

7-2-2020

## Redundancy Allocation Optimization Design for Complex System Based on Simulation

Haidong Du

*1. Department of Technical Support Projects of Academy of Armored Forces Engineering, Beijing 100072, China;;*

Junhai Cao

*1. Department of Technical Support Projects of Academy of Armored Forces Engineering, Beijing 100072, China;;*

Wu Wei

*2. The Fourth Department Institute of Special Vehicle China, Beijing 100073, China;*

Xu Dan

*1. Department of Technical Support Projects of Academy of Armored Forces Engineering, Beijing 100072, China;;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Redundancy Allocation Optimization Design for Complex System Based on Simulation

## Abstract

*Abstract: For the redundancy question of complex system reliability design, from the angle of product design, on the basis of sensitivity analysis of different design program, it has be proved to add redundancy design for subsystem with lower reliability and less redundancy will enhance the probability of reliability more for complex system. On the foundation of above research, the program screening simulation experiment was designed according the related restraint and optimization algorithm for redundancy design was proposed. An example of series-parallel connection system was given, obtaining the optimization design program based on Anylogic software to prove the rationality and effectiveness of the method.*

## Keywords

simulation, redundancy design, reliability, optimize

## Recommended Citation

Du Haidong, Cao Junhai, Wu Wei, Xu Dan. Redundancy Allocation Optimization Design for Complex System Based on Simulation[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(3): 648-653.

# 基于仿真的复杂系统可靠性冗余分配优化设计

杜海东<sup>1</sup>, 曹军海<sup>1</sup>, 吴纬<sup>2</sup>, 徐丹<sup>1</sup>

(1. 装甲兵工程学院技术保障工程系, 北京 100072; 2. 北京特种车辆研究所 北京 100073)

**摘要:** 针对复杂系统可靠性的冗余设计问题, 从产品设计角度出发, 证明了在系统组成单元中对可靠度最低并且初始冗余数最少的部件增加冗余设计使得系统总体可靠性水平的提高最快, 给出了寻优计算算法, 根据相关约束设计了方案筛选实验。以典型串并联系统为例, 利用 Anylogic 仿真平台对求解过程进行了仿真实现, 得到了系统最佳冗余设计方案, 验证了方法的合理性和有效性。

**关键词:** 仿真; 冗余设计; 可靠性; 优化

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2016) 03-0648-06

## Redundancy Allocation Optimization Design for Complex System Based on Simulation

Du Haidong<sup>1</sup>, Cao Junhai<sup>1</sup>, Wu Wei<sup>2</sup>, Xu Dan<sup>1</sup>

(1. Department of Technical Support Projects of Academy of Armored Forces Engineering, Beijing 100072, China;

2. The Fourth Department Institute of Special Vehicle China, Beijing 100073, China)

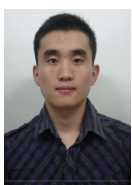
**Abstract:** For the redundancy question of complex system reliability design, from the angle of product design, on the basis of sensitivity analysis of different design program, it has be proved to add redundancy design for subsystem with lower reliability and less redundancy will enhance the probability of reliability more for complex system. On the foundation of above research, the program screening simulation experiment was designed according the related restraint and optimization algorithm for redundancy design was proposed. An example of series-parallel connection system was given, obtaining the optimization design program based on Anylogic software to prove the rationality and effectiveness of the method.

**Keywords:** simulation; redundancy design; reliability; optimize

## 引言

在产品研制设计阶段, 将确定的系统可靠性指标, 在满足相应的约束条件下, 按照一定的原则和方法, 分配到各分系统、子单元及设备, 是复杂系统可靠性分配和设计的一项重要内容<sup>[1-2]</sup>。对于复杂系统而言, 通常包含许多子系统和功能部件, 对其进行优化设计时不仅要考虑各部件的性能状态, 还要考虑结构组成等其他要素影响。目前, 提高系

