

7-30-2020

Attitude Control of VTOL Hexrotor Aircraft Based on Lyapunov Theory

Xuemin Yuan

1. Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China; ;

Kecai Cao

1. Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China; ;2. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Attitude Control of VTOL Hexrotor Aircraft Based on Lyapunov Theory

Abstract

Abstract: The considered hexrotor is a symmetric VTOL-UAV with six rigid mono-directional propellers, and the interval between each propeller is 60° . *In order to overcome the inherent geometric singularity of Euler angle description, quaternion representation was used to model. The effect of gyroscopic torques and reactive torques was taken into account when simplifying our model. An approach for hexrotor was proposed in which two nearly equivalent control laws were used to obtain asymptotic stability of attitude angles and attitude angular velocity of the hexrotor UAV.* Simulation results emphasize the effectiveness of the proposed control scheme.

Keywords

hexrotor, attitude control, quaternion, UAV

Recommended Citation

Yuan Xuemin, Cao Kecai. Attitude Control of VTOL Hexrotor Aircraft Based on Lyapunov Theory[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(12): 3037-3043.

基于 Lyapunov 的六旋翼无人机姿态镇定控制技术研究

袁学敏¹, 曹科才^{1,2}

(1. 南京邮电大学自动化学院, 江苏 南京 210023; 2. 南京航空航天大学自动化工程学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 基于每一个螺旋桨呈 60° 间隔分布的六旋翼无人机系统为研究对象, 利用四元数法对其建模以克服欧拉角表示法中的奇异性, 在科氏力矩和回转力矩的作用下, 研究六旋翼无人机的姿态控制问题, 设计得到了六旋翼无人机的姿态控制的渐进稳定控制律, 实现了六旋翼无人机的姿态角和姿态角速度的渐近稳定。Matlab 仿真研究验证了所提控制方法的有效性。

关键词: 六旋翼; 姿态控制; 四元数; 无人机

中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2015) 12-3037-07

Attitude Control of VTOL Hexrotor Aircraft Based on Lyapunov Theory

Yuan Xuemin¹, Cao Kecai^{1,2}

(1. Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China;
2. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The considered hexrotor is a symmetric VTOL-UAV with six rigid mono-directional propellers, and the interval between each propeller is 60°. In order to overcome the inherent geometric singularity of Euler angle description, quaternion representation was used to model. The effect of gyroscopic torques and reactive torques was taken into account when simplifying our model. An approach for hexrotor was proposed in which two nearly equivalent control laws were used to obtain asymptotic stability of attitude angles and attitude angular velocity of the hexrotor UAV. Simulation results emphasize the effectiveness of the proposed control scheme.

Keywords: hexrotor; attitude control; quaternion; UAV

引言

垂直起降无人机在这几十年的迅猛发展下, 已经从只可以执行单一的飞行任务发展为可以完成多种复杂任务的飞行装置。垂直起降无人机是一种典型的拥有垂直起飞和降落能力的飞行器, 因为这种飞行装置不仅操作简单, 而且利于观察和研究, 所以在多项任务中都可以使用这种无人机来完成^[1-2]。在现代先进技术的研究中, 既可以对单

个无人机进行操作, 也可以将多个无人机组成编队同时进行操作^[3-4]。由于无人机控制技术的提高, 从而应用领域也得到了广泛的发展, 例如: 环境的保护、潜入敌军阵营的任务、自然风险的处理、以及远程的勘测、完成拯救任务、还有在农业生产中^[5]等, 都可以使用无人机来代替人类进行操作, 不仅提高了执行效率, 同时也提升了操作的安全性^[6]。无人机在执行各项任务的时候, 既要保证在未知的环境下正常飞行, 也要具备高度的可操作性 and 鲁棒性来抵抗未知环境所带来的干扰^[7], 从而相比较于四旋翼无人机, 六旋翼无人机具备了更好的稳定性和鲁棒性, 同时在负载上也得到了提升。

目前旋翼类无人机的研究广泛集中于四旋翼



收稿日期: 2014-07-05 修回日期: 2015-03-24;
作者简介: 袁学敏 (1990-), 男, 合肥, 硕士生, 研究方向为复杂系统及网络控制; 曹科才 (1978-), 男, 山东, 博士生, 副教授, 研究方向为多智能体系统理论及应用。

