

8-7-2020

Interactive Point based Method for Soft Tissue Deformation in Surgical Simulation

Junliang Shan

1. College of Information Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China;;3. Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Shenzhen 518055, China;;

Weixin Si

2. Department of Computer Science and Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, China;;3. Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Shenzhen 518055, China;;

Xiaomeng Li

2. Department of Computer Science and Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, China;;

Wang Qiong

3. Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Shenzhen 518055, China;;

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Interactive Point based Method for Soft Tissue Deformation in Surgical Simulation

Abstract

Abstract: Although recent years have witnessed great improvement in the research of biomechanical simulation with user interactions for surgical simulation, it still suffers from many challenges such as computational model of soft tissue undergoing large deformation, collision detection, volume conservation, etc. A simple and efficient framework was proposed to meet these challenges. To well reproduce the mechanical response of organs, *point based method* was used to model the elastic solids undergoing large deformations. In addition, *position based dynamics* was adopted to model the objects collision, friction and volume conservation, which considerably improved the real-time performance and stability of complex interactions in surgical simulation. The method was validated in several benchmark problems. Experiments results demonstrate the effectiveness of the framework in terms of both visual effects and stability. In addition, the computational model for deformation has a great potential to be extended to interactive biopsy and cutting simulation.

Keywords

point based method, position based method, interactive surgical simulation, bio-mechanical response, computational model for deformation

Authors

Junliang Shan, Weixin Si, Xiaomeng Li, Wang Qiong, Yanjun Peng, Zhiyong Yuan, and Pingan Wang

Recommended Citation

Shan Junliang, Si Weixin, Li Xiaomeng, Wang Qiong, Peng Yanjun, Yuan Zhiyong, Wang Pingan. Interactive Point based Method for Soft Tissue Deformation in Surgical Simulation[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(10): 2380-2386.

交互式基于点的外科手术软组织变形仿真

山君良^{1,3}, 司伟鑫^{2,3}, 李小萌², 王琼³, 彭延军¹, 袁志勇⁴, 王平安²(1. 山东科技大学信息科学与工程学院, 青岛 266590; 2. 香港中文大学计算科学与工程系, 香港;
3. 中国科学院深圳先进技术研究院, 深圳 518055; 4. 武汉大学计算机学院, 武汉 430079)

摘要: 近年来, 手术仿真领域中交互式生物力学仿真技术取得了显著的进步, 但仍存在一些问题亟需解决。例如, 大变形情况下的软组织形变模型, 碰撞检测以及体积守恒等。因此提出了一种简单有效的计算框架来解决这些问题。为了更好地在计算机上重现人体器官的力学性质, 采用基于点的方法来模拟大变形下的弹性固体, 并且通过引入基于位置的方法模拟手术场景中复杂交互, 摩擦过程和体积守恒, 较大程度的提高了虚拟手术场景中复杂交互的实时性及稳定性。该方法经过多种基准问题的验证, 实验结果表明该计算框架在视觉效果以及稳定性方面的有效性。此外, 该变形计算模型可较好的扩展应用于交互式穿刺和剪切仿真中。

关键词: 基于点的方法; 基于位置的方法; 交互式外科手术仿真; 生物力学响应; 变形计算模型
中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2015) 10-2380-07

Interactive Point based Method for Soft Tissue Deformation in Surgical Simulation

Shan Junliang^{1,3}, Si Weixin^{2,3}, Li Xiaomeng², Wang Qiong³, Peng Yanjun¹, Yuan Zhiyong⁴, Wang Pingan²(1. College of Information Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China;
2. Department of Computer Science and Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, China;
3. Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Shenzhen 518055, China; 4. School of Computer, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: Although recent years have witnessed great improvement in the research of biomechanical simulation with user interactions for surgical simulation, it still suffers from many challenges such as computational model of soft tissue undergoing large deformation, collision detection, volume conservation, etc. A simple and efficient framework was proposed to meet these challenges. To well reproduce the mechanical response of organs, *point based method* was used to model the elastic solids undergoing large deformations. In addition, *position based dynamics* was adopted to model the objects collision, friction and volume conservation, which considerably improved the real-time performance and stability of complex interactions in surgical simulation. The method was validated in several benchmark problems. Experiments results demonstrate the effectiveness of the framework in terms of both visual effects and stability. In addition, the computational model for deformation has a great potential to be extended to interactive biopsy and cutting simulation.