统可靠度的主要手段有产品自身设计水平的提高以及部件单元的冗余设计, 由此导致的结果是产品设计成本、复杂性的增加。因此, 在相应的约束条件下, 如何通过可靠性冗余分配优化设计, 确定各部件单元冗余数, 使系统满足一定的可靠性要求, 将是复杂系统可靠性优化设计亟需解决的问题。针对该问题, 已有大量学者作了相关研究, 一般是建立系统可靠性与相关约束的目标规划模型<sup>[3-6]</sup>, 利用遗传算法<sup>[7]</sup>、鱼群算法<sup>[8]</sup>、蚁群算法<sup>[9]</sup>或以上算法的改进<sup>[10]</sup>对约束模型进行分析求解, 从而得到优化设计方案。上述研究对复杂系统的可靠性优化设计起到了促进作用, 但也存在一定不足和缺陷, 利用优化算法对模型求解过程往往从约束模型出发, 搜



收稿日期: 2014-10-27 修回日期: 2014-12-31;  
作者简介: 杜海东(1989-), 男, 安徽阜阳, 博士生, 研究方向为装备全寿命质量管理与应用; 曹军海(1972-), 男, 陕西西安, 副教授, 硕导, 研究方向为装备综合保障; 吴纬(1962-), 男, 天津, 高工, 博导, 研究方向为可靠性工程。

<http://www.china-simulation.com>

寻满足条件的最佳设计方案, 而往往忽略了迭代过程中改进设计对系统整体可靠性水平的影响分析。为此, 以典型串并联系统为例, 从系统结构组成出发, 证明了对子系统中可靠性水平最低且初始冗余数最少的部件上增加冗余设计, 能够使产品可靠性水平提高最快, 在此基础上, 给出了系统可靠性冗余分配优化设计算法。最后, 结合算例, 以系统可靠度最大为优化目标, 产品设计成本、重量及系统最大冗余数为约束变量, 利用 Anylogic 对设计算法求解过程进行仿真实现, 验证了方法的有效性和合理性, 从而为复杂系统可靠性的冗余优化设计提供技术支撑。

## 1 系统可靠性冗余设计约束模型

对于典型串并联系统, 其系统可靠性框图如图 1 所示。可以看出, 系统由  $n$  个相互独立的子模块串联而成, 对于第  $j$  个子模块, 它是由  $k_j$  个相互独立的子单元并联组成, 其中  $(j=1,2,\dots,n)$ 。

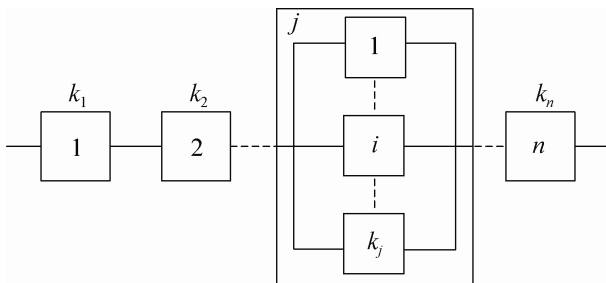


图 1 典型串并联系统可靠性框图

在系统可靠性工程设计过程中, 常常通过提高某类子系统可靠度或者在系统子模块中并联相同部件来提高系统的可靠度。那么就存在如下问题: 如何进行系统可靠度冗余分配优化设计, 一方面, 使系统可靠度水平满足设计要求, 另一方面, 使系统的设计成本和系统规模最低。

对于图 1 所示的串并联系统, 存在如下优化问题: 求  $K=(k_1, k_2, \dots, k_n)$ , 使得:

Object max  $R(K)$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^n k_j \leq K_0 \\ R(K) \geq R_0 \\ \sum_{j=1}^n C(j, k_j) \leq C_0 \\ \sum_{j=1}^n W(j, k_j) \leq W_0 \\ l \leq k_j \leq u_j \end{cases} \quad (1)$$

即在一定的约束条件下, 通过冗余优化设计, 使得系统可靠性水平最高。式中, 假定  $K_0$  为系统最大设计冗余约束;  $R_0$  为系统改进设计后满足的最低可靠度要求;  $R(K)$  为当前冗余设计条件下的系统可靠度;  $C(j, k_j)$  为第  $j$  个子模块中第  $k_j$  种部件并联时的设计成本,  $C$  为系统设计成本总约束;  $W(j, k_j)$  为第  $j$  个子模块中第  $k_j$  种部件  $\mu_j$  件并联时的重量,  $W_0$  为系统设计质量总约束;  $\mu_j$  为第  $j$  个子模块中第  $k_j$  种部件冗余设计上界。