<http://www.china-simulation.com>

• 3037 •

的研究, 对于常规模型下的六旋翼研究仍然不多。在文献[8]中提出一种基于六旋翼无人机在悬停状态下姿态的控制方案, 但该文中的六旋翼为 3 组上下重叠结构的旋翼类无人机, 并没有基于常规模型下进行姿态控制的研究; 在文献[9]中将具有欠驱动特性的六旋翼物理模型改为具有固定机身, 却有 6 个活动电机的特殊结构, 实现了 6 个自由度的全驱动控制。本文基于常规模型下四旋翼无人机的动力学模型, 发展为六旋翼的非线性建模方程, 根据六旋翼的结构特点, 设计出姿态控制器, 用于常规模型下六旋翼在悬停状态下的姿态研究, 实现了在悬停状态下高度的控制和 3 个姿态角的稳定性控制。

本文对六旋翼无人机姿态的描述中, 为了实现姿态的准确表示, 通过使用四元数表示法^[10], 克服了欧拉角表示法中固有的几何问题(例如万向节死锁)。并且本文在描述六旋翼无人机的动态模型中, 基于非线性运动方程^[11], 确定了飞行器的回转力矩和陀螺效应力矩。

1 数学建模

常规模型下的六旋翼垂直起降飞行器(简称六旋翼)是由六个安装在电机上的螺旋桨产生向上的升力, 六个旋翼呈六边形顶点位置分布, 重心是每个力臂相交的交叉点, 并且每个电机重心的距离都是 l , 相邻旋翼之间的角度为 $\pi/3$ 。为了使六旋翼无人机克服自身旋转所产生的回转力矩, 相邻旋翼的旋转方向是不相同的, 本文规定 $\omega_i > 0$, $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 旋翼 1, 3, 5 为同一个方向, 并且与旋翼 2, 4, 6 方向相反, 为了方便, 取旋翼 1 和旋翼 4 所在的直线为 \bar{x}_b , 并且定义两个坐标系, 其中一个为地面惯性坐标系, 表示 $I \in \{x, y, z\}$, 另一个是机体轴坐标系 $A \in \{x_b, y_b, z_b\}$, 如图 1 所示。

总的升力表示为^[12-13]:

$$T = \sum_{i=1}^6 |f_i| \quad (1)$$

$$f_i = b\omega_i^2 z_b \quad (2)$$

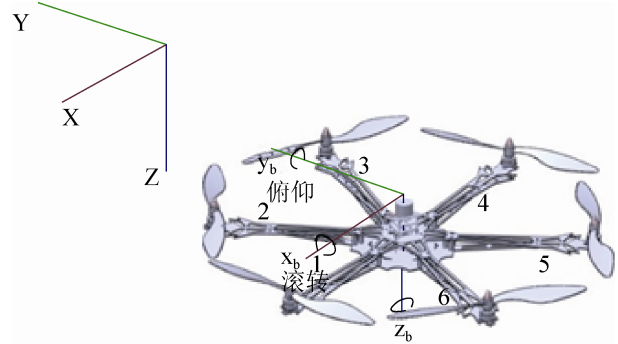


图 1 六旋翼无人机模型及坐标系示意图

因为每一个电机在一个固定的方向进行旋转, 产生的升力 f_i 都是正方向的, 从而得到:

$$T = b \sum_{i=1}^6 \omega_i^2 \quad (3)$$

第 i 个电机产生的反扭矩为:

$$Q_i = k\omega_i^2 \quad (4)$$

其中 $b, k > 0$, 这两个常数在等式中取决于不同的空气动力学参数。

通过旋翼产生的机身力矩可以表示 $\tau_a = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\varphi)$, 分别表示为滚转力矩 τ_ϕ , 俯仰力矩 τ_θ , 偏航力矩 τ_φ , 并且可以表示为:

$$\tau_\phi = bl \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)(-\omega_2^2 + \omega_5^2 - \omega_3^2 + \omega_6^2) \quad (5)$$

$$\tau_\theta = bl \left[(\omega_1^2 - \omega_4^2) + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)(-\omega_2^2 + \omega_5^2 - \omega_3^2 + \omega_6^2) \right] \quad (6)$$

$$\tau_\varphi = k(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2 + \omega_5^2 - \omega_6^2) \quad (7)$$

