

7-2-2020

## Modeling Method Based on Reachable Set for Safety Path in Autonomous Vehicle Obstacle Avoidance

Cao Kai

1. *School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China;*;2. *School of Computer and Electronic Information Engineering, Shandong Yingcai University, Jinan 250104, China;*

Xiaoxiao Huang

1. *School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China;*

Yu Yun

1. *School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China;*

Liu Chun

1. *School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Modeling Method Based on Reachable Set for Safety Path in Autonomous Vehicle Obstacle Avoidance

## Abstract

**Abstract:** In view of problem in all possible uncertain behavior of vehicle unable existed by the traditional path planning algorithm, *a modeling method was proposed which deemed a moving vehicle as a hybrid system switching dynamically between continuous and discrete mode, modeled an optimal trajectory for vehicle obstacle avoidance by using a single security target location, and built a safe state reachable set based on the trajectory beam of multiple security target locations.* On this basis, *the condition of the inevitable collision of vehicle was analyzed, and the optimal control problem with loose constraints for the vehicle obstacle avoidance was proposed.* The simulation results show that the method can not only plan trajectories for vehicle avoiding obstacle, but also infer the reachable range of security state of vehicle, and the predictive power of vehicle state security is enhanced within a future time interval.

## Keywords

safety path, road traffic, hybrid systems, reachable set, trajectory planning

## Recommended Citation

Cao Kai, Huang Xiaoxiao, Yu Yun, Liu Chun. Modeling Method Based on Reachable Set for Safety Path in Autonomous Vehicle Obstacle Avoidance[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(3): 526-533.

# 自主车辆避障安全路径的可达集建模

曹凯<sup>1,2</sup>, 黄肖肖<sup>1</sup>, 于云<sup>1</sup>, 刘春<sup>1</sup>

(1. 山东理工大学交通学院, 山东 淄博 255000; 2. 山东英才学院计算机电子信息工程学院, 山东 济南 250104)

**摘要:** 针对传统的路径规划算法在车辆不确定行为状态方面存在的问题, 提出将运动车辆视为在连续和离散模式间动态切换的混合系统, 采用单一安全目标位置建模车辆避障最优轨迹, 并基于多目标轨迹束建立安全状态可达集的建模方法。借此分析了车辆碰撞不可避免的条件, 提出了车辆避障最优控制问题的松弛约束。仿真表明, 该方法不仅可以规划车辆避障轨迹, 还可以推断避障过程中车辆安全状态的可达范围, 增强了系统对未来某一时间间隔内车辆状态安全的预测能力。

**关键词:** 安全路径; 道路交通; 混合系统; 可达集; 轨迹规划

中图分类号: X913.3;U471.15 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2016) 03-0526-08

## Modeling Method Based on Reachable Set for Safety Path in Autonomous Vehicle Obstacle Avoidance

Cao Kai<sup>1,2</sup>, Huang Xiaoxiao<sup>1</sup>, Yu Yun<sup>1</sup>, Liu Chun<sup>1</sup>

(1. School of Traffic & Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China;

2. School of Computer and Electronic Information Engineering, Shandong Yingcai University, Jinan 250104, China )

**Abstract:** In view of problem in all possible uncertain behavior of vehicle unable existed by the traditional path planning algorithm, a modeling method was proposed which deemed a moving vehicle as a hybrid system switching dynamically between continuous and discrete mode, modeled an optimal trajectory for vehicle obstacle avoidance by using a single security target location, and built a safe state reachable set based on the trajectory beam of multiple security target locations. On this basis, the condition of the inevitable collision of vehicle was analyzed, and the optimal control problem with loose constraints for the vehicle obstacle avoidance was proposed. The simulation results show that the method can not only plan trajectories for vehicle avoiding obstacle, but also infer the reachable range of security state of vehicle, and the predictive power of vehicle state security is enhanced within a future time interval.