Keywords: point based method; position based method; interactive surgical simulation; bio-mechanical response; computational model for deformation

引言

近年来尽管各种医疗手段都取得了巨大的进

步, 但是对于情况较为严重的病患, 手术依然是治愈率最高的一种。然而, 缺乏有效的手术训练模式严重延长了实习医生进行手术训练的周期。虚拟现实技术的手术仿真可以很好的解决这一问题^[1], 其主要应用包括术前医学影像处理, 解剖结构可视化以及生物力学模拟等, 现已成为近些年研究的热点^[2]。交互式生物力学仿真是一项关键技术。然而, 生物力学模型在手术仿真中的应用总是难以同时



收稿日期: 2015-06-10 修回日期: 2015-07-31;
基金项目: 国家自然科学基金(61233012, 61305097, 61372107); 深圳市基础研究项目(JCYJ20130402113127511); 山东省自然科学基金(ZR2015FM013);
作者简介: 山君良(1990-), 男, 山东, 硕士生, 研究方向为虚拟现实; 司伟鑫(1990-), 男, 山东, 博士生, 研究方向为人机交互与虚拟现实。

<http://www.china-simulation.com>

• 2380 •

满足精度性和实时性的要求。

有限元方法在过去的研究中一直是生物力学数值仿真领域的通用工具,然而最近发展起来的无网格的方法,在面对本领域中的各种核心问题时成为一种新的选择。无网格法阐述了不使用网格在传统意义上的优势,这对于几何形状复杂的研究对象更加灵活。此外,由于拉格朗日框架对质点分布的广泛兼容性,无网格法可以较容易地控制有限应力及大尺度形变。自从五十年代有限元方法出现后,它无疑已成为最具扩展性的仿真方法。然而,高精度几何模型带来的高计算复杂度以及很多情况会出现的大尺度形变不得不使利用网格定义进行控制的问题慎重考虑。另外,对于有着复杂结构的模型,有限元方法需要的网格远不能实现自动生成,并且特定的有限元模型生成需耗费较久的时间。

本文采用基于点的方法重现交互过程中人体器官生物力学反应。期间,为使现有模型高度可控和无条件稳定,我们采用了基于位置的方法去快速处理交互过程,碰撞检测以及体积守恒问题。通过这样,本方法保证了仿真的准确性和稳定性,特别是对于会产生大变形的固体。另外,我们的模型可以快速模拟仿真域中的交互现象。

1 相关工作

交互式的生物力学仿真仍然存在很多问题,如大形变情况下的软组织计算模型,碰撞检测,接触模型,拓扑结构修改以及触觉反馈(详情请查阅文献[3])。在过去的二十年里,手术模拟中的软组织形变一直在被深入地研究^[4-5]。文献[6]全面地概括了基于物理的可变形模型在计算机图形学中的应用。基于物理模型的弹性固体的大形变仿真是其中一个重要的方向。大量的数值模拟方法被用来解决这个问题,如有限元方法^[7-9],有限差分方法^[10],质点弹簧模型^[11-12]和粒子法^[13-17]。基于网格的方法,如有限元方法,在系统经历小或中型变形时^[18],被证明是有效和鲁棒的。而在固体经历大变形或者拓扑结构改变时,无网格法比较有效。文献[18]分析

了在生物力学的数值模拟中,采用无网格方法的便捷性和优势。无网格方法将材料特性离散到粒子上,并且物体的宏观运动由粒子的物理演变决定。该方法的自适应性和无网格特性,为生物力学仿真领域带来了一系列高质量作品。

然而,我们注意到,即使无网格法可以处理大形变,但要保持精确性,该方法还是要靠精确的设计。力学系统经历大变形就像流体一样,计算单元被物理运动任意扭曲,这样会导致计算准确性进一步降低。光滑粒子动力学法 SPH^[19-20]是一种无网格方法,它可以解决流体和固体的大变形问题。在 SPH 方法中,连续属性被离散在平滑的粒子上,应力应变控制方程用拉格朗日形式表示,对各连续量求导转化为对光滑核函数求导产生。对于应力应变关系,SPH 允许一种统一的表达,并且已经被广泛的应用于复杂系统的模拟,从天体物理学到固体力学。