为了定义飞行器在两个参考系中的位置变换, 通常有 2 种方法可以使用, 一种是使用欧拉角表示法进行描述, 即通过一个 3×3 的旋转矩阵来表示飞行器在两个坐标系中的转换, 但因为欧拉角固有的几何问题(例如万向节死锁)。为了克服这个问题, 本文使用四元数表示法中的 4 个参数来表示飞行器的旋转。四元数表示法的本质仍然是以欧拉角表示法为基础, 将飞行器的旋转表示在某一固定轴下的单一旋转^[14]。

虽然四元数表示法是非奇异的, 但是在表示的环节中, 仍然包含了一个模糊的现象^[15], 也就是 (q_0, \bar{q}) 与 $(-q_0, -\bar{q})$ 可以得到相同的位置, 这个现象能够通过下面给出的公式(9)得到解决。四元数与

欧拉角的转换公式如下所示:

$$\bar{q}^T \bar{q} + q_0^2 = 1 \quad (8)$$

$$q = \begin{pmatrix} q_0 \\ \bar{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} - \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} - \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix} \quad (9)$$

参数中 ϕ , θ 和 φ 分别表示力与相关轴的滚转角, 俯仰角和偏航角, 并且定义了如下关系式:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \Omega_\phi + (\Omega_\theta \sin \phi + \Omega_\varphi \cos \phi) \tan \theta \\ \dot{\theta} &= \Omega_\theta \cos \phi - \Omega_\varphi \sin \phi \\ \dot{\varphi} &= (\Omega_\theta \sin \phi + \Omega_\varphi \cos \phi) \sec \theta \end{aligned} \quad (10)$$

通过牛顿——欧拉定理, 获得的六旋翼动态模型。为了更好地对悬停状态下姿态的稳定性进行分析, 其中基本的假设条件有: 六旋翼的螺旋桨都是固定的, 并且外部的空气作用力影响(空气摩擦力, 风的压力等), 由于对整体的影响非常小, 所以在建模中都可以忽略。下面根据四旋翼无人机的动力学建模^[16], 给出考虑到陀螺效应和回转力矩的六旋翼简化模型:

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{\bar{q}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\bar{q}^T \\ S(\bar{q}) + q_0 I \end{pmatrix} \Omega \quad (11)$$

$$I_f \dot{\Omega} = -S(\Omega) I_f \Omega - G_a + \tau_a \quad (12)$$

$$I_r \dot{\omega}_i = \tau_i - Q_i, i \in 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (13)$$

其中: $I_f \in R^{3 \times 3}$ 是机身关于惯性坐标系的正的常数惯性矩阵。 $\Omega = (\Omega_\phi, \Omega_\theta, \Omega_\varphi)$ 表述了六旋翼的角速度, $S(x)$ 函数的功能是表示一个反对称矩阵, 如下所示:

$$S(x) = \begin{pmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{也就是}$$

$$S(V)W = V \times W.$$

上式中的 G_a 表示的是回转力矩, 并且可以表示为:

$$G_a = I_r S(\Omega) z \sum_{i=1}^6 (-1)^i \omega_i, z = (0, 0, 1) \quad (14)$$

I_r 表示的是旋翼的转动惯量, τ_i ; $i \in 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 表示了每个旋翼产生的力矩。

2 姿态控制器的设计

为了寻求一个在瞬时特性中得到改善的控制方法, 并且在提高无人机姿态稳定性的同时, 也保证不失一般性, 在本文的设计中, 首先对控制力矩 τ_a 进行设计, 由于为了实现六旋翼在动态飞行中对姿态的控制, 需要结合单个转子力矩 τ_i , 以此获得之前所设计的控制力矩 τ_a 。

2.1 控制力矩 τ_a 的设计

在六旋翼的动态模型中, 有着与其他多旋翼飞行器都有的结构: τ_a 控制 Ω , Ω 再对 q 进行控制, 即 ($\tau_a \rightarrow \Omega \rightarrow q$), 通过(11)(12)中的表达式中, 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} &= g(\Omega, \tau_a) \\ \dot{q} &= f(q, \Omega) \end{aligned}$$

从(11)中, 可以得到 \dot{q} 到的表达式:

$$\dot{q} = f(q, \Omega) = F(\Omega)q \quad (15)$$

并且:

$$F(\Omega) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_\phi & -\Omega_\theta & -\Omega_\varphi \\ \Omega_\phi & 0 & -\Omega_\varphi & \Omega_\theta \\ \Omega_\theta & \Omega_\varphi & 0 & -\Omega_\phi \\ \Omega_\varphi & -\Omega_\theta & \Omega_\phi & 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