**Keywords:** safety path; road traffic; hybrid systems; reachable set; trajectory planning

## 引言

自主车辆对安全性要求极高, 它以主动安全为核心, 在具有高度不确定性的道路交通环境中, 即

使是一个很小的失误也会造成严重的、甚至灾难性的后果。为了确保自主车辆机动行为的可控性、可达性和高度可靠性, 在车辆实际运行之前一个至关重要的工作就是对系统行为方式以及决策方案的安全性进行验证。

自主车辆机动行为安全的验证广泛采用的方法是基于人类操作经验或过程的传统的系统仿真方法, 而传统系统仿真的关键是车辆路径规划建模。自主车辆路径规划是指在有障碍物的道路交通环



收稿日期: 2014-10-26 修回日期: 2015-04-20;  
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61573009);  
山东省自然科学基金(ZR2010FM007);  
作者简介: 曹凯(1965-), 男, 黑龙江哈尔滨, 博士,  
副教授, 研究方向为智能交通、车路协同、交通信息  
工程及控制。

<http://www.china-simulation.com>

境中,如何寻找一条从给定起点到安全目标位置的适当行驶轨迹,使自主车辆在行驶过程中能安全、无碰地避开所有障碍物。因此,自主车辆路径规划问题就是一个有约束的最优控制问题。

目前,自主车辆路径规划算法主要分为 2 类:具有稳定性的传统算法和具有高效性的智能算法。传统算法的主要代表有可视图算法<sup>[1]</sup>、人工势场法<sup>[2]</sup>等;智能算法中被广泛使用的有神经网络法<sup>[3]</sup>、蚁群算法<sup>[4]</sup>、遗传算法<sup>[5]</sup>和粒子群算法<sup>[6]</sup>等。近年来,一些新的智能技术逐渐被引入到路径规划中,也促使各种方法的融合发展。为了改善路径规划算法存在的早熟收敛、局部最优解、稳定性差、搜索能力不强的局限性,通过结合学习分类器<sup>[7]</sup>或引入突变因子<sup>[8]</sup>等方法,增强算法的并行计算能力,提高路径规划效率;通过结合 Lyapunov 稳定性理论<sup>[9]</sup>或引入模糊控制<sup>[10]</sup>等方法,提高了算法的搜索能力,防止了算法陷入局部极值。

尽管研究者们提出了各种路径规划算法的改进方案,提高了路径规划的效率和解决方案的质量。但是,基于现有路径规划算法的传统系统仿真验证只能产生一个反例,展示的是当前规划的路径与某一不安全状态相冲突,证明沿此路径行驶的车辆的不安全性。可是,在没有反例产生的条件下,当前规划的路径却无法保证车辆一定是安全的。因为基于现有路径规划算法只是从车辆的初始状态出发,检验车辆沿着算法给出的单一优化轨迹的交通行为或操作过程是安全的。然而,与人类控制车辆不同的是,只有提供了车辆及其机动行为的数学描述,车载计算机才能精确地控制自主车辆的未来行为。可是,现实道路交通环境存在着各种不确定的影响因素,使得自主车辆的初始状态、传感器测量以及车辆模型等存在着复杂的非线性动态和不确定性。而处理这些不确定性传统系统仿真一贯采用的方法是重复进行路径规划计算。然而,纵使进行千次万次的仿真计算,仍然可能错过重要的非安全因素。也就是说,每一次路径规划计算所产生的一条轨迹

是无法涵盖车辆所有可能的不确定行为状态,而且完备性难以从理论上得到保障,因而置信水平较低。

从本质上看,自主车辆在道路交通事件的触发和出行目的的驱动下,表现出随着道路交通环境变化不断切换机动行为模式的离散动态行为特性;而在每次机动行为模式切换之间,车辆的自主行为又呈现出具有不同连续运动规律的行为特征。因此,自主车辆是一个典型的混合系统(hybrid system)。

目前,混合系统安全验证的有效方法是将混合系统转化为可达性判定问题,即通过判定不安全状态是否可达来验证系统的安全性<sup>[11]</sup>。对于自主车辆机动行为的安全性而言,可达性分析的优势就在于:通过穷举车辆机动行为状态,在一个预定义的时间区间内,计算车辆机动行为状态的可达集。通过验证车辆机动行为状态的可达集与障碍物的交集来判定或推断自主车辆未来机动行为的安全性。而且该检验方法可以实现自动化,验证效率高<sup>[12]</sup>。

为此,本文提出车辆避障机动行为安全验证的可达集建模方法。即,在传统仿真技术的基础上,构建车辆避障安全目标位置可达集,以此规划车辆避障轨迹束。通过分析避障机动过程中车辆安全状态的可达范围和碰撞不可避免的条件,提出了车辆避障最优控制问题的松弛约束条件。本研究不仅可以为自主车辆提供一种主动避障机动检测建模方法,还可以为驾驶辅助系统提供制动操作预警时间和距离,或提供主动转向的优化路径规划方案。

