网格进行加密以模拟局部流动细节。图 2(b) 中网格重叠边界处马赫线光滑过渡,襟翼与主翼后 缘脱出的剪切层清晰可见,图 2(c)为翼面压力系数 计算结果,与实验值吻合较好。



2) 大型捆绑式运载火箭 Titan IV 超音速流动问题^[11]。计算条件为: Ma=1.6, Re=1.1×10⁷, α=0°,因流动条件对称故使用半模计算。图 3(a) 中网格重叠边界整齐、重叠形式合理,流场等值线 在重叠区域衔接光滑,流场结构清晰。图 3(b)是芯 级中心线压力分布与实验的比较,两者吻合较好, 但风洞实验中,芯级与助推级间存在连接机构,所 以实验数据的峰值点在该处略高。 第28卷第5期 2016年5月





上述算例及下文研究中,CFD 求解的控制方 程为流体力学基本方程组 Navier-Stokes 方程,其 守恒形式在一般曲线坐标系下由式(1)描述:

$$\frac{\partial (J^{-1}Q)}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \zeta} = \frac{Ma}{Re} \left(\frac{\partial \hat{F}_{\nu}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}_{\nu}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{H}_{\nu}}{\partial \zeta} \right)$$
(1)

式中守恒变量 $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e)'$, $\hat{F}, \hat{G}, \hat{H}$ 为 对流项无粘通量, $\hat{F}_v, \hat{G}_v, \hat{H}_v$ 为粘性通量。采用有 限体积法对控制方程进行离散, 对流项空间离散采 用 AUSM+格式, 以及 MUSCL 插值和 Van Albada 限制器用于获得二阶精度; 时间离散采用 LU-SGS 隐式计算方法; 湍流模型采用 Spalart-Allmaras 模 型。计算收敛性取残差下降 4~5 个量级。数值方法 的详细介绍见文献[12]。

1.2 计算模型

计算模型选取一般外形的战术导弹,四片尾舵 呈十字布局,两根电缆罩斜置,与对称面夹角 30°, 见图 4,导弹采取三通道控制,俯仰通道偏转 II 舵 和IV 舵,偏航通道偏转 I 舵和III 舵,滚动通道偏转 I,II,III,IV 舵,各通道控制舵偏转方向以正 舵偏产生负的控制力矩为准。

弹体和尾舵各自生成结构网格,弹体网格约 360万,单个控制舵约52万,网格雷诺数小于50。 网格重叠结果见图5,可见重叠边界整洁,重叠形 式合理。

仿真条件取弹道特征点,飞行高度为10km, 飞行马赫数为3.5。研究中还需要考虑总攻角、气 动滚转角和三通道舵偏角的变化,具体取值在下文 各实例中均有表述。



图 4 一般外形战术导弹模型



图 5 网格拓扑及重叠结果示意

第 28 卷第 5 期 2016 年 5 月

2 小不对称气动问题

本文研究的第一个气动问题是小不对称气动 问题。大多数现代导弹具有轴对称气动布局,但弹 体上有各种形式的突起物,例如控制部件的电气和 液压通路(电缆罩)、无线电通讯的天线整流罩等, 使气动布局接近轴对称而不完全相等。研究表明, 即使是很小的轴不对称也会影响导弹的空气动力 学特性,特别是横侧向气动性能。

图 6 分别给出了有/无电缆罩时沿弹轴发展的 各截面流场,计算条件为高度 10 km、马赫数 3.5、 攻角 8°。由图可知,在导弹迎风区域,由于流体 能量较高,流动绕电缆罩后能较快附着,两种模型 局部流场差异较小;而背风区域特别是弹体后段, 横向绕流结构有较大区别,电缆罩使背风流动呈明 显不对称分离,使尾舵附近流动环境发生改变。



航天型号部门在策划风洞试验时,需要考虑导 弹的轴对称性质,以便通过数据变换减少试验车 次。以俯仰通道为例,试验车次中气动滚转角取 φ∈[0,π/2],其余车次由已有车次根据气流指向 和弹体相对关系变换得到,对应车次的舵偏极性相 反,见图 7,变换的六分量气动数据中,法向力系 数 C_n、滚动力矩系数 C₁和俯仰力矩系数 C_m符号 相反,其余分量不变。



