

# Journal of System Simulation

---

Volume 27 | Issue 11

Article 22

---

8-5-2020

## A Class of Prediction Based Adaptive PID Controller

Yanjun Liu

*Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry (Ministry of Education), Jiangnan University, Wuxi 214122, China;*

Yawen Mao

*Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry (Ministry of Education), Jiangnan University, Wuxi 214122, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>

 Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# A Class of Prediction Based Adaptive PID Controller

## Abstract

**Abstract:** The PID controller has been widely used in various industrial processes. However, for real practical control plants, their mechanisms, structures and operation conditions are different, and conventional tuning methods cannot always work in a desirable state. In order to improve the robustness and the stability of the control systems, advanced PID control algorithms have been attracted much attention. A *prediction based adaptive control algorithm is proposed for CARIMA models, where the PID parameters can be tuned adaptively according to the parameters of the control plant. The key is minimizing a performance index which considers the quadratic predicted output, over the set point, as well as the control efforts, over a time horizon.* For the online identification step, the recursive extended least squares estimation technique is implemented. The adaptability and the robustness of the proposed algorithm are validated by simulation results.

## Keywords

PID controller, CARIMA models, prediction, on-line identification, adaptability

## Recommended Citation

Liu Yanjun, Mao Yawen. A Class of Prediction Based Adaptive PID Controller[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(11): 2778-2783.

# 一类基于预测的自适应 PID 控制器

刘艳君, 毛亚文

(江南大学教育部轻工过程先进控制重点实验室, 无锡 214122)

**摘要:** PID (proportional integral derivative) 控制器广泛应用于各种工业过程, 但实际被控对象的机理、复杂程度和环境条件各不相同, 常规整定方法很难维持满意的效果。为了增强控制系统的鲁棒性和稳定性, 先进的 PID 控制算法得到了广泛的关注。针对常见的带积分受控自回归滑动平均(CARIMA)模型提出了一类基于预测的自适应控制算法, 使得 PID 参数能够随着对象模型参数的变化而变化, 实现在线整定。该递推算法是通过在给定时域内极小化性能指标函数而得到的, 其中性能指标函数考虑了某一给定范围内给定输入和预测输出的二次偏差以及控制量, 在线辨识阶段则采用递推最小二乘算法。仿真结果证实该方法有很好的自适应力和鲁棒性。

**关键词:** PID 控制器; CARIMA 模型; 预测; 在线辨识; 自适应力

中图分类号: TP273 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2015) 11-2778-07

## A Class of Prediction Based Adaptive PID Controller

Liu Yanjun, Mao Yawen

(Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry (Ministry of Education), Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** The PID controller has been widely used in various industrial processes. However, for real practical control plants, their mechanisms, structures and operation conditions are different, and conventional tuning methods cannot always work in a desirable state. In order to improve the robustness and the stability of the control systems, advanced PID control algorithms have been attracted much attention. A prediction based adaptive control algorithm is proposed for CARIMA models, where the PID parameters can be tuned adaptively according to the parameters of the control plant. The key is minimizing a performance index which considers the quadratic predicted output, over the set point, as well as the control efforts, over a time horizon. For the online identification step, the recursive extended least squares estimation technique is implemented. The adaptability and the robustness of the proposed algorithm are validated by simulation results.

**Keywords:** PID controller; CARIMA models; prediction; on-line identification; adaptability

## 引言

近半个世纪以来, 科学技术突飞猛进, 新的控制理论和方法不断涌现, 但 PID 控制器因其结构

简单, 稳定性好且工作性能可靠等特点, 在很长的一段时间内, 仍会被广泛应用于工业控制领域。因此提高 PID 控制器的性能以使系统获得稳定的动态响应具有重要的理论和实践意义<sup>[1]</sup>。

自适应控制在化工、冶金、机加工和临床医学领域都有广泛应用, 其基本思想是通过不断地监测被控对象并根据其变化来调整控制参数, 从而使系统运行于最优或次优状态<sup>[2]</sup>。自校正调节器(STR)