## 2 系统可靠性冗余设计优化分析

在不可考虑任何约束的情况下进行可靠性分配设计时, 存在以下定理, 设系统从任意的状态  $(k_1, k_2, \dots, k_n)$  出发, 如果满足:

$$\frac{p_t}{R_t(k_t)} - p_t = \max_{1 \leq j \leq n} \left\{ \frac{p_j}{R_j(k_j)} - p_j \right\} \quad (2)$$

则此时在第  $t$  个子系统上并联一个相同部件, 将使系统可靠度增加最快<sup>[11]</sup>。式(2)中  $p_i$  ( $j=1,2,\dots,n$ ) 为增加冗余后系统的可靠度,  $R_j(K_j)$  为系统初始可靠性水平。即通过系统组成单元可靠性水平对比分析, 对可靠度最低的部件增加冗余设计将使得系统可靠度提高最快。

但在可靠性设计过程中常常存在一种特殊情况, 即在不可考虑成本、物理特性的前提下, 对于同一产品系统, 不同子系统的组成部件具有相同的最低可靠度, 那么对于此问题, 如何进行系统可靠度的冗余分配优化设计呢?

假定对某一产品系统, 存在 2 个子系统  $j$  和  $l$ ,

分别由  $k_j$  和  $k_l$  个部件组成, 经系统可靠性分析, 系统中部件  $k_m$  和  $k_n$  可靠性水平最低, 如图 2 所示。

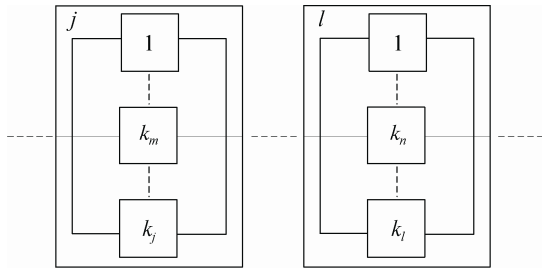


图 2 某产品子系统可靠性框图

对于此情况给定如下假设: 在满足式(1)的条件下, 若  $k_k < k_j$ , 且  $l \neq j$ , 此时对子系统  $l$  部件  $k_n$  增加冗余设计, 系统可靠性度将提高最快。为了研究方便, 假设  $p_i$  为第  $i$  种部件的可靠度,  $R_j(K_i)$  为第  $j$  个子系统中第  $i$  种部件并联时该系统的可靠度水平, 令  $q_i = 1 - p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k_i$  ( $k_i$  为第  $i$  种部件的冗余数)。记初始时刻  $t = 0$ , 对于第  $i$  个子系统所有部件 ( $k_i$ ) 都是新的, 且同时开始工作, 各部件工作时间定为  $X = \max(X_1, X_2, \dots, X_{k_i})$ 。于是该子系统的可靠度:

$$\begin{aligned} R_j(k_i) &= P\{\max(X_1, X_2, \dots, X_{k_i}) > t\} = \\ &= 1 - P\{\max(X_1, X_2, \dots, X_{k_i}) \leq t\} = \\ &= 1 - P\{X_1 \leq t, X_2 \leq t, \dots, X_{k_i} \leq t\} = \\ &= 1 - \prod_{i=1}^{k_i} [1 - p_i] = 1 - (1 - p_i)^{k_i} \end{aligned} \quad (3)$$

此时, 系统的可靠度为:

$$R(K) = R(k_1, k_2, \dots, k_n) = \prod_{i=1}^n [1 - (1 - p_i)^{k_i}] = \prod_{i=1}^n [1 - (q_i)^{k_i}]$$

对图 2 所示的产品而言, 第  $j$  个子系统中部件  $k_m$  可靠度最低, 现通过增加冗余设计。那么根据上述计算过程, 改进设计后系统的可靠度上升为:

$$\begin{aligned} R'_j(K) &= R(k_1, k_2, \dots, k_{j-1}, k_j, k_{j+1}, \dots, k_n) = \\ &= [1 - (q_i)^{k_j+1}] \prod_{i=1 \text{ 且 } i \neq j}^{k_n} [1 - (q_i)^{k_i}] = \\ &= [1 - (q_i)^{k_j+1}] \cdot \frac{1 - (q_i)^{k_j}}{1 - (q_i)^{k_i}} \cdot \prod_{i=1 \text{ 且 } i \neq j}^{k_n} [1 - (q_i)^{k_i}] = \\ &= \frac{[1 - (q_i)^{k_j+1}]}{1 - (q_i)^{k_j}} \cdot \prod_{i=1}^{k_n} [1 - (q_i)^{k_i}] \end{aligned} \quad (4)$$