## 1 车辆模型和基本假设

为了便于安全验证建模,道路交通环境具体设计为直线道路,且在不与逆向车道上迎面驶来车辆相撞的条件下,超越同车道上车辆的超车机动。此外,大地坐标的  $x$  轴与车道的纵向平行,  $y$  轴与车道的横向平行。

在进行车辆动态基本描述和优化控制建模时,选用简化的车辆模型(如图 1),模型的基本情况如下:

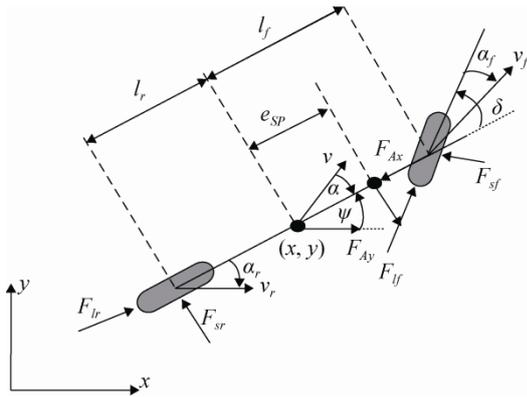


图 1 车辆模型及相关参数

a. 基本假设：车辆悬架为刚性系统；

b. 控制变量： $u=(w_\delta, F_B)^T$ ，其中，定转向角速度为  $w_\delta$ ，其范围限定为  $w_{\delta, \min} \leq w_\delta \leq w_{\delta, \max}$ ，而且  $w_{\delta, \min} = -0.5 \text{ rad/s}$ ， $w_{\delta, \max} = 0.5 \text{ rad/s}^{[13]}$ ；制动力为  $F_B$ ，其范围限定为  $F_{B, \min} \leq F_B \leq F_{B, \max}$ ，而且  $F_{B, \min} = -5000 \text{ N}$ ， $F_{B, \max} = 15000 \text{ N}$ ，它建立一个制动(如果  $F_B > 0$ )和加速(如果  $F_B < 0$ )的组合模型。

c. 状态变量：车辆重心坐标为  $(x, y)$ ；车辆的速度以及前轮和后轮的速度为  $v, v_f$  和  $v_r$ ；转向角、侧滑角和偏航角为  $\delta, \alpha$  和  $\psi$ ；前轮和后轮的滑移角为  $\alpha_f$  和  $\alpha_r$ ；前轮和后轮的横向受力为  $F_{sf}$  和  $F_{sr}$ ；前轮和后轮的纵向受力为  $F_{ff}$  和  $F_{fr}$ ；重心到前轮、后轮以及拖挂载点的距离为  $l_f, l_r$  和  $e_{sp}$ ；车辆质量为  $m$ ；

d. 优化参数：车辆行驶到规划轨迹终点的时间为  $t_f$ ；车辆与两个障碍物之间的初始距离为  $d_i(i=1, 2)$ ；

e. 车辆动态： $z'(t) = f(z(t), u(t))$  由下列差分方程给定。

$$\begin{aligned} x' &= v_x, \quad y' = v_y, \quad \psi' = w_\psi, \quad \delta' = w_\delta, \\ x'' &= \frac{1}{m}[F_x \cos \psi - F_y \sin \psi], \\ y'' &= \frac{1}{m}[F_x \sin \psi + F_y \cos \psi], \\ \psi'' &= \frac{1}{I_{zz}}[F_{sf} l_f \cos \delta - F_{sr} \cdot l_r + F_{ff} l_f \sin \delta], \end{aligned} \quad (1)$$

其中： $m, l_{zz}, l_f, l_r$  为常数； $v_x$  和  $v_y$  为  $x$  和  $y$  方向上的速度； $w_\psi$  为偏航角速率； $F_x, F_y, F_{sf}, F_{sr}$  和  $F_{ff}$  为

状态  $(x, y, \psi, v_x, v_y, w_\psi, \delta)^T$  的非线性函数，并且，

$$\begin{cases} F_x = F_{lr} - F_{Ax} + F_{lf} \cos \delta - F_{sf} \sin \delta \\ F_y = F_{sr} - F_{Ay} + F_{lf} \sin \delta - F_{sf} \cos \delta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\text{且,} \\ &\|(F_{sf}, F_{lf})\| \leq F_{\max, f}, \\ &\|(F_{sr}, F_{lr})\| \leq F_{\max, r}. \end{aligned} \quad (2)$$