收稿日期: 2014-09-25 修回日期: 2014-11-12;  
基金项目: 国家自然科学基金(61304138, 61473136);  
江苏省自然科学基金(BK20130163);  
作者简介: 刘艳君(1983-), 女, 江苏靖江, 博士, 讲师, 研究方向为系统辨识理论与方法, 自适应控制等;  
毛亚文(1991-), 女, 江苏海安, 硕士生, 研究方向为系统辨识理论与方法。

是自适应控制的一种, 其主要特点是具有一个被控对象数学模型的在线辨识环节, 并可以采用不同的控制方法和估计方法来搭配以满足不同的性能要求, 控制方案的选择较为灵活方便, 常用于实际工业过程控制。预测控制是伴随着自适应控制的研究而发展起来的, 它打破了传统控制中对模型结构的严格要求, 因此更满足工程实用要求。广义预测控制(GPC)是一种参数化模型的预测控制, 它是将自适应控制与预测控制相结合的典例, 不仅提高了预测控制对于不确定性环境的适应能力而且增强了自适应控制的鲁棒性<sup>[3]</sup>, 从而扩大了预测控制的适用范围。

随着自适应控制和预测控制的广泛应用, PID 控制器得到学者们更为广泛的关注。为了应对越来越复杂的控制对象(如强时变, 非线性, 多变量, 大时滞等)和满足更高的控制要求, 学者们将 PID 控制和预测控制相结合, 提出了许多更符合实际应用且性能良好的 PID 整定方法。如文献[4]针对工业上具有非线性和大滞后等特征的反应堆系统提出一种基于模型预测控制的 PID 参数整定方法; 文献[5]针对高度非线性过程提出一种基于预测的多变量模糊 PID 自适应控制系统; 文献[6]对离合器提出一种灰色预测 PID 控制技术, 提高了传统 PID 控制的质量和鲁棒性。除此之外, 学者们还尝试将 PID 控制与遗传算法<sup>[7-8]</sup>、神经网络<sup>[9-10]</sup>、粒子群<sup>[11-12]</sup>等先进理论相结合, 极大地丰富了控制理论体系。

本文利用广义预测控制相关理论, 针对 CARIMA 模型提出了一类基于预测的自适应 PID 参数整定方法, 使得 PID 参数能随着对象特性和环境的变化不断更新使系统稳定, 且同时兼顾最优输出和最优控制, 具有一定的现实意义。文中通过仿真分析了该方法的有效性。

## 1 控制方案

考虑被控对象模型为带积分的受控自回归滑动平均(CARIMA)模型,

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-d) + \frac{C(z^{-1})}{1-z^{-1}}v(t) \quad (1)$$

其中:  $u(t)$  是控制器的输出, 即模型的输入;  $y(t)$  是系统输出;  $v(t)$  为白噪声;  $d$  为  $u(t)$  的滞后时间。 $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  和  $C(z^{-1})$  均为后移算子  $z^{-1}$  的多项式, 记作

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &:= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}, \\ B(z^{-1}) &:= b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}, \\ C(z^{-1}) &:= 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{n_c} z^{-n_c}. \end{aligned}$$

控制器采用数字增量型 PID 控制器

$$u(t) = \frac{G(z^{-1})}{1-z^{-1}}e(t) \quad (2)$$

其中:  $G(z^{-1}) := g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2}$ ,  $e(t) := r(t) - y(t)$ 。

为方便叙述, 定义  $t$  时刻 PID 控制器参数矢量  $\mathbf{G}$  和误差矢量  $\mathbf{e}(t)$  分别为

$$\mathbf{G} := [g_0, g_1, g_2]^T, \mathbf{e}(t) := [e(t), e(t-1), e(t-2)]^T.$$

由式(2)可知  $\mathbf{G}^T \mathbf{e}(t)$  表示增量  $\Delta u(t)$ , 即

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^T \mathbf{e}(t) &= [g_0, g_1, g_2][e(t), e(t-1), e(t-2)]^T = \\ &= u(t) - u(t-1) = \Delta u(t) \end{aligned}$$

参照预测控制性能指标函数, 给出预测 PID 控制优化性能指标函数,

$$J(t, \mathbf{G}) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^t \{\lambda^{t-i} [y(i+d) - r(i+d)]^2 + \alpha [u(i) - u(i-1)]^2\} \quad (3)$$