那么, 对于子系统  $l$ , 可得对部件  $k_n$  增加冗余设计后, 系统可靠度变为:

$$R'_l(K) = \frac{[1 - (q_i)^{k_l+1}]}{1 - (q_i)^{k_l}} \cdot \prod_{i=1}^{k_n} [1 - (q_i)^{k_i}] \quad (5)$$

由于  $0 < q_i < 1; 1 \leq k_l \leq k_j < n$ , 由式(4)和(5)计算可得  $\frac{R'_l(K)}{R'_j(K)} = \frac{[1 - (q_i)^{k_l+1}]}{[1 - (q_i)^{k_j+1}]} \cdot \frac{[1 - (q_i)^{k_j}]}{[1 - (q_i)^{k_l}]} > 1$ , 即对该产品系统而言, 对子系统  $l$  中部件  $k_m$  增加冗余设计系统可靠度提高更大。

通过以上证明过程可得, 在进行复杂系统可靠性冗余优化设计时, 对可靠性最低并且初始冗余最少的部件增加冗余设计对系统可靠度的提高贡献最大。

### 3 仿真算法设计

#### 3.1 算法设计

根据上述推论, 复杂系统可靠性的冗余优化设计的关键在于满足一定约束条件下, 如何快速有效地进行冗余设计, 使系统可靠度达到目标要求, 为此论文对文献[11]给出的算法进行了改进, 其求解复杂系统冗余优化设计的步骤为:

步骤 1 确定系统结构及初始状态 ( $k_1, k_2, \dots, k_n$ ), 明确系统可靠性设计目标  $R_0$  以及约束条件, 转入步骤 2;

步骤 2 计算系统初始可靠性  $R_l(K_i) (1, 2, \dots, n)$ , 若  $R(K) > R_0$ 。得到最优  $K^* = (k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*)$ , 即系统不需要进行冗余设计以满足系统可靠性设计要求, 否则转入步骤 3;

步骤 3 确定系统中可靠度最低的部件单元, 其可靠度记为  $p_i$ , 假定产品由  $i$  个子系统组成, 且每个子系统包含  $j$  个部件, 若满足  $p_i = \min\{R_i(k_j)\} (1 < i < n, 1 < k_i < n)$ 。当  $p_i$  唯一时, 即系统中仅由一个子系统中包含可靠度最低的部件, 转入步骤 5, 否则转入步骤 4;

步骤 4 选定拥有部件并联数最少并且可靠度最低的子系统, 假定产品中第  $i$  和  $j$  子系统都存在

可靠度最低的部件单元, 其初始冗余分别记为  $k_i$  和  $k_j$ , 若满足条件  $k_i < k_j$ , 则优先考虑对第  $i$  子系统部件增加冗余设计, 转入步骤 5;

步骤 5 对于选定的部件, 求出增加冗余设计后系统可靠度变化是否满足:

$$\Delta R_i(k_i) = \max_{i \leq n} \left\{ \frac{R_i(k_i) - R_o(k_o)}{R_o(k_o)} \right\} \quad (6)$$

即通过冗余设计能否使系统可靠度提高最大, 式(6)中:  $R_i(k_i)$  为对拥有  $i$  部件的子系统进行冗余设计后系统的可靠度;  $R_o(k_o)$  为系统的初始可靠度, 则该部件的冗余数变为  $k_i = k_i + 1$ , 转入步骤 6。

步骤 6 对于得到的设计方案, 判断是否满足相关约束, 若满足, 转入步骤 1, 说明系统仍可增加冗余设计提高系统可靠性水平, 若不满足, 则得到最优设计方案, 算法结束。

### 3.2 仿真实现

由于在实际可靠性工程设计中往往需要考虑一定的约束条件, 如设计成本、系统最大冗余数、质量和体积等, 因此应结合上述影响约束对求得设计方案进行筛选, 提出不满足设计要求的寻优结果, 那么根据上述优化原理, 进行仿真求解的过程应包含模型求解以及方案筛选两个阶段。本文给出了如图 3 所示的仿真分析流程。