自从 Müller 等人^[21]提出了基于位置的动力学方法(Position-based Dynamics, PBD),近年来在此基础上很多专家学者进行了一系列改进。Kubiak 等^[22]人扩展了该方法,使其应用到模拟手术中穿线的过程。Muller^[23]提出了分层 PBD,用来减少应用高分辨率网格模拟的代价。Kelager 等人^[24]在原有 PBD 基础上提出了一种针对三角网格的弯曲约束,Diziol 等人^[25]在原有 PBD 基础上提出了一种保持体积守恒的约束。由于他们的简单性,鲁棒性以及快速性,基于位置的动力学方法非常适合应用于交互式虚拟环境中。

2 动力学仿真

2.1 基于点的方法

根据 Müller 等人的研究基础^[13],本文采用移动最小二乘法(MLS)估计形变梯度的值。对于每个粒子 i 需要找到使得(1)式最小的矩阵 F_i ,

$$\sum_j w_{ij} \left\| (F_i u_{ij} - x_{ij}) \right\|^2 \quad (1)$$

该项运算要覆盖整个邻域 j , w_{ij} 是权值, u_{ij} 为初始时刻两点间距, x_{ij} 为当前时刻两点间距, 本文通过计算下面的线性系统, 来得出(1)式的最小值。

$$F_i \left(\sum_j w_{ij} u_{ij} u_{ij}^T \right) = \sum_j w_{ij} x_{ij} u_{ij}^T \quad (2)$$

其中 $\sum_j w_{ij} u_{ij} u_{ij}^T$ 为粒子 i 的基本矩阵 A_i 。基于 Irving 等人^[26]的工作, 对 F_i 进行对角化可得到其奇异值矩阵 \hat{F}_i , 并且计算对角化后的第一 Piola-Kirchhoff 应力:

$$\hat{P} = \lambda tr \left(\hat{F} - I \right) I + 2\mu \left(\hat{F} - I \right) \quad (3)$$

计算领域粒子对中心粒子的作用力:

$$f_{i \leftarrow j} = \nu U \hat{P} V^T A_i^{-1} w_{ij} u_{ij} \quad (4)$$

2.2 基于位置的方法

本文简要介绍了基于位置的动力学方法(PBD)背景, 推荐读者阅读^[21,27]以深入了解。PBD 的目的在于找到一个粒子位置修正值 ∇x , 可以满足如下约束:

$$C(x + \nabla x) = 0 \quad (5)$$

$$C_i(x + \nabla x) \approx C_i(x) + \nabla C_i(x) \nabla x = 0 \quad (6)$$

位移改变量取决于约束梯度, 并且跟矩阵 M 的转置有关。

$$\nabla x = M^{-1} \nabla C_i(x)^T \lambda_i \quad (7)$$

其中 λ_i 为拉格朗日乘子, 合并公式(6)和(7),

$$\lambda_i = - \frac{C_i(x)}{\nabla C_i(x) M^{-1} \nabla C_i(x)^T} \quad (8)$$

2.2.1 物体间相互渗透约束

受文章^[28]的启发, 本文对手术器械表面网格进行简化采样, 利用这些点代替手术器械模型来实现快速碰撞检测。在碰撞过程中, 本文借鉴 Macklin 等人^[29]解决保证物体不相互渗透问题的研究工作, 依据(9)式进行碰撞限制, 通过在碰撞方向上给每

个粒子设一个距离 d 来防止物体间互相渗透现象的发生。

$$C(x_i, x_j) = |x_{ij}| - r \geq 0 \quad (9)$$

另外为加速物体间碰撞检测, 本文采用空间哈希网格来加速物体点领域信息获取速度, 见图 1。

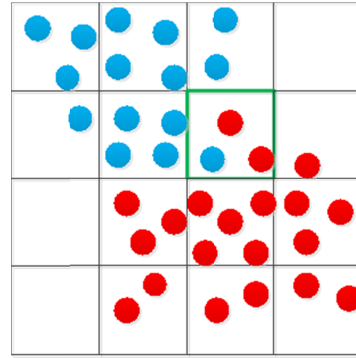


图 1 空间哈希网格获取相邻信息

2.2.2 摩擦计算

除了防止相互渗透现象发生, 碰撞检测过程还需要计算碰撞过程中因摩擦力而产生的正切方向的位移。

$$\Delta x_{\perp} = \left[(x_i^* - x_i) - (x_j^* - x_j) \right] \perp n \quad (10)$$