式中:  $\lambda \in (0,1)$  为遗忘因子;  $\alpha$  为控制增量加权系数;  $y(i+d)$  和  $r(i+d)$  分别表示系统  $i+d$  时刻的实际输出和期望输出。本文目标是给出一组递推式能在给定的有限时域  $t$  内寻找最优的 PID 控制器参数  $\mathbf{G}_* = [g_{0*}, g_{1*}, g_{2*}]^T$ , 使指标函数取得最小值, 实现 PID 参数自整定。

不难看出式(3)等价于

$$\begin{aligned} J(t, \mathbf{G}) &= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^t \{\lambda^{t-i} [r(i+d) - \hat{y}(i+d|i)]^2 + \\ &\quad \alpha [\mathbf{G}^T \mathbf{e}(i)]^2\} \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\hat{y}(t+d|t)$  表示系统  $d$  步最优预测输出, 根据最小方差控制原理<sup>[13]</sup>可得 PID 控制器下 CARIMA 模型的  $d$  步最优预测输出为

$$\hat{y}(t+d|t) = \frac{B(z^{-1})E(z^{-1})}{C(z^{-1})} \mathbf{G}^T \mathbf{e}(t) + \frac{H(z^{-1})}{C(z^{-1})} y(t) \quad (5)$$

式中:  $E(z^{-1})$  和  $H(z^{-1})$  分别为  $n_a - 1$  和  $d - 1$  阶多项式, 即

$$E(z^{-1}) := e_0 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{n_a-1} z^{-(n_a-1)},$$

$$H(z^{-1}) := h_0 + h_1 z^{-1} + \dots + h_{d-1} z^{-(d-1)},$$

且满足 Diophantine 方程

$$C(z^{-1}) = E(z^{-1})A(z^{-1})\Delta + z^{-d}H(z^{-1}) \quad (6)$$

其中  $\Delta := 1 - z^{-1}$ 。注意到式(4)是只关于  $\mathbf{G}$  的函数, 且由式(5)可知  $\mathbf{G}$  的求取依赖于参数多项式  $H(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$ ,  $C(z^{-1})$  和  $E(z^{-1})$ , 因此需要选择合适的方法对未知参数模型多项式  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  和  $C(z^{-1})$  进行辨识。另一方面由于式(4)中  $\hat{y}(i+d|i)$  和  $\mathbf{e}(i)$  都是关于  $\mathbf{G}$  的强非线性函数, 所以不能通过数值计算的方法直接求出其极值解。本文将推导出一组递推式求解  $\mathbf{G}_*$  来解决这一问题。

综合以上控制要求, 可得控制方案如图 1 所示。文中选择 STR 的控制结构, 即每一采样时刻首先利用辨识算法在线实时估计模型参数, 然后根据估计参数设计 PID 控制律。具体流程如下: 1) 借助受控对象输入输出数据辨识出对象的参数  $\hat{A}(z^{-1})$ ,  $\hat{B}(z^{-1})$  和  $\hat{C}(z^{-1})$ ; 2) 根据式(6)求出  $\hat{E}(z^{-1})$  和  $\hat{H}(z^{-1})$ ; 3) 根据推导的递推公式算出最优参数矢量  $\mathbf{G}_*$  和控制律  $u(t) = u(t-1) + \mathbf{G}_*^T \mathbf{e}(t)$ .

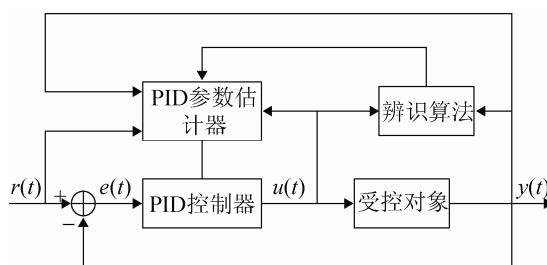


图 1 基于预测的自适应 PID 控制方案图

## 2 算法推导

### 2.1 CARIMA 模型的辨识算法

用于在线参数辨识的算法有很多, 如递推最小二乘法, 极大似然法<sup>[14]</sup>, 随机梯度法等。由于递推最小二乘算法收敛速度快且统计性能好<sup>[15]</sup>, 因此本文选用递推最小二乘算法。