图 7 俯仰通道直接变换模型

由于斜置电缆罩影响,导弹的轴对称性质并不 严格成立,直接变换的实际效果是电缆罩出现错 位,图 8 中由车次 e 推导车次 b 时,横侧向气动性 能将有较大差别。作者在某型号导弹风洞试验方案 设计时,采取的做法是通过多状态的线性组合,以 消除电缆罩与弹体相对位置不匹配的影响,如图 8 所示,第二象限数据(车次 b, c, c 是零舵偏车次) 由第一象限数据(车次 e, f)直接变换得到,车次 b, c 经线性减,剩余舵面的气动增量,再迭加至对应 零舵偏车次 d,即获得目标状态气动性能。



通过数值计算对该修正模型进行详细验证, 计算 条件为: 总攻角 $AOA \in [0, 28^\circ]$, 俯仰舵偏角 $\sigma_n = \pm 15^\circ$, 气动滚转角 $\phi \in [0,\pi]$ 。作为对比验证,分别计算了 ①第二象限数据即 $\phi \in [\pi/2,\pi]$;②由第一象限即 $\phi \in [0, \pi/2]$ 经直接变换推导第二象限数据;③由第 一象限经修正变换推导第二象限数据。其中②-① 和③-①分别表示直接变换模型和修正模型产生的 误差项。图 9 是按 AOA 分组绘制的三分力矩误差 项箱线图,统计量是模型数据减去计算值后剩余, 即模型误差,标识后缀 Di 表示直接变换模型, Mo 表示修正模型,由图可知:修正模型能明显改善数 据精度,对数据散布度、异常值和偏态分布均有较 好修正效果, 表现在修正模型误差分布中, 中位数 均在零附近、极差范围缩小一个量级、异常点数 量减少等;此外,在大攻角时直接变换模型的三 分力矩误差散布较大且呈明显偏态,符合大攻角 时斜置电缆罩易产生不对称分离涡的流动机理, 修正模型则很大程度上消除了这一特性。

第28卷第5期 2016年5月



3 通道线性迭加模型

本文研究的第 2 个气动问题是通道线性迭加 模型。飞行器的姿态运动分为俯仰运动、偏航运动 和滚动运动,因此通常将控制系统设计成相应的 3 个独立回路,称通道,每个通道控制和稳定一种姿 态运动。地面仿真使用的气动数据一般是按单通道 提供,因此对三通道气动数据的使用,必须通过一 个数据模型来实现。工程上广泛使用的线性迭加模 型可以表述为:对某飞行状态下,静态气动系数可 由零舵偏的基本量,和 3 个通道的控制量迭加近 似,广义气动系数 *C*_K写为:

$$C_{K} = C_{K}(Ma, \alpha, \beta, \delta = 0) + \sum_{\delta = \delta_{p}} \Delta C_{K}(Ma, \alpha, \beta, \delta_{p}) + \sum_{\delta = \delta_{y}} \Delta C_{K}(Ma, \alpha, \beta, \delta_{y}) + \sum_{\delta = \delta_{r}} \Delta C_{K}(Ma, \alpha, \beta, \delta_{r})$$
(2)

通道线性迭加模型因其算法简单、易于实现的 优点在工程研制中得以广泛使用,但该模型无法描 述由通道耦合产生的非线性气动特性,需要对这部 分误差进行定性或定量的评估。 首先探讨非线性误差项来源,线性模型中忽略 了各项交叉干扰,包括舵效干扰、舵间干扰和舵体 干扰等,其中舵效干扰是主要部分:控制量或称舵 效在小舵偏范围时,与舵偏角有良好线性关系,而 大舵偏时呈非线性,如果两个通道分配到该舵面上 的舵偏角均较小,迭加后的控制量亦遵从线性关 系,否则将产生非线性增益。以两通道迭加为例, 令各舵面偏转角为 $\sigma_n | n = 1 \sim 4$,单位舵效为 $\Delta C_{k,n}$, 则单通道和组合通道控制量分别为:

$$\Delta C_{K,ch1} = \sum_{n=1}^{4} \Delta C_{K1,n} \delta_{n,ch1}$$
$$\Delta C_{K,ch2} = \sum_{n=1}^{4} \Delta C_{K2,n} \delta_{n,ch2}$$
$$\Delta C_{K,ch(1\&2)} = \sum_{n=1}^{4} \Delta C_{K1\&2,n} (\delta_{n,ch1} + \delta_{n,ch2})$$

当 $\Delta C_{k1,n} = \Delta C_{k2,n} = \Delta C_{k1\&2,n}$ 即联合控制中各 舵面均在线性区内偏转,且单位舵效与原单通道相 等时,则线性模型不产生非线性误差。显然这一条 件在很多情况下是难以满足的。

下文具体讨论控制系统最为关注的俯仰/滚动 通道耦合问题。分别对单通道和组合通道开展计算 以便对比分析,计算参数范围包括: $AOA \in [0,28^\circ]$, $\phi = 0$, $\sigma_p = -15^\circ$, $\sigma_r = \pm 3^\circ$ 。图 10 是联合控制 时线性迭加模型产生的误差项分析,可知两升降舵 即舵 2、舵 4,对各力矩误差有主要贡献,表明联 合控制时共用舵面的舵效非线性是误差主要来源, 但 Cm 分量中两者相互抵偿,故该误差主要影响横 侧向特性。

图 11 对全部计算样本进行统计,得到各部件 平均误差绝对值分布情况,可知在线性迭加模型误 差的构成中, 舵效干扰即联合控制共用的舵 2、舵 4 误差和>70%; 弹体受舵体干扰产生的 Cn 和 Cm 分量误差<20%; 由于横向绕流,背风舵即舵 1 受 舵间干扰较迎风舵即舵 3 严重,但<10%。因此证 实了前述推论: 舵效干扰是通道线性迭加模型的主 要误差来源,摸清舵效干扰部分,就能很大程度上 解决通道线性迭加模型的误差定量问题。





袁武: 结构重叠网格方法研究有舵面偏转的飞行器气动问题



图 10 俯仰/滚动联合控制各部件线性迭加误差, C_l/C_n/C_m





图 11 俯仰+滚动组合舵各部件线性迭加误差统计(cl/cn/cm)

图 12 进一步研究舵 2 的非线性特性,采用分 段拟合的 Cl 分量描述各舵偏角区间的单位舵效, 大舵偏的舵效较小舵偏时下降 20%~30%。亦知, 大舵偏俯仰通道和小舵偏滚动通道联合控制时,由 于组合舵更接近原俯仰通道舵偏区间,并远离原滚 动通道舵偏区间,故滚动通道舵效更易受干扰。



4 结论

现阶段,CFD 已经成为解决航空航天领域空 气动力学问题的基本手段,MI-GRID 重叠网格软 件系统因其鲁棒性高、实用性强等特点,在国内航 天领域得以广泛应用。本文采用该软件系统,深入 研究了典型外形战术导弹的气动问题,在详实计算 的基础上,对战术导弹气动数据模型性能进行了评 估、对误差机理进行了探讨,并提出了简单有效的 改进方法,获得有工程应用价值的结论,归纳如下:

第 28 卷第 5 期	系统仿真学报	Vol. 28 No. 5
2016年5月	Journal of System Simulation	May, 2016

 由于小不对称气动问题,使传统方法在变换不同气动滚转角数据时存在误差,本文发展的修 正模型,通过各状态的线性组合扣除小不对称影响,能改善数据变换精度;

 2.针对工程中常用的通道线性迭加模型,分 析其误差主要来源于联合控制时共用舵面的舵效 非线性,重点讨论了大舵偏俯仰通道和小舵偏滚动 通道联合控制时滚控效率下降的问题,为地面仿真 滚控效率拉偏分析提供依据。

参考文献:

- X X Chen, X Zhang. High-order interface for aeroacoustic computation using overset grid [J]. AIAA Journal(S0001-1452), 2013, 51(2): 519-523.
- [2] Gaofeng Wang, Florent Duchaine, Dimitrios Papadogiannis. An overset grid method for large eddy simulation of turbomachinery stages [J]. Journal of Computational Physics(S0021-9991), 2014, 274(1): 333-355.
- [3] Suhs N, Rogers S, Dietz W. Pegasus 5: An Automated Pre-processor for Overset-Grid CFD [R]// AIAA-2002-3186. USA: AIAA, 2002.
- [4] Noack R W. Suggar: a general capability for moving body overset grid assembly [R]// AIAA-2005-5117. USA:

(上接第 1108 页)

- [11] 赵知劲, 卢宏, 尚俊娜. 基于约束 NMF 的欠定盲信号 分离算法 [J]. 计算机应用研究, 2011, 28(5): 1843-1845.
- [12] 葛素楠, 韩敏. 基于四阶累积张量方法的欠定盲源信号分离 [J]. 电子学报, 2014, 42(5): 992-997.
- [13] Deville Y, Deville A. Quantum-Source Independent Component Analysis and Related Statistical Blind Qbit Uncoupling Methods [M]// Blind Source Separation. Germany: Springer Berlin Heidelberg, 2014: 3-37.
- [14] 栗华, 贾智平, 王洪君, 等. 基于动态位隙分组盲分离的 UHF RFID 防碰撞算法 [J]. 通信学报, 2012, 33(4): 47-53.
- [15] 岳克强, 孙玲玲, 游彬, 等. 基于欠定盲分离的并行识 别防碰撞算法 [J]. 浙江大学学报(工科版), 2014, 48(5):

AIAA, 2005.

- [5] Belk D, Maple R. Automated Assembly of Structured Grids for Moving Body Problems [R]// Proceedings of 12th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. AIAA-1995-1680-CP. USA: AIAA, 1995.
- [6] 肖中云. 旋翼流场数值模拟方法研究 [D]. 绵阳: 中国 空气动力研究与发展中心, 2007.
- [7] 范晶晶.复杂重叠网格方法研究及多体运动的非定常 流动模拟 [D].北京:北京航空航天大学航空科学与 工程学院,2010.
- [8] 袁武. 新型重叠网格方法研究及其在复杂多体气动问题中的应用 [D]. 北京: 北京航空航天大学航空科学与工程学院, 2013.
- [9] Fan Jingjing, Yan Chao. Enhancement and Application of Overset Grid Assembly [J]. Chinese Journal of Aeronautics(S1000-9361), 2010, 23(6): 631-638.
- [10] Chin V D, Peter D W, Spaid F W. Flow field measurements about a multi-element airfoil at high Reynolds numbers [R]// AIAA -1993-3137. USA: AIAA 1993.
- [11] Stephen T, Johnson C T. Launch-Vehicle Simulations Using a Concurrent, Implicit Navier-Stokes Solver [R]//AIAA-1995-0223. USA: AIAA, 1995.
- [12] 阎超. 计算流体力学方法及应用 [M]. 北京: 北京航 空航天大学出版社, 2006.

865-870.

- [16] Gillis N, Luce R. Robust Near-Separable Nonnegative Matrix Factorization Using Linear Optimization [J]. Journal of Machine Learning Research (S1532-4435), 2014, 15(4): 1249-1280.
- [17] Zhou G, Xie S, Yang Z, et al. Minimum-volumeconstrained nonnegative matrix factorization: Enhanced ability of learning parts [J]. IEEE Transactions on Neural Networks (S1045-9227), 2011, 22(10): 1626-1637.
- [18] Gomez J C, Moens M F. Minimizer of the Reconstruction Error for multi-class document categorization [J]. Expert Systems with Applications (S0957-4174), 2014, 41(3): 861-868.
- [19] 高树静, 王洪君. UHF RFID 标签的伪随机数发生器研究 [J]. 计算机科学, 2013, 40(7): 102-106.