

8-7-2020

Precise Integration Method Application in Dynamic Simulation of Wrap

Gao Shuai

Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

Yin Yong

Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

Xiaofeng Sun

Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

Helong Shen

Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Precise Integration Method Application in Dynamic Simulation of Wrap

Abstract

Abstract: A three-dimensional hydrodynamics mathematical model was proposed to describe the behavior of warp in order to realize the real-time visualization of trawler warp. The model of warp was established according to lumped mass method, which discretized warp into a series of nodes in space, while ignoring the twist, shake, etc.. *By the index matrix of precise integration method solving the nonlinear dynamic equations of the warp, the information of position and velocity could be obtained.* Thus the dynamic visualization of warp was realized. *The iterative algorithm has very high accuracy and efficiency, and a wide range of application.* Comparing the results of numerical calculation and associated experiment data, it is shown that the numerical solving method of warp model demonstrates the validity and efficiency.

Keywords

warp, lumped mass method, nonlinear dynamic equations, precise integration method

Recommended Citation

Gao Shuai, Yin Yong, Sun Xiaofeng, Shen Helong. Precise Integration Method Application in Dynamic Simulation of Wrap[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(10): 2272-2277.

精细积分法在曳纲动态仿真中的应用研究

高帅, 尹勇, 孙霄峰, 神和龙

(大连海事大学航海学院, 大连 116026)

摘要: 为实现拖网渔船曳纲的三维动态仿真, 采用集中质量法建立曳纲的水动力数学模型, 将曳纲在空间上离散为一系列质量点, 这些点通过无质量弹簧相连, 忽略曳纲的扭转、抖动等, 根据牛顿第二定律建立曳纲运动控制方程, 通过指数矩阵精细积分法对曳纲的非线性动力学微分方程组进行求解, 得到曳纲的位置和速度信息, 从而进行曳纲动态可视化。该数值方法具有很高的精度和效率以及较大的适用范围, 数值计算的结果与相关实验数据比较证明了该方法的有效性。

关键词: 曳纲; 集中质量法; 非线性动力方程; 精细积分

中图分类号: S971.3

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2015) 10-2272-07

Precise Integration Method Application in Dynamic Simulation of Wrap

Gao Shuai, Yin Yong, Sun Xiaofeng, Shen Helong

(Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

Abstract: A three-dimensional hydrodynamics mathematical model was proposed to describe the behavior of warp in order to realize the real-time visualization of trawler warp. The model of warp was established according to lumped mass method, which discreted warp into a series of nodes in space, while ignoring the twist, shake, etc.. By the index matrix of precise integration method solving the nonlinear dynamic equations of the warp, the information of position and velocity could be obtained. Thus the dynamic visualization of warp was realized. The iterative algorithm has very high accuracy and efficiency, and a wide range of application. Comparing the results of numerical calculation and associated experiment data, it is showed that the numerical solving method of warp model demonstrates the validity and efficiency.

Keywords: wrap; lumped mass method; nonlinear dynamic equations; precise integration method

引言

曳纲作为拖网渔船的重要组成部分, 其特性直接影响到拖网网位和网口的大小, 进而对渔捞效果产生重要影响^[1]。建立合理的拖网曳纲水动力模型对于分析整个拖网系统的水动力性能并进行逼真的模拟具有重要意义。

目前在拖曳系统的缆索动态建模中应用最为广泛的方法有两类: 有限差分法^[2-6]和集中质量法^[7-10]。有限差分法的不足之处在于通过在时间和空间上进行差分得到的非线性方程组极为复杂, 并且在缆索上出现零张力时, 会使计算失稳; 而集中质量法物理意义明确, 算法简单易懂, 具有广泛的适用性及扩展性, 随着数值解法的发展和计算机性能的提高, 越来越多的学者利用该方法进行水下拖曳系统、渔网等结构复杂的水下柔体性能研究。