其中, x_i 和 x_j 是碰撞粒子当前可能到达的位置, x_i^* 和 x_j^* 是碰撞开始时刻粒子所在的位置, $n = x_{ij}^* / |x_{ij}^*|$ 是接触点的法线, 其中 $x_{ij}^* = x_i^* - x_j^*$ 。每个粒子因摩擦而产生的位移可以表示如下:

$$\Delta x_i = \frac{w_i}{w_i + w_j} \begin{cases} \Delta x_{\perp}, & |\Delta x_{\perp}| < u_s d \\ \Delta x_{\perp} \cdot \min\left(\frac{u_k d}{\Delta x_{\perp}}, 1\right), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

其中, u_k 和 u_s 分别是动摩擦力和静摩擦力系数。当粒子相对速度小于牵引力阈值, 公式(11)中可以直接忽略正切方向位移。粒子 j 的位移变化, 通过下式来表示:

$$\Delta x_j = - \frac{w_j}{w_i + w_j} \Delta x_i \quad (12)$$

2.2.3 体积守恒

体积守恒在可变形物体的动态仿真中有重要作用, 由于大多数的生物软组织是不可压缩的, 体

积守恒这一概念的应用在医学仿真中有很重要意义。对于四面体网格模型, 本文在每一个四面体网格上, 对网格顶点 (p_1, p_2, p_3, p_4) 定义一个体积限制。

$$C(p_1, p_2, p_3, p_4) = \frac{1}{6} (p_{2,1} \times p_{3,1}) \cdot p_{4,1} - V_0 \quad (13)$$

其中 $p_{i,j} = p_i - p_j$, V_0 是四面体的初始体积。

算法 1 给出了一个时间步长内形变过程的伪代码。

算法 1 交互式基于点法

1: 初始化:核半径,粒子邻域和材料属性

2: while 模拟开始 do

3: for all 点 i do

4: 计算变形梯度 F_i (2)

5: 计算 Piola-Kirchhoff 应力 \hat{P} (3)

6: for all 邻域内点 j of i do

7: 计算弹力 $f_{i \leftarrow j}$ (4)

8: $f_{j-} = f_{i \leftarrow j}$

9: $f_{i+} = f_{i \leftarrow j}$

10: end for

11: end for

12: for all 点 i do

13: $v_i \leftarrow v_i + \Delta t w_i f_{x_i}$

14: $p_i \leftarrow x_i + \Delta t v_i$

15: 映射交互约束 (9)

16: 施加摩擦力 (11)

17: end for

18: 映射体积约束 (13)

19: for all 点 i do

20: $v_i \leftarrow (p_i - x_i) / \Delta t$

21: $x_i \leftarrow p_i$

22: end for

23: end while

3 实验结论

本文通过了一系列实验, 来验证本方法的准确性, 鲁棒性以及不可压缩性, 并讨论了其在真实手术仿真器中的应用。

3.1 实验环境

本文中的实验均在 Windows 7 操作平台上完成, 由 C++ 实现并且通过 OpenGL 渲染。实验运行在: Intel Xeon CPU, 2.40GHz, 8GB memory, NVIDIA GTX 650Ti 的硬件平台上。本文所采用模型为带有纹理的表面渲染模型以及粒子化表达的连续介质力学计算模型, 图 2 是本文采用的连续介质粒子化形式, 图 3 为带有纹理的表面渲染模型。

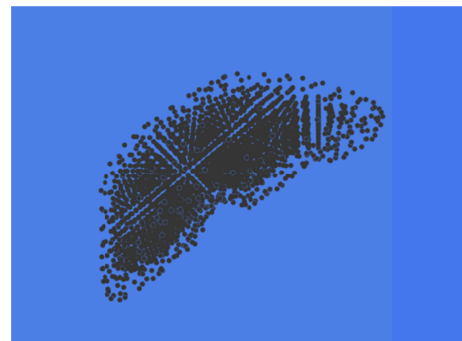


图 2 连续介质粒子化形式



图 3 带有纹理的表面渲染模型

3.2 模型的准确性

通过对比 SOFA(Simulation Open Framework Architecture)中有限元仿真方法同等条件下肝脏变形标记点位移结果, 来验证本文所提模型在动力学计算方面的准确性。图 4 中红色点为 SOFA 标记点变形结果, 绿色点为本文方法对应标记点变形结果, 该图显示本文方法在精确度上逼近有限元方法, 图 5 为对应视觉效果。