式(1)两边同乘  $1 - z^{-1}$  可得

$$A(z^{-1})\Delta y(t) = B(z^{-1})\Delta u(t-d) + C(z^{-1})v(t).$$

根据多项式  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  和  $C(z^{-1})$  将上式展开移项可得辨识模型:

$$\Delta y(t) = \boldsymbol{\phi}^T(t)\boldsymbol{\theta} + v(t), \quad (7)$$

其中信息向量  $\boldsymbol{\phi}(t)$  和参数向量  $\boldsymbol{\theta}$  分别为

$$\boldsymbol{\phi}(t) := [\Delta y(t-1), \dots, \Delta y(t-n_a), \Delta u(t-d), \dots,$$

$$\Delta u(t-d-n_b), v(t-1), \dots, v(t-n_c)]^T \in \mathbb{R}^{n_a+n_b+1+n_c},$$

$$\boldsymbol{\theta} := [a_1, \dots, a_{n_a}, b_0, \dots, b_{n_b}, c_1, \dots, c_{n_c}]^T \in \mathbb{R}^{n_a+n_b+1+n_c}.$$

用  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$  表示参数向量  $\boldsymbol{\theta}$  在  $t$  时刻的估计值。对于辨识模型(7), 极小化准则函数

$$J(\boldsymbol{\theta}) := \sum_{j=1}^t [\Delta y(j) - \boldsymbol{\phi}^T(j)\boldsymbol{\theta}]^2,$$

可以得到估计 CARIMA 模型参数向量  $\boldsymbol{\theta}$  的递推最小二乘算法:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1) + L(t)[\Delta y(t) - \hat{\boldsymbol{\phi}}^T(t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1)],$$

$$L(t) = P(t-1)\hat{\boldsymbol{\phi}}(t)[1 + \hat{\boldsymbol{\phi}}^T(t)P(t-1)\hat{\boldsymbol{\phi}}(t)]^{-1},$$

$$P(t) = [I - L(t)\hat{\boldsymbol{\phi}}^T(t)]P(t-1), \quad P(0) = p_0 I,$$

$$\hat{v}(t) = \Delta y(t) - \hat{\boldsymbol{\phi}}^T(t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t),$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}}(t) = [\Delta y(t-1), \dots, \Delta y(t-n_a), \Delta u(t-d), \dots,$$

$$\Delta u(t-d-n_b), \hat{v}(t-1), \dots, \hat{v}(t-n_c)]^T,$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = [\hat{a}_1(t), \dots, \hat{a}_{n_a}(t), \hat{b}_0(t), \dots, \hat{b}_{n_b}(t),$$

$$\hat{c}_1(t), \dots, \hat{c}_{n_c}(t)]^T.$$

其中  $p_0 = 10^6$ 。由估计的参数向量  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$  可以得到估计值  $\hat{A}(z^{-1})$ ,  $\hat{B}(z^{-1})$  和  $\hat{C}(z^{-1})$ , 从而由式(6)可得估计值  $\hat{E}(z^{-1})$  和  $\hat{H}(z^{-1})$ 。

因此 CARIMA 模型的  $d$  步最优预测输出为:

$$\hat{y}(t+d|t) = \frac{\hat{B}(z^{-1})\hat{E}(z^{-1})}{\hat{C}(z^{-1})}\Delta u(t) + \frac{\hat{H}(z^{-1})}{\hat{C}(z^{-1})}y(t) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}^2} &= \varepsilon(t, \mathbf{G}) \frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}^2} + \\ &\frac{\partial \varepsilon(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \left[ \frac{\partial \varepsilon(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \right]^T + \\ &\alpha e(t) e^T(t) + \lambda \frac{\partial^2 J(t-1, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