同样的, 根据(12)中可以得到 $\dot{\Omega}$ 的表达式

$$\dot{\Omega} = g(\Omega, \tau_a) = I_f^{-1} (-S(\Omega) I_f \Omega - G_a + \tau_a) \quad (17)$$

通过对以上情况的分析, 定义 $\tau_a = H(q, \Omega)$, 为了实现有效的控制方案, 需要按照两个步骤来进行:

1、首先是寻找理想的角速度 $\Omega_d = d(q)$, 当 Ω_d 作为(12)的输入时, 保持其渐近稳定, 解决措施是使用非线性方案 $\dot{q} = f(q, \omega(q))$ 。

2、确保角速度 Ω 渐近地追踪理想角速度 Ω_d , 即: $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sup |\Omega - \Omega_d|) = 0$ 。

2.1.1 理想角速度

为了寻找理想的角速度,正如前文的描述,本文以非线性微分方程 $\dot{q} = f(q, \Omega_d)$ 所收敛的平衡点为选取方法。这里的平衡点,假设当 $0 \leq q_0 \leq 1$, 且 $q_e = (1, 0, 0, 0)$, (当 $q_0 = \pm 1, \bar{q} = 0$ 时均为平衡点,但由于归一性,选取 $q_0 = 1, \bar{q} = 0$ 为参考点)。得到四元数误差函数表述为:

$$\tilde{q} = q - q_e = (q_0 - 1, q_1, q_2, q_3)$$

将 \tilde{q} 和 q 进行比较,可以得到:

$$\dot{\tilde{q}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\bar{q}^T \\ S(\Omega) + (q_0 - 1)I \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 - 1 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 - 1 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 - 1 \end{pmatrix} \Omega = B(q)\Omega \quad (18)$$

如果让 α 为一个正的常数,并且 Ω 是一个正定的对称矩阵,理想速度可以表示为:

$$\Omega_d = \alpha B(q)^T \Omega q \quad (19)$$

在前面的假设和条件下,整个四元数系统将会达到渐进稳态,将在下文中给出相应的证明:

为了简单起见,本文假设 $\Omega = 2I$ 在等式(19)中,从而得到:

$$\Omega_d = -\alpha \bar{q} \quad (20)$$

如果考虑到稳定的系统($\Omega = 0$ 时)中:

$$\dot{\tilde{q}} = N(\tilde{q}, \Omega) = N(\tilde{q}, 0) = B(q)\Omega = 0$$

代入之前的(20)中所得到的有效值 Ω_d , 可以获得:

$$\dot{\tilde{q}} = B(q)\Omega_d = -B(q)\alpha \bar{q}$$

定义 Lyapunov 函数为:

$$V_1 = \bar{q}^T \bar{q} + (q_0 - 1)^2 + \frac{1}{2} \tilde{\Omega}^T \Gamma^{-1} I_f \tilde{\Omega}$$

其中 $\Gamma = \beta I$, β 为一个正标量,为了简化模型,重新定义 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \bar{q}^T \bar{q} + (q_0 - 1)^2 = \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q}$$

$$V_1 = \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} = \frac{1}{2} (q_0 - 1, q_1, q_2, q_3)^T (q_0 - 1, q_1, q_2, q_3) =$$

$$\frac{1}{2} [(q_0 - 1)^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2] =$$

$$\frac{1}{2} [(q_0 - 1)^2 + 1 - q_0^2] = 1 - q_0$$

若将 v 的表达式代入(11)和(20),我们可以得到:

$$\dot{V}_1 = -\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \bar{q}^T \alpha_i(\bar{q}) = -\frac{1}{2} \bar{q}^T \Omega$$

使用四元数的特性: $\bar{q}^T \bar{q} + q_0^2 = 1$, 并且仅当 $0 \leq q_0 \leq 1$, 还可以获得:

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{2} \alpha (1 + q_0) V_1 < 0$$

证明如下:

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{2} \alpha (1 + q_0) (1 - q_0) = -\frac{1}{2} \alpha (1 - q_0^2) = -\frac{1}{2} \alpha \bar{q}^T \bar{q} = \frac{1}{2} \alpha \Omega_d$$