Walton^[7]首先采用集中质量法研究了海军武器试验中水下锚链的二维运动响应; 此后 Huang^[8]、



收稿日期: 2015-03-17 修回日期: 2015-07-30;
基金项目: 863 课题(2015AA016404); 海洋公益性行业科研专项(201505017-4); 交通部应用基础研究项目(2014329225370);
作者简介: 高帅(1985-), 男, 山东莱阳, 博士生, 研究方向为虚拟现实技术、航海仿真技术。

<http://www.china-simulation.com>

• 2272 •

王飞^[9]、陈英龙^[10]等人先后对集中质量法进行了改进, 在水下拖曳系统的研究方面作出了贡献。采用集中质量法建立拖缆的动力学方程, 将该方程转换为可以通过数值方法进行求解的常微分方程。经典的求解方法包括 Runge-kutta 法、Houbolt 法、Wilson- θ 法、Newmark 法等, 后三者普遍存在计算精度不够理想的问题, 而 Runge-kutta 积分方法求解的时间步长受到柔性体刚度的限制。

近年来, 钟万勰^[11-12]在哈密顿体系下提出的线性定常结构的精细积分法, 以其高精度、无条件稳定等优点得到广泛应用。在此基础上进一步研究, 使得非线性动力学的高精度计算成为可能。富明慧^[13]针对非齐次结构动力方程 Duhamel 形式的特解, 建立了一种高效的非线性动力学方程的一种迭代算法; 谭述君^[14]在 Duhamel 项精细积分方法的基础上, 提出了一种构造非线性微分方程数值算法的递推格式; 高强^[15]提出了一种针对大规模动力系统的改进的快速精细积分方法。

本文在上述成果的基础上, 基于集中质量的方法建立曳纲的运动控制方程, 采用精细积分算法进行方程求解得到曳纲各质点的位置信息, 通过数值算例验证了算法的有效性, 最后在三维图形引擎 OSG(OpenSceneGraph)中实现曳纲的三维可视化。

1 曳纲模型的建立

1.1 坐标系

曳纲的运动分析采取图 1 两种坐标系: 惯性坐标系 $o-ijk$ 和局部坐标系 $p-tnb$ 。在 $o-ijk$ 中, o 为拖点位置, oi, oj 轴分别平行于船首向和船舶右舷正横方向; ok 轴垂直水平面向下; 在 $p-tnb$ 中, p 为曳纲上一点, pt 轴为曳纲在 p 点处的切线方向, pn, pb 的方向分别为在 p 点处的两个法线方向, pb 平行于 oi, oj 所组成的平面。

两个坐标系统可以通过拖缆姿态角 (θ, ϕ) 相互转换, 其中 θ 为偏航角, ϕ 为俯仰角。它们的转换关系以矩阵形式表示为:

$$(t, n, b) = A(i, j, k) \quad (1)$$

其中:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\cos \theta \sin \phi & \sin \theta \\ -\sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \\ -\sin \phi & -\cos \phi & 0 \end{pmatrix}$$

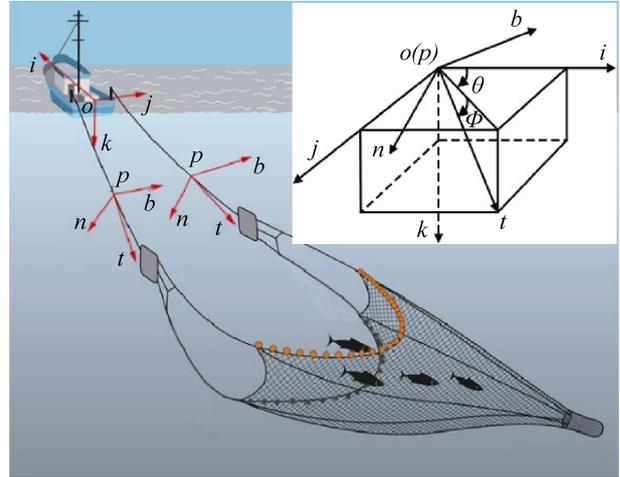


图 1 拖曳系统坐标示意图

1.2 曳纲动态运动方程

在曳纲惯性坐标系下对其作出分析, 不考虑弯矩和扭矩的影响, 每段的作用力(水中重力 W 、流体阻力 F 和张力 T)均集中作用在节点上。对曳纲第 i 个节点应用牛顿第二定律, 建立在流体中的运动控制方程:

$$(M_i + \Delta M_i) \ddot{x}_i = \sum T_i + W_i + F_i \quad (2)$$

其中: M_i 和 ΔM_i 分别为节点 i 质量和附加质量; \ddot{x}_i 是节点 i 的加速度。

物体在流体中加速运动会引起周围流体也做加速运动, 流体的质量会引起一个反作用力, 即相当于物体具有了一个附加质量。

$$\Delta M_i = \begin{bmatrix} \rho C_{mt} V_i & 0 & 0 \\ 0 & \rho C_{mn} V_i & 0 \\ 0 & 0 & \rho C_{mb} V_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: C_{mt} , C_{mn} , C_{mb} 分别是局部坐标系各方向的附加质量系数, 这里采用参考文献[10]中的值, $C_{mt}=0$, $C_{mn}=C_{mb}=1.0$, V_i 表示节点 i 段体积。

柔性绳索在拉伸后具有一定的张力。曳纲尾部是自由端时, 尾部节点只受到上一节点的张力作

用；当曳纲尾部与水下拖体相连时，受到拖体的阻力作用。

$$\begin{cases} T_{ij} = EA_{ij} \frac{dl_{ij}}{l_{ij}} & l_{ij} > l_{oij} \\ T_{ij} = 0 & l_{ij} < l_{oij} \end{cases} \quad (4)$$

其中： T_{ij} 是曳纲在惯性坐标系受到的张力矢量； E 是弹性模量； A_{ij} 表示 i 段横截面积， l_{ij} 和 l_{oij} 是微元段实际长度和初始长度， $d=(l_{ij}-l_{og})/l_{oij}$ 。

节点 i 在水中的重力可表示为：

$$W_i = m_i g - \rho V_i g \quad (5)$$

水下柔体所受流体阻力的研究，由于采用的方法和实验条件不同，得到的结果比较分散，没有形成一个统一的计算方法，这里采用 Albow^[2]，Huang^[8]等人用到的方法，将流体阻力进行简化，分为切向和法向两部分处理：

$$\begin{cases} F_t = -\frac{1}{2} \rho \pi \sqrt{1 + \varepsilon} C_t l d |\dot{x} - J_t| \cdot (\dot{x} - J_t) \\ F_n = -\frac{1}{2} \rho \pi \sqrt{1 + \varepsilon} C_n l d |\dot{y} - J_n| \cdot (\dot{y} - J_n) \\ F_b = 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中： C_t ， C_n 分别为曳纲的法向和切向阻力系数； J_n ， J_t 是均匀流在法向和切向的速度； l 为节点 i 的长度； d 为曳纲直径。可通过坐标转换将曳纲在局部坐标系下的阻力转换到惯性坐标系下。

2 精细积分算法

一般而言，确定性线性系统的动力方程可以写成：

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t) \quad (7)$$

M 是质量矩阵， C 是阻尼矩阵， K 是刚度矩阵， $f(t)$ 代表外部激励。将(7)式写成状态方程：

$$\dot{v} = Hv + F(t) \quad (8)$$

其中， $v = \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix}$ ， $v_0 = \begin{Bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{Bmatrix}$ ， $H = \begin{bmatrix} 0 & I \\ B & G \end{bmatrix}$ ， $F(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}f(t) \end{bmatrix}$

x_0, \dot{x}_0 为已知初始条件， x_0 代表位移， \dot{x}_0 代表速度。 I 为单位矩阵， $B = -M^{-1}K$ ， $G = -M^{-1}C$ 。