其中： $F_{Ax}, F_{Ay}$  分别表示空气阻力和侧出风对汽车的阻力。

在  $t_f$  时刻后，为了确保车辆躲避障碍物的最终状态安全，而且车辆依旧沿着车道行驶而不发生偏离，定义如下边界约束：

$$v_y(t_f) = 0, \quad \psi(t_f) = 0. \quad (3)$$

此外，为了保持车辆行驶在车道上，还需要增加如下状态约束：

$$L_{y1} + \frac{W_{\text{Car}}}{2} \leq y(t) \leq L_{y2} - \frac{W_{\text{Car}}}{2} \quad (4)$$

其中： $L_{y1}, L_{y2}$  和  $W_{\text{Car}}$  为给定的常数，分别表示两条车道线的  $y$  坐标和车体宽度。

## 2 系统控制建模

便于模型分析，将第一节设计的道路交通环境按照两种障碍车辆(B 和 C 车)状态进行分解，即，道路中只有 A 车(控制车辆)和 B 车，且 B 车静止于 A 车相同车道的前方；此外，B 车在 A 车前方同车道同向行驶，同时有 C 车在 A 车前方反向车道逆向行驶。

### 2.1 安全目标位置

参考车辆实际躲避车道上的障碍物的行为过程，以下定义车辆安全目标位置。

定义 1：车辆安全目标位置  $(x_{\text{target}}, y_{\text{target}})$  为被控车辆在跟踪、超越或避让静止或运动障碍物过程中，为了保证其自身安全而预期确定的最低安全水平位置<sup>[14]</sup>。

也就是说，假设在时刻  $t_f$ ，被控车辆行驶到规划轨迹终点的位置坐标为  $(x(t_f), y(t_f))$ ，为了保证被控车辆的安全，应当满足  $y(t_f) \geq y_{\text{target}}$ 。于是，依据障碍车辆(B 和 C 车)状态分解一(如图 2(a))，假

设 A 车以指定速度前行, 并测量到一台 B 车停止于 A 车前方 $(x_B, y_B)$ 处, 那么, 在 $t_f$ 时刻, A 车行驶至 B 车左方安全目标位置的 y 坐标应当满足:

$$y(t_f) \geq y_{\text{target}} = y_B + \frac{W_B}{2} + \frac{W_A}{2} + 0.3 \quad (5)$$

其中: 0.3 是安全系数<sup>[15]</sup>;  $W_B$  和  $W_A$  分别是 A 车和 B 车车宽。在此情形下, 如果存在一个  $d$ , 使  $x(t_f) = d$  ( $d$  为 A 车与 B 车之间的初始距离), 那么 A 车躲避 B 车的机动终止。

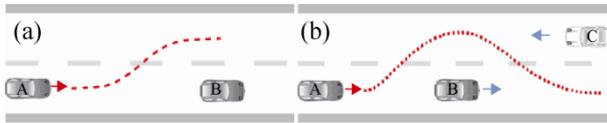


图 2 车辆躲避静/动态障碍物

依据障碍车辆(B 和 C 车)状态分解二(如图 2(b)), 假设 A, B 和 C 车以指定速度行驶, 在 $t_f$ 时刻, 如果 A 车行驶至 B 车前方和 C 车右方的安全目标位置, 那么应当满足如下状态和边界约束:

$$\|(x(t), y(t)) - (x_B, y_B)\| \geq \frac{L_C}{2} + \frac{L_A}{2} + 0.3 \quad (6)$$

$$y(t_f) \leq y_{\text{target}} = y_C - \frac{W_C}{2} - \frac{W_A}{2} - 0.3 \quad (7)$$

其中:  $L_C$ ,  $L_A$ ,  $W_C$  和  $W_A$  分别是 C 车和 A 车车长和车宽;  $y_C$  表示 C 车的 y 坐标。在此情形下, 如果存在  $d_i$  ( $i=1,2$ ) ( $d_i$  分别表示 A 车与 B、C 车之间的初始距离), 使  $x(t_f) = d_2$ , 那么 A 车躲避 B、C 车的机动终止。

在以上道路交通条件下, 如果车载雷达测量出前方障碍物存在, 采用如下最优控制方法, 建立车辆最优控制模型, 规划最优避障轨迹。

## 2.2 车辆避障最优控制建模

假设  $\kappa$  分别表示  $d$  或  $d_i$  ( $i=1,2$ ), 那么车辆避障最优控制问题(Optimal Control Problem, OCP)模型的一般形式如下:

$$\text{Min } [\phi(z(t_f), t_f, \kappa) + \int_0^{t_f} f_0(z(t), u(t)) dt]$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} x' = v_x, & y' = v_y, & \psi' = w_\psi, & \delta' = w_\delta, \\ x'' = \frac{1}{m}[F_x \cos \psi - F_y \sin \psi], \\ y'' = \frac{1}{m}[F_x \sin \psi + F_y \cos \psi], \\ \psi'' = \frac{1}{I_{zz}}[F_{sf} l_f \cos \delta - F_{sr} l_r + F_{lf} l_f \sin \delta], \end{cases} \quad (8)$$