其中 $\alpha > 0, \Omega_d = -\alpha \bar{q} < 0$, 所以: $\dot{V}_1 < 0$, 也可以从另一方面进行证明: $\alpha > 0, 0 \leq q_0 \leq 1, 1 + q_0 \geq 1, V_1 = 1 - q_0 \geq 0$ 所以同样可以证明出 $\dot{V}_1 < 0$ 。

通过上面的推导,可得出: $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q} = 0$ 并且 $\lim_{t \rightarrow \infty} q = q_e$, 得出系统是渐近稳定的。对于这里的稳定性,代入(11)和(20)中,可以得到:

$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \bar{q}^T \Omega = \frac{1}{2} \alpha \bar{q}^T \bar{q} = -\frac{1}{2} \alpha (1 - q_0^2) \quad (21)$$

$$\dot{\bar{q}} = \frac{1}{2} S(\bar{q}) \Omega + \frac{1}{2} q_0 I \Omega =$$

$$-\frac{1}{2} \bar{q} \times \alpha \bar{q} - \frac{1}{2} \alpha q_0 \bar{q} \quad (22)$$

2.1.2 理想角速度的跟踪

在这个步骤中,所设计的 τ_a 能使角速度 Ω 渐近地逼近理想角速度 Ω_d 。角速度跟踪误差可以描述为:

$$\tilde{\Omega} = \Omega - \Omega_d,$$

假设:

$$\dot{\tilde{\Omega}} = -\lambda f(\tilde{\Omega}) \quad (23)$$

其中:

$$f(\tilde{\Omega}) = \begin{cases} \tilde{\Omega} f(\tilde{\Omega}) > 0, \tilde{\Omega} \neq 0 \\ f(\tilde{\Omega}) = 0, \tilde{\Omega} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

同样,定义 Lyapunov 函数为:

$$V_2 = \frac{1}{2}(\tilde{\Omega})^T \tilde{\Omega} \quad (25)$$

对 v 关于时间 t 求导得:

$$\dot{V}_2 = -\lambda \tilde{\Omega}^T f(\tilde{\Omega}) < 0$$

因此, 基于 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\Omega} = 0$, 并且可以得出:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Omega = \Omega_d$$

本文根据之前的分析, 可以将 Ω_d 设计为:

$$\tau_a = S(\Omega) I_f \Omega + G_a + I_f \dot{\Omega} \quad (26)$$

并且使用 $\tilde{\Omega}$ 的定义, 即 $\tilde{\Omega} = \Omega - \Omega_d$, 从而得到 $\dot{\Omega} = \dot{\tilde{\Omega}} + \dot{\Omega}_d$, 再结合(23), 得到:

$$\tau_a = S(\Omega) I_f \Omega + G_a - \lambda I_f f(\tilde{\Omega}) + I_f \dot{\Omega}_d \quad (27)$$

从(20)中, 同样可以得到: $\dot{\Omega}_d = J(q) \dot{q}$, 这里的 $J(q)$ 是 Ω_d 的雅克比矩阵, 如下所示:

$$\begin{pmatrix} \omega_{d1}^2 \\ \omega_{d2}^2 \\ \omega_{d3}^2 \\ \omega_{d4}^2 \\ \omega_{d5}^2 \\ \omega_{d6}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -bl \sin \frac{\pi}{3} & -bl \sin \frac{\pi}{3} & 0 & bl \sin \frac{\pi}{3} & bl \sin \frac{\pi}{3} \\ bl & bl \sin \frac{\pi}{6} & -bl \sin \frac{\pi}{6} & -bl & -bl \sin \frac{\pi}{6} & bl \sin \frac{\pi}{6} \\ k & -k & k & -k & k & -k \\ b & b & b & b & b & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\varphi \\ T \end{pmatrix} = \Lambda^{-1} \begin{pmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\varphi \\ T \end{pmatrix} \quad (30)$$

其中参数 b, k 还有 $l > 0$, 坐标假设是正确的, 从而确保了矩阵 Λ 满秩。

这里采用同样的方法, 描述转子的角速度误差可以表述为: $\tilde{\omega}_i = \omega_i - \omega_{di}$, 为了让电机的角速度渐近地靠近各自的 ω_{di} , 假设:

$$\dot{\tilde{\omega}}_i = -h f(\tilde{\omega}_i)$$

其中 h 是一个正的常数, 并且 $f(\tilde{\omega}_i)$ 是关于 $\tilde{\omega}_i$ 的函数, 通过代替 $\tilde{\Omega}$ 和 $\tilde{\omega}_i$ 可以得到(24)和(25)。