方程(8)的解可写成如下形式：

$$v = e^{tH} v_0 + \int_0^t e^{(t-s)H} F(s) ds \quad (9)$$

对式(9)进行数值离散，并假设时间步长 $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ ，则第 $k+1$ 步时的响应公式可写成：

$$v_{k+1} = e^{t_{k+1}H} v_0 + \int_0^{t_{k+1}} e^{(t_{k+1}-s)H} F(s) ds \quad (10)$$

对(10)式可作如下变形：

$$\begin{aligned} v_{k+1} &= T(e^{t_k H} v_0 + \int_0^{t_k} e^{(t_k-s)H} F(s) ds) + \\ &\int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{(t_{k+1}-s)H} F(s) ds = \\ &T v_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{(t_{k+1}-s)H} F(s) ds \end{aligned} \quad (11)$$

在式(11)中， $T = \exp(\Delta t H)$ ，它可以用数值方法精细计算而得^[12]。为使(11)式能进行数值计算，可用数值积分的方法将其中的第二项算出。这里选用计算格式较为简单同时精度又较高的辛普生积分法，也即：

$$\begin{aligned} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{(t_{k+1}-s)H} F(s) ds &= \frac{\Delta t}{6} (T F(t_k) + \\ &4 T_t F(t_k + \frac{1}{2} \Delta t) + F(t_{k+1})) + o(\Delta t^5) \end{aligned} \quad (12)$$

其中： $T_t = \exp(\frac{1}{2} \Delta t H)$ 。所以上式可变为：

$$\begin{aligned} v_{k+1} &= T v_k + \frac{\Delta t}{6} (T F(t_k) + 4 T_t F(t_k + \frac{1}{2} \Delta t) + \\ &F(t_{k+1})) \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)即是计算系统响应的迭代公式，因为 T ， T_t 都可以由数值方法精确算得，而 $F(t)$ 又是已知载荷，因此通过这个迭代公式就能直接求出系统的响应。

可以证明，这种迭代格式是稳定的、收敛的。由于指数矩阵 T ， T_t 可精确算得，所以它的误差主要来自(12)式辛普生积分带来的误差。可以证明，式(13)的累积误差也是非常小的，一般为 $\varepsilon = o(\Delta t^5)$ ，所以只要 Δt 取的足够小，就能满足实际工程中的精度需要。

3 曳纲动态方程的精细积分求解

在曳纲惯性坐标系下，节点 i 的运动控制方程(2)式在各坐标轴展开如下：

$$\begin{cases} (m_i + \Delta m_{ix}) \ddot{x}_i = T_x + F_x \\ (m_i + \Delta m_{iy}) \ddot{y}_i = T_y + F_y \\ (m_i + \Delta m_{iz}) \ddot{z}_i = T_z + F_z + W \end{cases} \quad (14)$$

将(14)式写成矩阵形式:

$$M\ddot{X} = f(t) \quad (15)$$

其中: $f(t) = \begin{bmatrix} T_x + F_x \\ T_y + F_y \\ T_z + F_z + W \end{bmatrix}$, $X = [x, y, z]^T$

将(15)式两边同时加上 X 得:

$$M\ddot{X} + X = X + f(t) \quad (16)$$

此时将 $X + f(t)$ 看作外部激励, 可以得到:

$$F(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (x + T_x + F_x) / (m_i + \Delta m_{ix}) \\ (y + T_y + F_y) / (m_i + \Delta m_{iy}) \\ (z + T_z + F_z + W) / (m_i + \Delta m_{iz}) \end{bmatrix} = \quad (17)$$

其中: x, y, z 代表位移; $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ 代表速度。

(13)式右边各项是矩阵相乘, 对于本文曳纲运动控制方程来讲, 虽然方程矩阵最高是 6×6 阶, 但矩阵相乘的计算效率很大程度上的影响了整个程序的运行速度, 所以对矩阵相乘算法进行一些改进是必要的。矩阵 T, T_i 的形式如下:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 & b_{33} \\ c_{11} & 0 & 0 & d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 & 0 & d_{33} \end{pmatrix} \quad (18)$$