此外, 约束方程(8)的初始条件为

$$z(0) = (0, y_0, 0, v_{x,0}, 0, 0, 0);$$

控制约束为  $w_{\delta, \min} \leq w_\delta \leq w_{\delta, \max}$ ,  $F_{B, \min} \leq F_B \leq F_{B, \max}$ ;

假设道路边界为  $y_{\min}$  和  $y_{\max}$ , 那么, 状态约束为

$$y_{\min} \leq y \leq y_{\max}, \|(F_{sf}, F_{lf})\| \leq F_{\max, f}, \|(F_{sr}, F_{lr})\| \leq F_{\max, r}$$

$$\phi(z(t_f), t_f, \kappa) + \int_0^{t_f} f_0(z(t), u(t)) dt =$$

$$c_1 t_f + c_2^T \kappa + c_3 \int_0^{t_f} w_\delta(t)^2 dt \quad (9)$$

在目标函数(9)中, 转向力一项的作用是计算躲避障碍物的轨迹, 而且,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  为  $\geq 0$  的常数。

由目标函数(9)可知, 当  $c_1=c_2=0$ ,  $c_3=1$  时, 在式(8)的约束条件下, 目标函数(9)以车辆与障碍物之间的初始距离  $\kappa$  为定常值优化转向力, 为驾驶员规划出较为舒适的行驶轨迹, 计算结果如图 3(a)(b); 当  $c_1=c_3=0$ ,  $c_2=1$  时, 在保证车辆成功躲避障碍物的条件下, 目标函数(9)最优解表达的是对最小安全间距的最优控制, 计算结果如图 3(c)(d)。

通过以上建模过程可知, 即使 OCP 的最优解存在, 这个解也只对应一条车辆避障优化轨迹。实际上, OCP 的最优解存在与否取决于车辆的未来安全目标位置的存在和确定。可是, 在实际车辆行驶过程中, 由于受到道路环境、车辆初始状态等因素的影响, 车辆的未来安全目标位置可能存在, 甚至存在多个, 也可能不存在, 可能在一定范围内不存在。也就是说, 如果能够掌握车辆未来安全目标位置的动态分布, 就可以推断避障过程中车辆安全状态的可达范围。这样不仅可以全面、灵活地控制车辆安全避障, 还可以对未来某一时间间隔内车辆状态的安全性进行预测。