## 2.2 基于预测的自适应 PID 递推算法

求预测自适应 PID 递推算法的关键在于推导出  $\mathbf{G}_*(t)$  关于  $\mathbf{G}_*(t-1)$  的函数。对于给定时间  $t-1$ ,  $\mathbf{G}_*(t-1)$  满足

$$\frac{\partial J(t-1, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} = 0 \quad (9)$$

将式(4)在  $\mathbf{G}_*(t-1)$  处按泰勒级数展开并忽略二阶以上的高阶项可得

$$\begin{aligned} J(t, \mathbf{G}) &= J[t, \mathbf{G}_*(t-1)] + \\ &\frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} [\mathbf{G} - \mathbf{G}_*(t-1)] + \\ &\frac{1}{2} [\mathbf{G} - \mathbf{G}_*(t-1)]^T \frac{\partial^2 J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}^2} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} \times \\ &[\mathbf{G} - \mathbf{G}_*(t-1)] \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} = \left[ \frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial g_1}, \frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial g_2}, \frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial g_3} \right]^T$ 。

令  $\frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} = 0$ , 当  $\frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)}$  的逆存

在时, 由式(10)可解得极值点  $\mathbf{G}_*(t)$  为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_*(t) &= \mathbf{G}_*(t-1) - \left[ \frac{\partial^2 J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}^2} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} \right]^{-1} \times \\ &\frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} \end{aligned} \quad (11)$$

定义  $t$  时刻预测误差为

$$\varepsilon(t, \mathbf{G}) := r(t+d) - \hat{y}(t+d|t).$$

为求出式(10)中一阶和二阶偏导数, 将式(4)改写成

$$J(t, \mathbf{G}) = \frac{1}{2} \varepsilon^2(t, \mathbf{G}) + \frac{1}{2} \alpha [\mathbf{G}^T e(t)]^2 + \lambda J(t-1, \mathbf{G}).$$

利用上式对  $\mathbf{G}$  分别求一阶和二阶偏导数得

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} &= \varepsilon(t, \mathbf{G}) \frac{\partial \varepsilon(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} + \alpha e(t) \mathbf{G}^T e(t) + \\ &\lambda \frac{\partial J(t-1, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}}, \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)两边令  $\mathbf{G} = \mathbf{G}_*(t-1)$ , 并将式(9)代入得

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} &= \varepsilon(t, \mathbf{G}_*(t-1)) \times \\ &\frac{\partial \varepsilon(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} + \alpha e(t) \mathbf{G}_*^T(t-1) e(t) \end{aligned} \quad (14)$$

当  $t$  足够大时, 有  $\mathbf{G}_*(t-1) \approx \mathbf{G}_*(t)$ , 则有

$$\frac{\partial^2 J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}^2} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} \approx \frac{\partial^2 J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}^2} \Big|_{\mathbf{G}_*(t)}. \quad (15)$$

由(11)和(13)~(15)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_*(t) &= \mathbf{G}_*(t-1) + \mathbf{R}^{-1}(t) [-\alpha e(t) \mathbf{G}_*^T(t-1) e(t) + \\ &\varepsilon(t, \mathbf{G}_*(t-1)) \Phi(t, \mathbf{G}_*(t-1))], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(t) &= \lambda \mathbf{R}(t-1) + \alpha e(t) e^T(t) + \\ &\Phi(t, \mathbf{G}_*(t-1)) \Phi^T(t, \mathbf{G}_*(t-1)) - \\ &\varepsilon(t, \mathbf{G}_*(t-1)) \frac{\partial \Phi(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \Big|_{\mathbf{G}_*(t)}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $\mathbf{R}(t)$  和  $\Phi(t, (\mathbf{G}_*(t-1)))$  分别定义为:

$$\mathbf{R}(t) := \frac{\partial^2 J(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}^2} \Big|_{\mathbf{G}_*(t)},$$

$$\Phi(t, (\mathbf{G}_*(t-1))) := -\frac{\partial \varepsilon(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)}.$$

由式(8)可得

$$\begin{aligned} \varepsilon(t, \mathbf{G}) &= r(t+d) - \hat{y}(t+d|t) = \\ &r(t+d) + [\hat{B}(z^{-1}) - 1] \hat{y}(t+d|t) - \\ &\hat{B}(z^{-1}) \hat{E}(z^{-1}) \Delta u(t) - \hat{H}(z^{-1}) y(t). \end{aligned}$$