定义 Lyapunov 函数为:

$$V_3 = \frac{1}{2}(\tilde{\omega}_i)^T \tilde{\omega}_i$$

V_3 关于时间 t 求导, 可得:

$$\dot{V}_3 = -h \tilde{\omega}_i^T f(\tilde{\omega}_i) < 0$$

同理可得: $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega}_i = 0$, 并且: $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_i = \omega_{di}$ 。

下面定义 τ_i 关于(13), 得到: $\tau_i = Q_i + I_r \omega_i$ 从而可以写成:

$$J(q) = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_3 \end{pmatrix}$$

最后从(15)中获得:

$$\dot{\Omega}_d = J(q) F(\Omega) q \quad (28)$$

同理可得:

$$\tau_a = S(\Omega) I_f \Omega + G_a - \lambda I_f f(\tilde{\Omega}) + I_f J(q) F(\Omega) q \quad (29)$$

2.2 电机扭矩 τ_i 的设计

通过之前的工作, 已经完成控制力矩的设计任务, 现在便是要对 τ_i 的设计。根据六旋翼的结构特点, 让每个旋翼 (ω_i 's) 的角速度跟随所设计的控制力矩 $\tau_a = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\varphi)$ 所产生的角速度。从(1)和(7), 理想的角速度可以表示为:

$$\tau_i = Q_i + I_r \dot{\omega}_{di} - h I_r f(\tilde{\omega}_i) \quad (31)$$

3 仿真研究

姿态环的控制是无人机控制系统中最基本的模块, 在悬停状态下的姿态稳定控制具有重要的意义, 为了确定本文所提出的姿态控制方法在六旋翼无人机中的控制效果, 下面将是对姿态控制器的控制效果进行仿真。

图 2~4 是不同控制器的效果曲线, 从曲线中可以明显得出六旋翼在悬停状态下姿态的稳定, 以及角速度的稳定, 随着时间的增长, 姿态角的实际值渐进趋向于理想值。

图 2 为六旋翼无人机高度控制仿真曲线, 输入量为高度 10 m, 输入时间为 3 s, 从仿真曲线中可以看出, 高度响应的调节时间不足 1 s, 超调量在 2%左右, 控制效果十分理想。