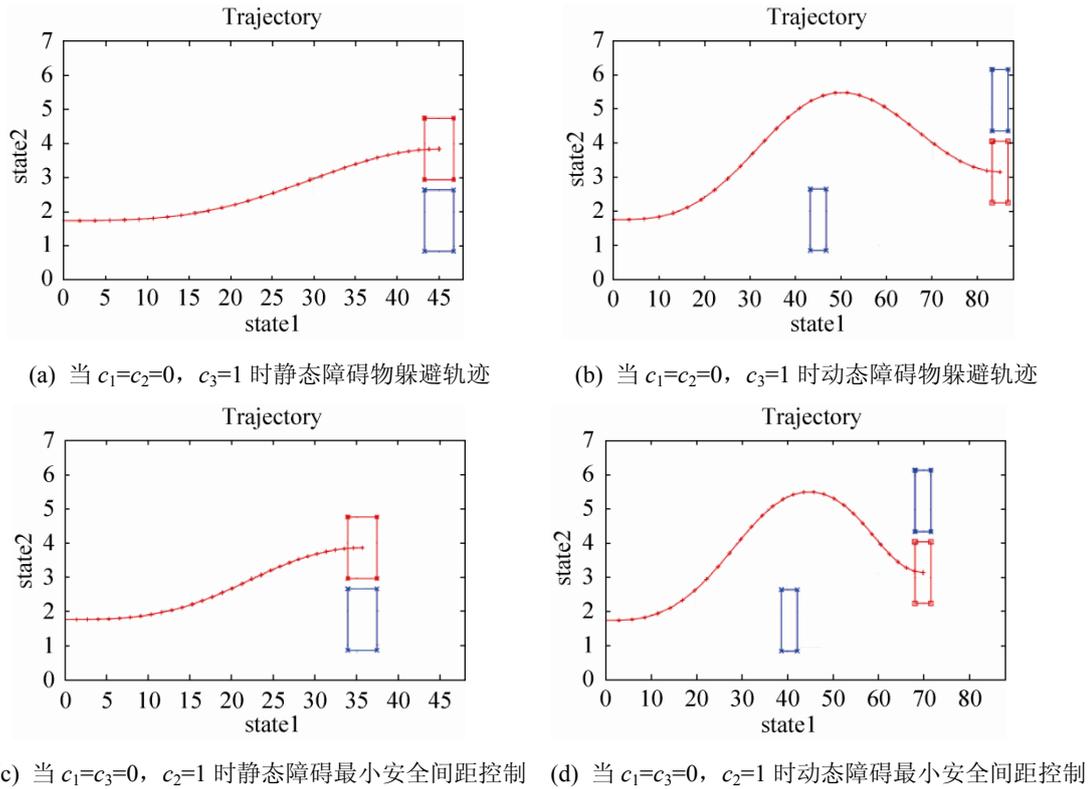


图 3 OCP 优化轨迹(计算单位: m; 方框表示车辆)

### 2.3 安全目标位置的动态分布建模

众所周知, 自主车辆的换道、超车、转弯等逻辑决策行为是动态变化的, 呈现受事件驱动的离散系统特性。而且在自主车辆的具体决策行为上, 车辆的动态特征又呈现随时间发展而不断变化的连续系统特征。因此, 自主车辆是一个混合系统。目前, 对于这种混合系统动态行为安全性验证的有效手段是以系统可达性分析为基础的形式验证技术。为此, 首先给出系统状态可达集的描述。

定义 2: 从给定初始状态出发, 系统取遍控制约束集内的所有控制量和不同  $t_f$  时刻的初始距离的状态向量集合, 即

$$\Omega = \bigcup_{\kappa \in [\kappa_{\min}, \kappa_{\max}]} \bigcup_{y \in \Omega(\kappa)} \{(\kappa, y)\} \quad (10)$$

其中:  $\Omega(\kappa) = \{\tilde{y} | \text{存在最终时刻 } t_f > 0, \text{ 控制变量 } w_\delta, F_B \text{ 和状态变量 } x, y, \psi, v_x, v_y, \delta, \text{ 满足 OCP(8) 和 } x(t_f) = \kappa, \tilde{y} = y(t_f), v_y(t_f) = 0\}$  表示初始距离  $\kappa$  的可达集, 式中  $\mathbf{R}$  表示实数集。

值得注意的是, 由可达集(10)表达的系统全部连续状态向量并不是我们关心的结果, 我们关注的是在  $t_f$  时刻系统处于安全目标位置的轨迹坐标分布状况, 以便决定系统安全行为策略。为此, 提出采用网格化技术对连续状态可达集(10)进行离散化处理, 以便采用近似计算方法求解可达集(10)。以下给出网格定义。

定义 3: 设位置空间上一个紧子集

$$G_{h,g} = \{(\kappa_i, y_j) \in \mathbf{R}^2 | \kappa_i = \kappa_{\min} + ih, y_j = y_{\min} + jg, i = 0, 1, \dots, C, j = 0, 1, \dots, M\} \quad (11)$$

表示覆盖道路关注区域的一个网格。其中, 给定步长  $h = (\kappa_{\max} - \kappa_{\min})/N$  和  $g = (y_{\max} - y_{\min})/M$ , 这里,  $N, M$  为自然数集。

于是, 对于每个网格点  $(\kappa_i, y_j) \in G_{h,g}$ , 通过求解下列 OCP,

$$\text{Min } Z_2 = \frac{1}{2}(y(t_f) - y_j)^2$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x' = v_x, y' = v_y, \psi' = w_\psi, \delta' = w_\delta, \\ v'_x = \frac{1}{m}[F_x \cos \psi - F_y \sin \psi], \\ v'_y = \frac{1}{m}[F_x \sin \psi - F_y \cos \psi], \\ w'_\psi = \frac{1}{I_{zz}}[F_{sf} l_v \cos \delta - F_{sr} l_h + F_{lf} l_v \sin \delta] \end{cases} \quad (12)$$

这里, 初始条件为

$$(x(0), y(0), \psi(0), v_x(0), v_y(0), w_\psi(0), \delta(0)) = (0, y_0, 0, v_{x,0}, 0, 0, 0),$$