上式对  $\mathbf{G}$  求导并令  $\mathbf{G}(t-1) = \mathbf{G}_*(t-1)$  得

$$\begin{aligned} \Phi(t, \mathbf{G}_*(t-1)) &= \frac{\hat{B}(z^{-1}) \hat{E}(z^{-1})}{\hat{C}(z^{-1})} e(t), \\ \frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}^2} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} &= \frac{\partial \Phi(t, \mathbf{G})}{\partial \mathbf{G}} \Big|_{\mathbf{G}_*(t-1)} = 0 \end{aligned}$$

为方便表达, 用  $\Phi(t)$  表示  $\Phi(t, \mathbf{G}_*(t-1))$ 。将上式代

入(17)可得

$$\mathbf{R}(t) = \lambda \mathbf{R}(t-1) + \Phi(t)\Phi^T(t) + \alpha e(t)e^T(t). \quad (18)$$

定义  $\mathbf{K}^{-1}(t)$  和  $\mathbf{S}(t)$  为:

$$\mathbf{K}^{-1}(t) := \lambda \mathbf{R}(t-1) + \Phi(t)\Phi^T(t), \quad \mathbf{S}(t) := \mathbf{R}^{-1}(t).$$

根据矩阵求逆引理并利用式(18)可得

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{K}(t) - \frac{\mathbf{K}(t)e(t)e^T(t)\mathbf{K}(t)}{e^T(t)\mathbf{K}(t)e(t) + 1/\alpha},$$

$$\mathbf{K}(t) = 1/\lambda [ \mathbf{S}(t-1) - \frac{1/\lambda \mathbf{S}(t-1)\Phi(t)\Phi^T(t)\mathbf{S}(t-1)}{1/\lambda \Phi^T(t)\mathbf{S}(t-1)\Phi(t) + 1} ].$$

综上可得最优 PID 参数和控制律的一组自适应递推算法:

$$\mathbf{G}_*(t) = \mathbf{G}_*(t-1) + \mathbf{S}(t)[\varepsilon(t, \mathbf{G}_*(t-1))\Phi(t) - \alpha e(t)\mathbf{G}_*^T(t-1)e(t)], \quad \mathbf{G}_*(0) = 0,$$

$$\mathbf{K}(t) = 1/\lambda [ \mathbf{S}(t-1) - \frac{1/\lambda \mathbf{S}(t-1)\Phi(t)\Phi^T(t)\mathbf{S}(t-1)}{1/\lambda \Phi^T(t)\mathbf{S}(t-1)\Phi(t) + 1} ], \quad \mathbf{S}(0) = p_0 \mathbf{I},$$

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{K}(t) - \frac{\mathbf{K}(t)e(t)e^T(t)\mathbf{K}(t)}{e^T(t)\mathbf{K}(t)e(t) + 1/\alpha},$$

$$\hat{y}(t+d|t) = \frac{\hat{B}(z^{-1})\hat{E}(z^{-1})}{\hat{C}(z^{-1})}\Delta u(t) + \frac{\hat{H}(z^{-1})}{\hat{C}(z^{-1})}y(t),$$

$$\varepsilon(t, \mathbf{G}_*(t-1)) = r(t+d) - \hat{y}(t+d|t),$$

$$e(t) = r(t) - y(t), \quad \mathbf{e}(t) = [e(t), e(t-1), e(t-2)]^T,$$

$$\mathbf{G}_*(t) = [g_{0*}(t), g_{1*}(t), g_{2*}(t)]^T,$$

$$\Phi(t) = \frac{\hat{B}(z^{-1})\hat{E}(z^{-1})}{\hat{C}(z^{-1})}e(t),$$

$$u(t) = u(t-1) + \mathbf{G}_*^T e(t).$$

### 3 仿真及结果分析

例 1: 考虑一反应堆温度控制系统<sup>[16]</sup>, 系统模型为以下一阶迟延系统:

$$G(s) = \frac{28e^{-28s}}{1310s+1}.$$

采用零阶保持器, 取采样周期  $T_s = 7s$ 。考虑到实际控制系统中存在噪声, 加入方差为  $\sigma^2 = 0.05^2$

的白噪声  $v(t)$ , 得到离散模型为

$$(1 - 0.9947z^{-1})y(t) = 0.1492u(t-4) + \frac{1}{1-z^{-1}}v(t).$$

仿真过程中, 假设被控对象参数未知。取数据长度  $L = 2500$ , 给定输入  $r(t)$  为阶跃信号且每  $\frac{1}{4}L$  跳变一次。采用本文提出的自适应 PID 控制方法, 系统输出曲线如图 2 所示, PID 控制器参数变化曲线如图 3 所示。由图 2~3 可看出该方法有很好的整定效果, 当给定输入发生变化时, 系统输出经过很短的调节时间便能跟踪给定输入。

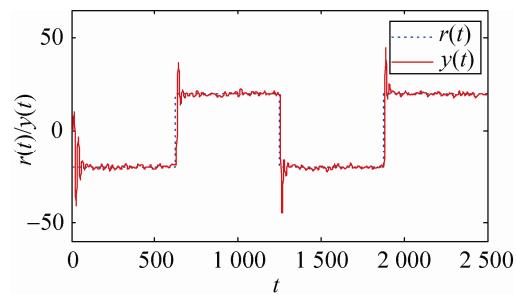


图 2 例 1 阶跃信号输入下系统输出曲线图

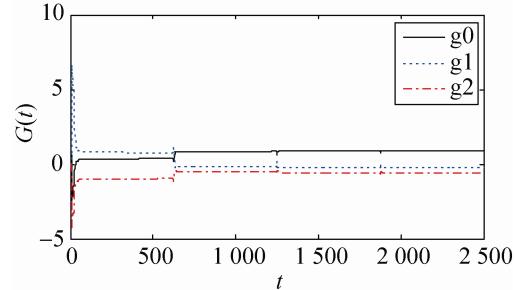


图 3 例 1 控制器参数变化曲线图

例 2: 为进一步验证该算法的有效性, 考虑 VVS-400 流动系统<sup>[17]</sup>, 系统模型为以下二阶迟延系统:

$$G(s) = \frac{1.022e^{-0.7s}}{(0.444s+1)(1.259s+1)}.$$

取采样周期  $T_s = 0.5s$ , 考虑干扰为有色噪声, 得到离散模型为

$$(1 - 1.0040z^{-1} + 0.2204z^{-2})y(t) = (0.057 + 0.1519z^{-1} + 0.0096z^{-2})u(t-2) + \frac{1 + 0.2z^{-1}}{1 - z^{-1}}v(t).$$

其中  $v(t)$  的方差设为  $\sigma^2 = 0.10^2$ 。若随着时间的增加, 模型参数发生变化。当  $t = 600$  时  $B(z^{-1}) = 0.057 + 0.1519z^{-1} + 0.0096z^{-2}$  变化为  $B(z^{-1}) = 1 - 0.1519z^{-1} + 0.01z^{-2}$ , 当  $t = 1800$  时  $A(z^{-1}) = 1 - 1.0040z^{-1} + 0.2204z^{-2}$  变化为  $A(z^{-1}) = 1 - 0.85z^{-1} + 0.55z^{-2}$ 。当输入为阶跃信号时, 系统输出曲线如图 4 所示。当输入为正弦信号时, 系统输出曲线如图 5 所示, PID 控制器参数变化曲线如图 6 所示。从图 4 可以看出, 当给定输入  $r(t)$  或者模型参数发生变化时, 系统输出能在很短时间内使输出跟踪给定输入。从图 5-6 可以看出, 当给定输入为时变信号时, 本文提出 PID 控制方法同样可以获得良好的跟踪性能。因此该方法有较好的鲁棒性, 满足一般工业控制性能要求。