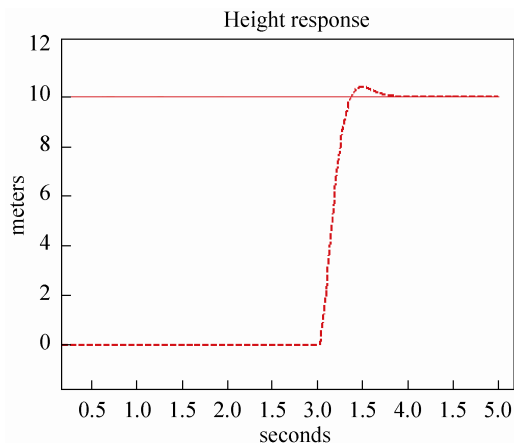


图 2 六旋翼无人机高度控制曲线

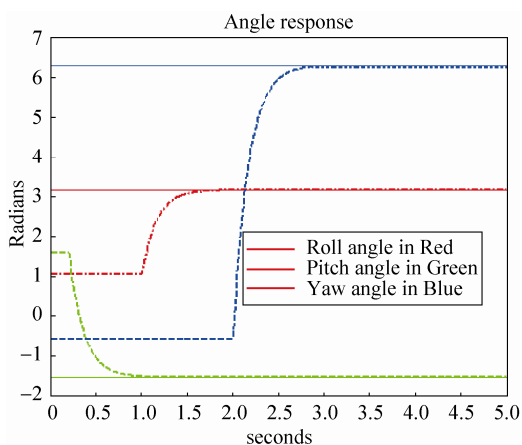


图 3 六旋翼无人机姿态角的控制曲线

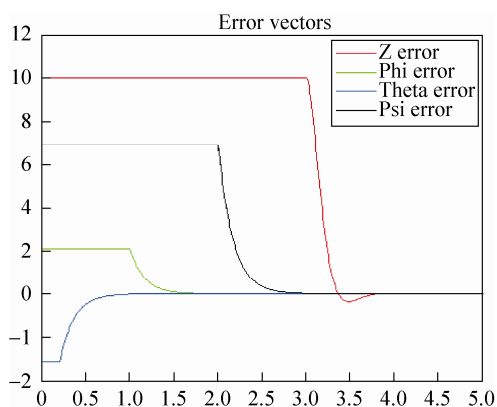


图 4 六旋翼无人机姿态角误差的追踪曲线

图 3 为姿态角的仿真曲线, 其中红色线条表示滚转角, 绿色线条表示俯仰角, 蓝色线条表示偏航角。初始状态下, Roll = -1° , Pitch = -0.6° , Yaw = -1.5° 。在 0.2 s 时输入 Yaw = -1.5° , 1 s 时输入 Roll = 3.2° , 2 s 时输入 Pitch = 6.3° 。从仿真曲线中看出, 无人机

的三个姿态角调节时间均不足 1 s, 基本无超调。

图 4 所示为无人机姿态误差追踪曲线, 红色线条表示 Z 的误差, 绿色线条表示 Φ 的误差, 蓝色线条表示 θ 的误差, 黑色线条表示 φ 的误差。将图 4 与图 2、图 3 对比即可理解误差的产生到误差的调节这一快速响应的过程, 从而总结出本文所提出的控制方法在六旋翼无人机的姿态调整中起到了很好的控制效果。

通过以上的仿真, 证明了本篇文章所提出方法的有效性, 实现了六旋翼无人机在悬停状态下, 对姿态角和理想角速度的渐进稳定控制。

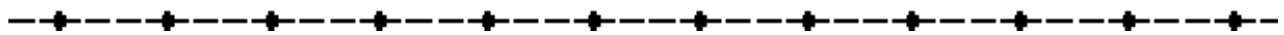
4 结论

六旋翼无人机作为一种垂直起降飞行器的典型机型之一, 相比较于四旋翼具有更好的负载能力和抗干扰能力, 本文提出了一种用于六旋翼无人机姿态稳定的控制方法, 该方法基于经典的四元数表示法, 通过使用所设计的姿态控制器, 让无人机的姿态角呈现渐进稳定, 最终将姿态角校正到所设置的理想值, 同时无人机的理想角速度的追踪也呈现渐进稳定性。最后, 通过仿真证实了本文所提出方法的有效性。下面的工作将结合实际的硬件模型进行研究, 也会对本文的控制模型及方法进行优化。

参考文献:

- [1] D Mellinger, N Michael, V Kumar. Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotor [J]. Int. J. Robot. Res (S0278-3649), 2012, 31(5): 1-11.
- [2] V Gavrillets, E Frazzoli, B Mettle, *et al.* Aggressive maneuvering of small autonomous helicopters: A human-centered approach [J]. Int. J. Robot, 2001, 20(10): 795-807.
- [3] Antonios Tsourdos, Brian White, Madhavan Shanmugavel. New York, USA: Wiley, 2011.
- [4] Z Peng, G Wen, A Rahmani, *et al.* Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots based on a bioinspired neurodynamic based approach [J]. Robot. Autonom. Syst. (S0921-8890), 2013, 61(9): 988-996.
- [5] S Bertrand, N Guenard, T Hamel, *et al.* A hierarchical controller for miniature VTOL UAVs: Design and