而 $v = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T = [x, y, z, v_x, v_y, v_z]^T$, $v(0)$ 由曳纲的稳态运动计算得到。 $F(t) = [0, 0, 0, F_{tx}, F_{ty}, F_{tz}]^T$ 。由此, 将(13)式中的矩阵相乘写成矩阵各元素乘积的形式可得:

$$\begin{cases} pos.x = a_{11}x + b_{11}v_x + \frac{\Delta t}{6}(b_{11} + 4 \cdot b'_{11}) \cdot F_{tx} \\ pos.y = a_{22}y + b_{22}v_y + \frac{\Delta t}{6}(b_{22} + 4 \cdot b'_{22}) \cdot F_{ty} \\ pos.z = a_{33}z + b_{33}v_z + \frac{\Delta t}{6}(b_{33} + 4 \cdot b'_{33}) \cdot F_{tz} \\ vel.x = c_{11}x + d_{11}v_x + \frac{\Delta t}{6}(d_{11} + 4 \cdot d'_{11} + 1) \cdot F_{tx} \\ vel.y = c_{22}y + d_{22}v_y + \frac{\Delta t}{6}(d_{22} + 4 \cdot d'_{22} + 1) \cdot F_{ty} \\ vel.z = c_{33}z + d_{33}v_z + \frac{\Delta t}{6}(d_{33} + 4 \cdot d'_{33} + 1) \cdot F_{tz} \end{cases} \quad (19)$$

其中带“'”的元素表示矩阵 T_i 的相应元素。

采用精细积分方法求解曳纲动态方程的流程图如图 2, 在求解过程中, 首先通过计算稳态运动方程得到初始位置和速度, 再计算质量矩阵 M 、矩阵 T 和 T_i , 他们在整个循环过程是不变的, 这样对于迭代方程(13)中, 只有 $F(t)$ 是随时间变化, 通过求解代入到方程(19)即可求出节点 i 的位移和速度。

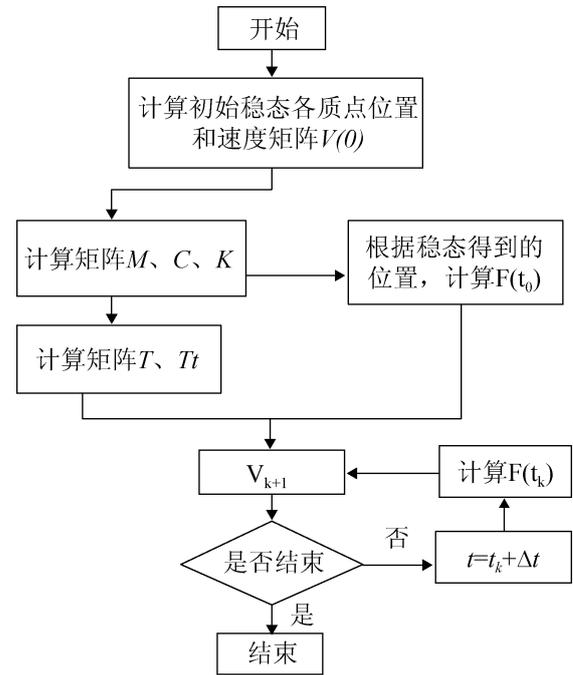


图 2 精细积分计算流程图

4 算例分析

为验证算法的准确性, 在进行曳纲的运动分析时采用了 Sun^[4]的物理参数, 如表 1 所示。

表 1 曳纲物理参数

ρ (kg/m ³)	L (m)	d (mm)	m (kg)	C _t	C _n	E (10 ¹¹ Pa)
1024.0	30	16.76	0.4644	0.15	1.2	2.0