控制约束为  $|w_\delta| \leq w_{\delta, \max}$ ,  $F_B \in [F_{B, \min}, F_{B, \max}]$ , 状态约束为  $y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max}$ , 边界条件为  $x(t_f) = \kappa_i$ ,  $v_y(t_f) = 0$  可以得到对应于不同网格点  $(\kappa_i, y_j)$  ( $i=0, 1, \dots, N$ ;  $j=0, 1, \dots, M$ ) 的可行轨迹束。

假设  $(x_{i,j}^*(\cdot), y_{i,j}^*(\cdot))$  表示状态向量空间的最优

解, 于是, 通过计算  $G_{h,g}$  中所有到可行轨迹终点且具有  $O(h + g)$  阶距离的网格点的并获得可达集  $\Omega$  近似解, 其中  $C$  为  $>0$  的常数。文献[16]的结果证明, 如果  $\Omega$  是非空闭集, 当  $h$  和  $g$  趋于 0 时, 近似值  $\Omega_{h,g}$  以豪斯多夫距离(Hausdorff distance)收敛到  $\Omega$ 。

$$\Omega_{h,g} = \left\{ \bigcup_{\substack{(\kappa_i, y_j) \in G_{h,g} \\ \|(x_{i,j}^*(t_f), y_{i,j}^*(t_f)) - (\kappa_i, y_j)\| \leq C(h+g)}} (\kappa_i, y_j) \right\} \quad (13)$$

图 4 给出了车辆初始速度为 90 km/h 的可达集(左图)和行驶轨迹束(右图)的计算结果。其中, 可达集中标出的点对应于不同的  $t_f$  时刻的网格点。由于初始速度和边界条件的约束, 车辆不可能到达包围盒(绿线框)以外的任何网格点。

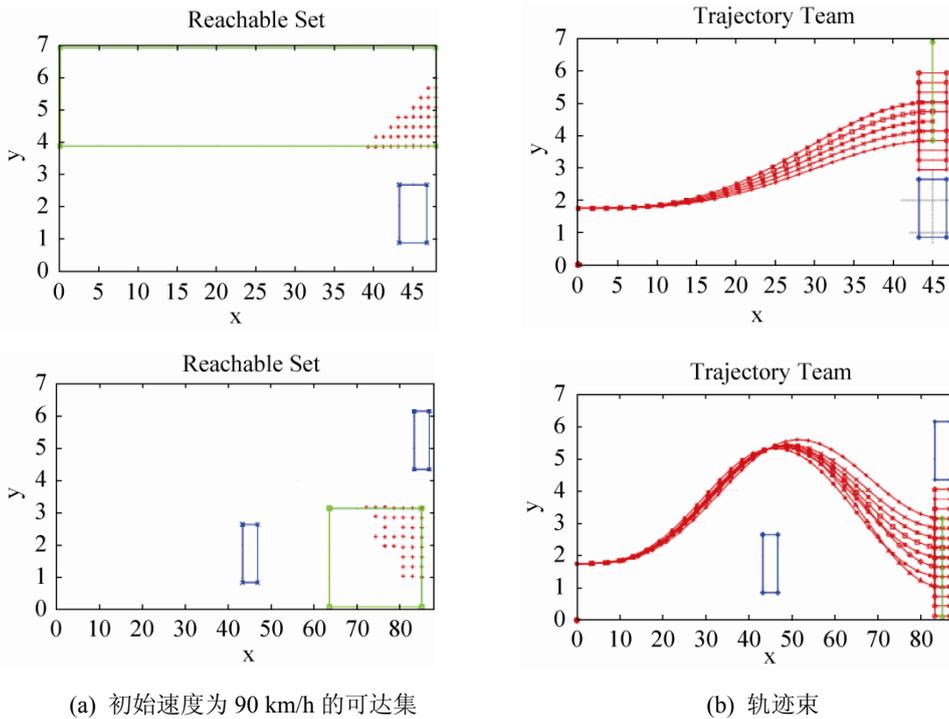


图 4 可达集及轨迹束(计算单位: m; 方框表示车辆)

$$\psi(t_f) = 0, v_y(t_f) = 0 \quad (14)$$

需要说明的是, 尽管在最优控制问题建模中没有增加障碍车(B 或 C 车)的信息, 但是这不等于我们提出的方法无法避免碰撞。因为一旦 A 车获得了其可达集, 对于一个给定的障碍车位置, 就能够