- stability analysis using singular perturbation theory [J]. *Control Eng. Pract* (S0967-0661), 2011, 19(10): 1099-1108.
- [6] L Marconi, R Naldi. Control of aerial robots [J]. *IEEE controlsyst mag.* (S1066-033X), 2012, 32(4): 43-65.
- [7] R Naldi, L Marconi. Modeling and control of the interaction between flying robots and the environment [C]// *Proc, 8th IFAC Symp. Nonlinear Control System*, Bologna, Italy, 2010.
- [8] Liangliang Yin, Jingkui Shi, Yimin Huang. Modeling and Control for a Six-Rotor Aerial Vehicle [C]// *IEEE Conference Publication*. USA: IEEE, 2010: 1289-1292.
- [9] Kaufman E, Caldwell K, Daewon Lee, *et al.* Design and development of a free-floating hexrotor UAV for 6-DOF maneuvers [C]// *IEEE Conference Publication*. USA: IEEE, 2014: 1-10.
- [10] Chen Ujang B, Took C C, Mandic D P. Quaternion-Valued Nonlinear Adaptive Filtering [J]. *IEEE Transactions*(S1045-9227), 2011, 22(8): 1193-1206.
- [11] A Tayebi, S McGilray, A Roberts, *et al.* Attitude estimation and stabilization of a rigid body using low-cost sensors [C]// *Proc. of the 46th IEEE CDC*, New Orleans, LA, USA, 2007. USA: IEEE, 2007.
- [12] B Crowther, A Lanzon. An improved method for nonlinear model reduction using balancing of empirical gramians [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* (S0731-5090), 2011, 34(6).
- [13] P Pounds, R Mahony, P Hynes, *et al.* Design of a four-rotor aerial robot [C]// *Proc. Australian Conf. Robotics and Automation*, Auckland, Australia, 2002.
- [14] C Mayhew, R Sanfelice, A Teel. Quaternion based hybrid control for robust global attitude tracking [C]// *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011. USA: IEEE, 2011.
- [15] N Chaturvedi, N McClamroch. Rigid-body attitude control [J]. *IEEE Control Systems Magazine* (S1066-033X), 2011, 31(3): 30-51.
- [16] A Tayebi, S McGilray. Attitude Stabilization of a VTOL Quadrotor Aircraft [J]. *IEEE Transaction on Control Systems Technology* (S1063-6536), 2006, 14(3): 562-571.



(上接第 3036 页)

- [6] 周国雄, 吴敏. 基于改进的灰色预测的模糊神经网络控制 [J]. *系统仿真学报*, 2010, 22(10): 2333-2336. (Zhou Guoxiong, Wu Min. Fuzzy Neural Network Control Based on Improved Gray Prediction [J]. *Journal of System Simulation* (S1004-731X), 2010, 22(10): 2333-2336.)
- [7] 胡周君, 胡志刚, 丁长松. 一种基于灰色模型的资源可用性预测模型 [J]. *系统仿真学报*, 2010, 22(3): 791-799. (Hu Zhoujun, Hu Zhigang, Ding Changsong. Model for Resource Availability Prediction Based on Grey Model [J]. *Journal of System Simulation* (S1004-731X), 2010, 22(3): 791-799.)
- [8] 邓聚龙. 灰色系统理论教程 [M]. 北京: 华中理工大学出版社, 1990: 175-264. (Deng Julong. *The Grey System Theory* [M]. Beijing, China: Huazhong University Press, 1990: 175-264.)
- [9] Adam Jacobus van Staden, Jiangfeng Zhang, Xiaohua Xia. A Model Predictive Control Strategy for Load Shifting in a Water Pumping Scheme with Maximum Demand Charges [J]. *Applied Energy*(S0306-2619), 2011, 88(12): 4785-4794.
- [10] He Zhang, Xiaohua Xia, Jiangfeng Zhang. Optimal Sizing and Operation of Pumping Systems to Achieve Energy Efficiency and Load Shifting [J]. *Electric Power Systems Research* (S0378-7796), 2012, 86: 41-50.
- [11] 李国勇. 智能控制及其 MATLAB 实现 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 285-341. (Li Guoyong. *Intelligent Control and its MATLAB Realization* [M]. Beijing, China: Publishing House of Electronics Industry, 2005: 285-341.)
- [12] Xiangtao Zhuan, Xiaohua Xia. Development of Efficient Model Predictive Control Strategy for Cost-optimal Operation of a Water Pumping Station [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* (S1063-6536), 2013, 21(4): 1449-1454.
- [13] 郭长娜. 煤矿井下主排水泵节能与控制系统的研究 [D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2011: 37-42. (Guo Changna. *The Research on the Saving Energy and Control System of the Main Water Pumps for the Coal Mine* [D]. Fuxin, China: Liaoning Technical University, 2011: 37-42.)
- [14] Xiangtao Zhuan, Xiaohua Xia. Optimal Operation Scheduling of a Pumping Station with Multiple Pumps [J]. *Applied Energy*(S0306-2619), 2013, 104: 250-257.
- [15] Uduakobong E Ekpenyong, Jiangfeng Zhang, Xiaohua Xia. An Improved Robust Model for Generator Maintenance Scheduling [J]. *Electric Power Systems Research*(S0378-7796), 2012, 92: 29-36.