Sun 在进行水下拖缆运动分析时, 将尾部设为自由端, 拖点在 30 s 内速度从 0 m/s 加速到 0.8 m/s, 此后以 0.8 m/s 的速度匀速前进。表 2 是分别采用四阶 Runge-kutta 法和本文精细积分法得到的拖缆在稳定后相关参数, ϕ 是欧拉角, T 代表拖点张力, d 是拖缆自由端的深度。可以看出本文方法得到的相关量与 Sun 得到的值基本相等。

表 2 拖曳稳定后相关参数对照

	Sun	四阶 Runge-kutta	本文
ϕ	34°	33.017°	34°
T	92.5N	92.8N	92.6N
d	-16.36 m	-16.34 m	-16.36 m

图 3 是采用四阶 Runge-kutta 法和精细积分法分别求解拖缆运动方程得到的拖缆阵形, 可以看出在稳定后, 得到的缆形基本重合, 但是 Runge-kutta 采用的时间步长是 0.0001, 而精细积分的时间步长是 0.01。表 3 是两种数值解法的模型解算时间随分段数的变化, 拖缆离散的段数直接决定了运动方程的复杂程度, 离散段数越多, 预测结果的精度就越高, 但同时计算量就越大。由表 3 可以看出, 精细积分法的解算时间基本是龙格库塔法的 1/3。

在对物体进行动态可视化过程中, 既要保证仿真的准确性, 又要考虑系统的实时性。由上面的分析可以看出, 本文方法在进行曳纲动态方程求解中, 得到的结果是可靠的, 同时解算时间大大缩短。

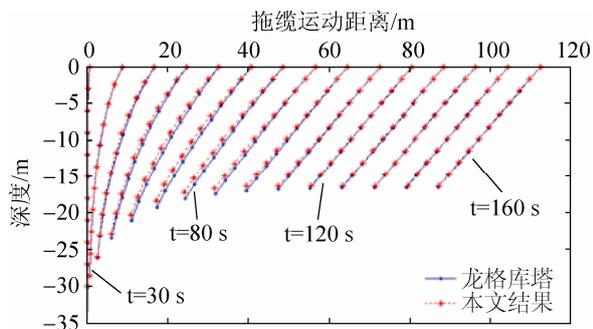


图 3 自由端拖缆阵形的变化

表 3 模型解算时间随分段数的变化

分段数	四阶 Runge-kutta 解算时间/s	精细积分 解算时间/s
50	0.018 6	0.006 6
100	0.046 0	0.013 7
300	0.110 8	0.041 8
500	0.182 6	0.062 7
1 000	0.357 5	0.141 2

5 拖曳系统可视化

曳纲动态运动是以稳态运动作为初始值, 进行积分求解得到每个节点的速度和位置。稳态运动是指当拖船在水中稳定直航时, 系统处于相对静止的状态, 此时曳纲的运动状态即为稳态运动。本文采用文献[9]所提出的方法建立稳态控制方程, 采用四阶 Runge-kutta 法进行求解, 得到曳纲初始稳态时的位置和速度, 稳态时的速度一般为 0。将稳态得到的位置和速度代入到曳纲的动态控制方程中, 即可进行曳纲实时运动解算。最后在 OSG 中, 根据曳纲模型解算得到各节点的位置信息进行实时绘制, 实现曳纲的三维动态可视化, 整个系统的仿真流程图见图 4。