通过观察从障碍车  $x$  坐标至可达集之间的剩余空间来决定是否可以避免碰撞。

### 3 系统分析

从以上建模过程可知, 对于一个固定的障碍物,

确定一个安全目标位置或模拟一个可达集相对简单,但对于图 2(b)中描述的动态环境超车机动行为来说,情况变得复杂很多,因为 A 车必须时刻避免与所有其他运动目标发生碰撞。

因此,要满足避碰条件系统状态就要满足如下约束条件:

- 与车辆 B 不相撞:

$$(x_A(t) - x_B(t))^2 + (y_A(t) - y_B(t))^2 \geq W^2 \quad (15)$$

- 与车辆 C 不相撞:

$$(x_A(t) - x_C(t))^2 + (y_A(t) - y_C(t))^2 \geq W^2 \quad (16)$$

其中:  $W$  指 B 或 C 车的最大宽度。然而,当碰撞是不可避免时,这些约束将是不可行的,而且最优控制问题也是无解的。也就是说,以上 OCP 都将失效。

为了规避这个问题,考虑如下松弛约束:

$$(x_A(t) - x_B(t))^2 + (y_A(t) - y_B(t))^2 + \alpha \geq W^2 \quad (17)$$

$$(x_A(t) - x_C(t))^2 + (y_A(t) - y_C(t))^2 + \alpha \geq W^2 \quad (18)$$

其中:  $\alpha$  表示的最大约束违背。于是,对于上述 OCP 约束条件,以  $\alpha$  最小化为目标求解 OCP。那么,通过求解最小约束违背  $\alpha^*$ ,就可以给出一种碰撞检测算法。即,如果  $\alpha^* > 0$ ,那么碰撞不可避免(不满足避碰约束);如果  $\alpha^* \leq 0$ ,那么沿着由 OCP 产生的轨迹就可以避免碰撞。

参照图 5,依据松弛约束条件(17)和(18),假设以下给出的初始条件:

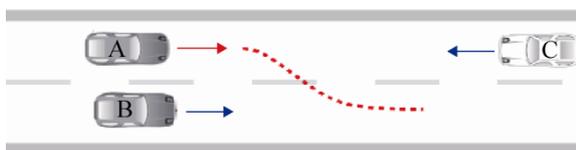


图 5 动态环境超车机动过程

- 车辆 A: 100 km/h; 车辆 B: 75 km/h; 车辆 C: 100 km/h
- 车辆宽 2.6 m, 道路宽 7 m
- 车辆 A 的初始  $y$  位置: 5.25 m; 车辆 B 的初始  $y$  位置: 1.75 m; 车辆 C 的初始  $y$  位置: 5.25 m;

对系统进行仿真。A 车与 C 车在不同初始距离条件下,表 1 给出了使用 MatLAB 的仿真结果。

表 1 超车机动的约束最小化问题结果

初始距离/m	约束违背 $\alpha^*/m$	碰撞
10	0.247 80E+01	yes
20	0.227 89E+01	yes
30	0.213 55E+01	yes
40	0.193 51E+01	yes
50	0.945 17E+01	yes
60	0.741 40E+08	yes
...	...	...
190	0.745 93E+08	No
200	0.747 60E+08	No

## 4 结论

由于传统的路径规划计算所产生的单一路径无法涵盖车辆所有可能的不确定行为状态,本研究提出了车辆避障机动行为安全验证的可达集建模方法。研究结论如下:

- 通过定义车辆安全目标位置可达集,确定车辆避障安全终点的可达范围。
- 以安全目标位置可达集中的安全目标点为终点,基于最优控制技术规划车辆避障动态过程轨迹,表达车辆机动行为的不确定性。
- 当给定一个障碍车位置时,可以通过可达集的建立预测车辆未来机动状态的安全性。

今后,研究更复杂的道路的几何形状条件下,可达集实时近似方法和多运动目标存在条件下的协同控制以及对可达集参数相关性的研究。

## 参考文献:

- [1] Gonzalez-Rodriguez A G, Gonzalez-Rodriguez A. Collision-free motion planning and scheduling [J]. Robotics and Computer -Integrated Manufacturing (S0736-5845), 2011, 27(3): 657-665.
- [2] Masoud A A. Motion planning with gamma-harmonic potential fields [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems (S0018-9251), 2012, 48(4): 2786-2801.
- [3] Duan H, Huang L. Imperialist competitive algorithm optimized artificial neural networks for UCAV global