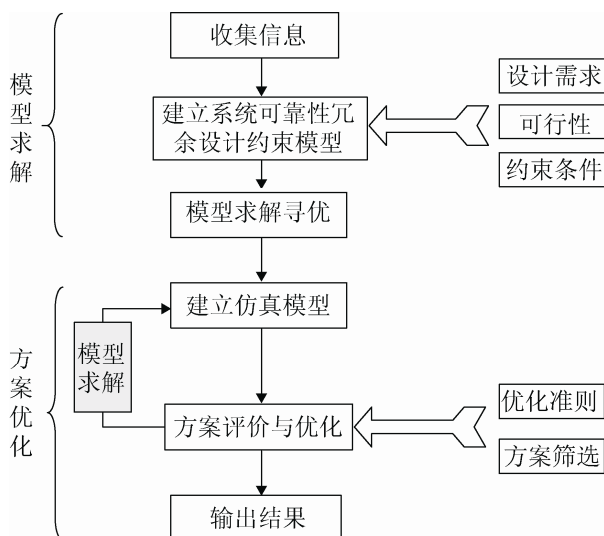


图 3 系统可靠性冗余设计方案仿优化真分析流程

上述求解过程, 满足了通过增加冗余设计最大限度的提高系统可靠性要求, 能够加快约束模型求解寻优求解的速度。

## 4 案例分析

假设某产品由 6 个关键功能模块组成, 其中每个模块有 3 种部件并联组成, 由于当前的产品可靠性设计水平不能满足使用需求, 现主要考虑通过增加产品功能模块各组成部件冗余度来提高其可靠度, 在满足产品设计质量、成本以及最大冗余数的约束的条件下使其达到最低可靠度要求。该产品中可选冗余设计单元相关数据信息如表 1 所示。根据式(1)构造的产品冗余设计约束模型为:

$$\begin{aligned} & \text{Object max } R(K) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^n k_j \leq 35 \\ R(K) \geq 0.9 \\ \sum_{j=1}^n C(j, k_j) \leq 1800 \\ \sum_{j=1}^n W(j, k_j) \leq 350 \\ 1 \leq k_j \leq 3 \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

表 1 系统冗余单元可选设计数据表

| 子系统 | 可选设计单元 |       |       |      |       |       |      |       |       |
|-----|--------|-------|-------|------|-------|-------|------|-------|-------|
|     | 1      |       |       | 2    |       |       | 3    |       |       |
|     | $R$    | $C_i$ | $W_i$ | $R$  | $C_i$ | $W_i$ | $R$  | $C_i$ | $W_i$ |
| 1   | 0.72   | 40    | 9     | 0.62 | 41    | 8     | 0.51 | 39    | 10    |
| 2   | 0.60   | 65    | 10    | 0.74 | 54    | 10    | 0.55 | 57    | 14    |
| 3   | 0.76   | 60    | 12    | 0.48 | 55    | 11    | 0.58 | 62    | 10    |
| 4   | 0.63   | 64    | 13    | 0.70 | 62    | 10    | 0.78 | 66    | 12    |
| 5   | 0.66   | 68    | 13    | 0.74 | 70    | 12    | 0.45 | 67    | 14    |
| 6   | 0.65   | 48    | 12    | 0.75 | 51    | 14    | 0.53 | 49    | 15    |

那么, 上述问题就转化为连续变量和离散变量并存的混合非线性规划模型求解问题。为使模型便于求解, 在进行可靠度优化设计之前, 作以下想定:

- 1) 产品中各部件子单元冗余为主动冗余;
- 2) 每一个子系统都是相互独立的, 且是不可维修的;

- 3) 每一个子系统都有 2 种状态，即工作状态和故障状态；
- 4) 每一个子系统的可靠度为常数；
- 5) 暂不考虑冗余单元的共因失效问题。

这样，产品的冗余优化设计问题可描述为：根据约束模型，利用合理的算法，寻求各可选设计子单元的冗余数，以使得产品在满足系统总造价、总质量等要求下的系统可靠度  $R$  最高。