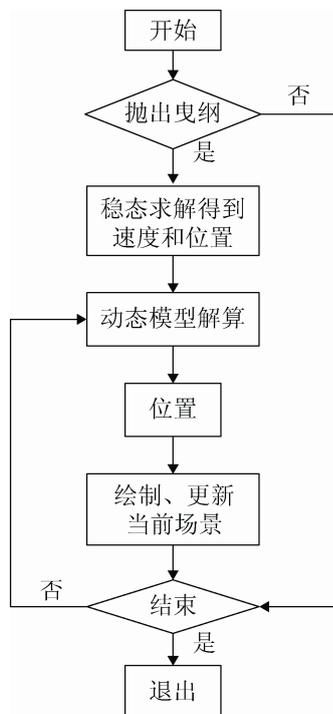


图 4 拖曳系统仿真流程图

拖船在海面航行中随波浪摇荡, 船上物体同样会随船发生摇荡, 如图 5 所示。这时需要对曳纲的拖点进行相应的矩阵变换, 使该点可以随船摇荡, 利用摇荡后的位置进行曳纲数学模型的解算。在 OSG 中将整个船体视为一个点, 假定某一时刻船的位置矩阵为 M , 此时该点海面波浪矩阵为 N , 其相对船的平移量是 $A(posX, posY, height)^T$, 这里 $(posX, posY)$ 是船所在的海平面坐标, $height$ 为该点的波高, 则船在波浪里的位置 M' : $M' = M * N$; 船上物体相对船中心的位置矩阵是 M_0 , 则物体随船摇荡的最终坐标矩阵表示为: $P = M_0 * M'$ 。将船上物体位置通过两次矩阵平移便可使得物体随船摇荡。



图 5 物体随船摇荡

在整个拖曳系统仿真过程中, 图 6 是单船拖曳运动, 尾部为自由端。图 7 和 8 则是双船拖曳渔网, 将渔网视作水下拖体, 其对曳纲的阻力恒定不变, 暂不考虑渔网和曳纲运动的相互作用。OSG 采用一种自上而下的树状数据结构来组织空间数据集, 以提升渲染效率。将渔船、曳纲和渔网分别作为独立的节点, 这些节点中包含了几何信息和用于控制其外观的渲染状态信息, 通过各自的回调函数进行实时渲染。

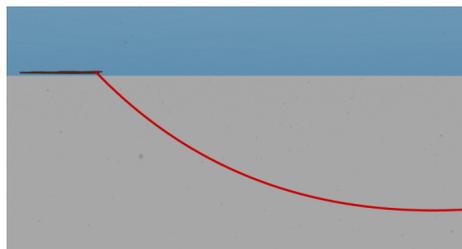


图 6 单船拖曳运动(尾部为自由端)

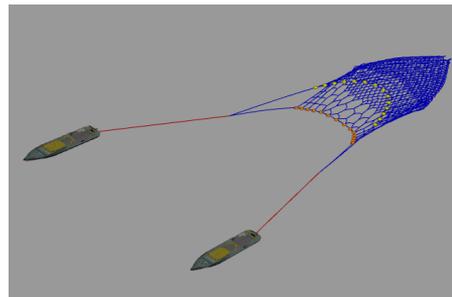


图 7 双船拖曳运动(俯视)

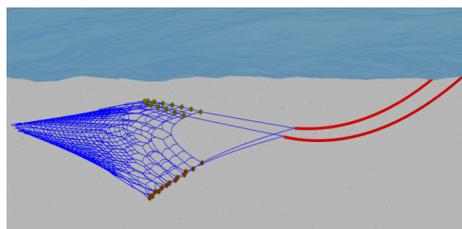


图 8 双船拖曳运动(侧视)

6 结论

本文采用集中质量法建立了曳纲的运动数学模型, 根据精细积分法进行曳纲运动方程的求解, 通过和已有实验数据的对比证明该数值解法的高效性, 最后在 OSG 中实现拖曳系统的动态三维可视化。本文方法的应用, 为水下拖缆和渔网具等柔体的数学模型解算提供一种新的解算思路。

参考文献:

- [1] 张光发, 张亚, 赵学伟, 等, 变水层大型拖网渔船的船型技术经济论证 [J]. 大连海洋大学学报, 2014, 29(3): 299-302.
- [2] Ablow C M, Schechter S. Numerical simulation of undersea cable dynamics [J]. Oceanic Engineering (S0029-8018), 1983, 10(6): 443-457.
- [3] 张潞怡. 6000 米深拖系统非线性运动理论研究及仿真 [D]. 上海: 上海交通大学, 1996.

(下转第 2284 页)