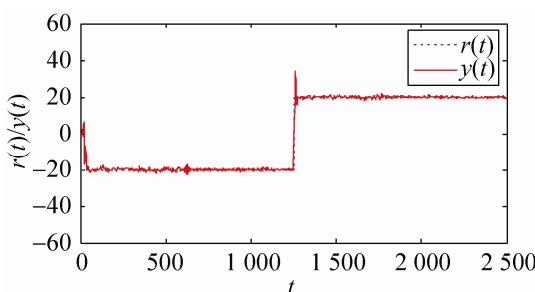


图 4 例 2 阶跃信号输入下系统输出曲线图

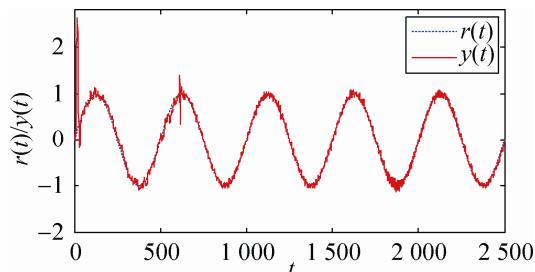


图 5 例 2 正弦信号输入下系统输出曲线图

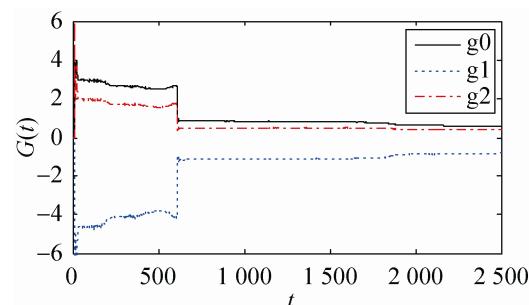


图 6 例 2 正弦信号输入下控制器参数变化曲线图

## 4 结论

本文结合系统辨识和预测控制等相关理论, 针对 CARIMA 模型提出了一类基于预测的自适应 PID 参数方法。其基本思想是基于极小化性能指标函数得到递推算法, 通过预测输出逼近给定输入而使系统实际输出逼近给定输入。仿真结果表明该方法简单有效, 当模型参数变化时, 能很快作出反应并重新整定, 有很好的自适应力和鲁棒性。该方法也可扩展用于其他预测模型的整定。

## 参考文献:

- [1] Åstörm K J, Hägglund T. The Future of PID Control [J]. Control Engineering Practice (S0967-0661), 2001, 9(11): 1163-1175.
- [2] 刘楚辉. 自适应控制的应用研究综述[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2007 (1): 1-4.
- [3] 李书成, 徐心和, 李平. 预测控制最新算法综述[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(6): 1314-1319, 1349.
- [4] Zhang R D, Wu S, Lu R Q, et al. Predictive Control Optimization based PID Control for Temperature in an Industrial Surfactant Reactor [J]. Chemo metrics and Intelligent Laboratory Systems (S0169-7439), 2014, 135: 48-62.
- [5] Savran A. A Multivariable Predictive Fuzzy PID Control System [J]. Applied Soft Computing (S1568-4946), 2013, 13(5): 2658-2667.
- [6] 余天明, 郑磊, 李颂. 电控机械式自动变速器离合器灰色预测 PID 控制技术[J]. 农业机械学报, 2011, 42(8): 1-6.
- [7] 张魏, 卢宇清. 基于在线自适应遗传算法的 PID 参数整定和优化[J]. 计算机仿真, 2011, 28(12): 154-157.
- [8] Moradi M. A Genetic-multivariable Fractional Order PID Control to Multi-Input Multi-Output Processes [J]. Journal of Process Control (S0959-1524), 2014, 24(4): 336-343.
- [9] 舒华, 舒怀林. 基于 LabView 的 PID 神经网络控制器设计与仿真[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(10): 2918-2920.
- [10] Kang J, Meng W, Abraham A, et al. An Adaptive PID Neural Network for Complex Nonlinear System Control [J]. Neurocomputing (S0925-2312), 2014, 135: 79-85.
- [11] 唐贤伦, 张衡, 周家林, 等. 基于多 Agent 混沌粒子群优化的磁悬浮系统 PID 控制器[J]. 信息与控制, 2013, 42(6): 758-764.

(下转第 2790 页)