经计算，上述系统在不进行冗余设计，系统的初始可靠度为 0.762，未达到系统可靠性要求。那么，如何对系统进行冗余优化设计，使系统满足上述约束的基础上，系统可靠度最高。根据本文的求解思路，首先进行系统分析，求得每次迭代计算使得系统可靠度增加最大的冗余设计部件，由式(7)以及问题假设可知，产品各部件最大冗余均为 3，可以设定子系统 1 中部件单元 1 最大冗余为 3，最小冗余为 1，那么可以得到其在不同冗余水平时对系统可靠度的影响。这里记系统组成部件编号为  $P_i, i=1,2,\dots,18$ ，系统初始冗余度为 1，分别求解各部件冗余变化对系统可靠性水平提高的影响，计算输出结果如图 4 所示。

根据设计算法，求解出满足系统可靠性设计要求的冗余设计方案，仿真寻优结果如图 5 所示。所用的优化模型是基于 AnyLogic 的优化实验模块开发的，由于封装了 OptQuest 优化引擎，能够使用复杂算法，结合求解模型的约束控制参数，找到最优参数，从而实现问题的求解，设置仿真迭代计算次数为 500 次，能够满足计算精度的要求。

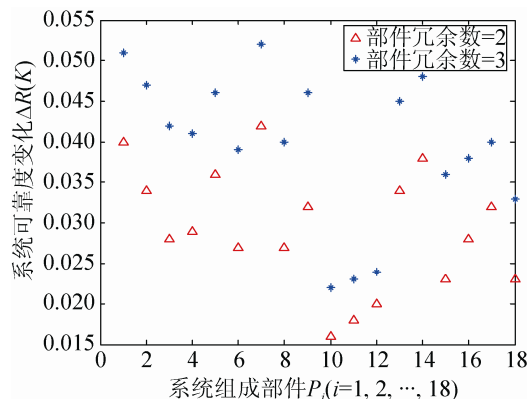


图 4 系统组成各部件冗余变化对系统可靠度的影响分析

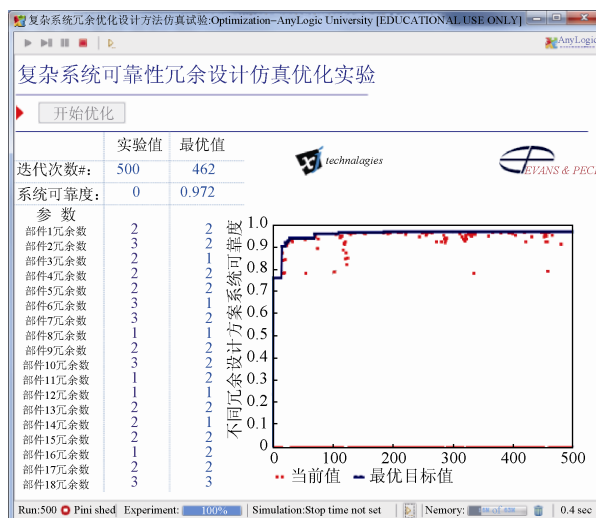


图 5 系统冗余优化设计仿真输出结果

由图 5 可得到，利用本文设计算法结合仿真求解可以得到如表 2 所示的优化设计方案，其中，经优化设计后系统可靠度为 0.972，此时产品的设计成本为 1 798，产品质量为 345，产品总冗余数为 32，可以看出，上述寻优结果为系统的最佳设计方案，此时系统可靠度最高，并且满足产品成本、质量和最大冗余约束的要求。

表 2 系统冗余设计方案

| 系统可靠度 | 设计成本  | 系统质量 | 子系统 1 | 子系统 2 | 子系统 3 | 子系统 4 | 子系统 5 | 子系统 6 | 评价   |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 0.972 | 1 782 | 350  | 2 2 1 | 2 2 1 | 2 1 2 | 2 2 2 | 1 2 1 | 2 2 2 | 3 最优 |

### 5 结论

可靠性工程实践中，复杂系统可靠性的冗余设计是提高系统任务可靠性的主要途径，而受产品成本、质量的约束，系统可靠性的冗余优化分配将是

产品可靠性论证难以回避的问题。论文针对传统求解方法的缺陷，从如何最大效率的提高系统可靠度出发，通过产品系统可靠性分析，提出了对子系统中可靠性水平最低且初始冗余最少的部件单元增

加冗余优化设计方法, 并给出了寻优计算算法, 基于 Anylogic 仿真平台对设计算法进行了实现, 结合算例验证了方法的有效性和正确性, 对复杂系统可靠性冗余优化设计具有指导意义。

### 参考文献:

- [1] 曾声奎. 可靠性设计与分析 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.
- [2] 刘毅静, 刘铭. 复杂系统可靠性分配研究 [J]. 火箭与制导学报, 2004, 24(3): 77-79.
- [3] 魏锦辉, 董笑慧, 魏保立. 遗传算法及其在结构可靠度计算中的应用 [J]. 河南科学, 2009, 27(10): 1261-1263.
- [4] 原菊梅. 基于粒子群优化算法的复杂系统可靠性分配与优化 [J]. 火力与指挥控制, 2011, 36(1): 90-93.
- [5] Way H, Rui W. Recent Advances in Optimal Reliability Allocation [J]. IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans (S2168-2216), 2007, 37(2): 143-156.
- [6] Adamantios M. Reliability Allocation and Optimization for Complex Systems [C]// Proceeding Annual Reliability and Maintainability Symposium. Los Angeles, California,

USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2000: 216-221.

- [7] M A Farsi, B K Jahromi. Reliability Allocation of A Complex System By Genetic Algorithm Method [C]// 2012 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, Chengdu, China. USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2012: 1046-1049.
- [8] Marko C, Borut M. A Dynamic Fault Tree [J]. Reliability Engineering & System Safety (S0951-8320), 2002, 75(1): 83-91.
- [9] Jian-Jun Deng, Lin Zhang, Yan-Bin Li, et al. Reliability allocation of anti-air missile weapon system based on ant colony algorithm [C]// 2013 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE), Dalian, China. USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2013: 502-504.
- [10] 刘艳玲, 吴晓平, 叶清, 等. 一种求解武器系统可靠性分配的非精确方法 [J]. 火力与指挥控制, 2010, 35(9): 31-33, 41.
- [11] 阙国建. 系统可靠性分析中的几个问题研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2003: 18-20.

(上接第 647 页)

### 参考文献:

- [1] Haitao Zhang, Yujiao Zhao. The Performance Comparison and Analysis of Extended Kalman Filters for GPS/DR Navigation [J]. International Journal for Light and Electron Optics (S0030-4026), 2011, 122(9): 777-781.
- [2] Mohammad Taghi Sabet, Pouria Sarhadi, Mostafa Zarini. Extended and Unscented Kalman Filters for Parameter Estimation of an Autonomous Underwater Vehicle [J]. Ocean Engineering (S0029-8018), 2014, 91(11): 329-339.
- [3] T S Schei. A Finite-Difference Method for Linearization in Nonlinear Estimation Algorithms [J]. Automatica (S0005-1098), 1997, 33(11): 2053-2058.
- [4] M Nørgaard, N K Poulsen, O Ravn. Advances in Derivative-Free State Estimation for Nonlinear Systems [R]// Tech. Rep. IMM-REP-1998-15. Denmark: Tech. Univ. of Denmark, 2000.
- [5] S J Julier, J K Uhlmann, H F Durrant-Whyte. A New

Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Filters and Estimators [J]. IEEE Trans. Autom. Control (S1545-5955), 2000, 45(3): 477-482.

- [6] Haitao Zhang, Gang Dai, Junxin Sun, et al, Unscented Kalman Filter and its Nonlinear Application for Tracking a Moving Target [J]. International Journal for Light and Electron Optics (S0030-4026), 2013, 124(20): 4468-4471.
- [7] Farina A, Ristic B, Benvenuti D. Tracking a ballistic target: comparison of several nonlinear filters [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems (S0018-9251), 2002, 38(3): 854-867.
- [8] Arasaratnam I, Haykin S, Elliott R J. Discrete-Time Nonlinear Filtering Algorithms Using Gauss-Hermite Quadrature [J]. Proceedings of the IEEE (S0018-9219), 2007, 95(5): 953-977.
- [9] Wu C L, Han C Z. The Quadrature Kalman Particle Filter [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics (S1004-4132), 2010, 21(2): 175-179.