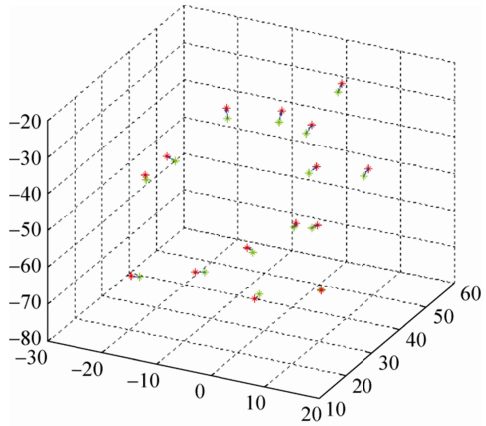


图 4 SOFA 及本模型在小变形条件下数值对比

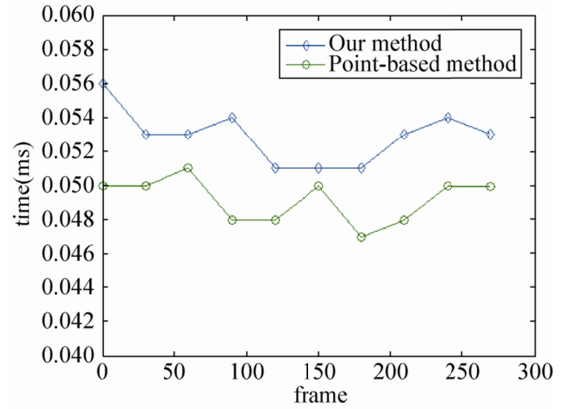
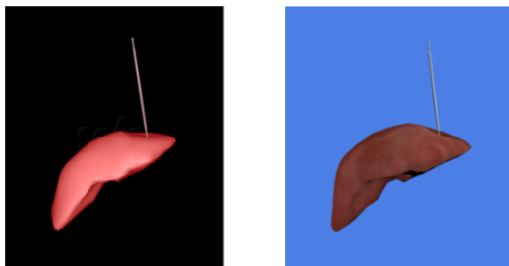
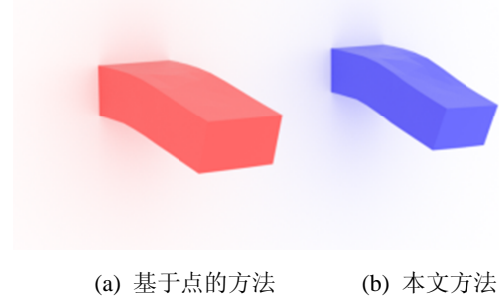


图 7 基于点的方法与本文方法在运行时间上的比较



(a) 有限元方法变形效果 (b) 本文方法变形效果

图 5 有限单元法及本模型在小变形条件下效果图



(a) 基于点的方法 (b) 本文方法

图 8 重力作用下的实验效果对比

3.3 模型的不可压缩性

体积守恒可以用来保证研究对象的不可压缩性。图 6 是仿真过程中，基于点的方法与本文方法在体积方面的比较。图 7 是两种方法在运行时间上的对比。通过对比可以看出，本文提出的模型在没有增加运行时间的情况下，具有较好的体积守恒特点，从而更加逼近真实值。图 8 为两种方法视觉效果对比渲染图。

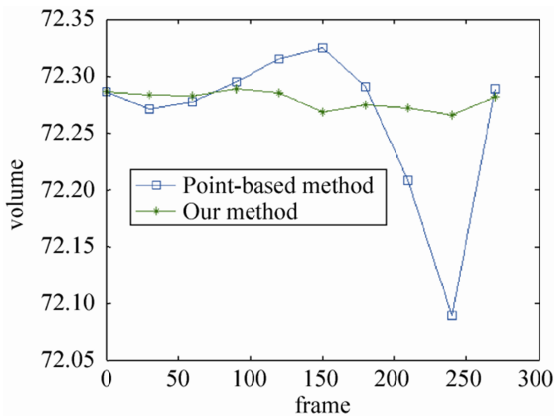


图 6 基于点的方法与本文方法在体积方面的比较

3.4 模型的鲁棒性

可变形固体的仿真方法，如质点弹簧法，FEM 法等在大变形或大时间步长的条件下经常会出现数值计算不稳定的情况。在本文的模型中，全部点的位置是由基于点的方法来计算，这仅仅取决于材料性质。此外，我们引入基于位置的方法，来实现交互以及体积守恒。这两点使得本文模型在大时间下以及大变形下也能够达到稳定性要求。图 9 和图 10 是肝和胃分别在大变形下仿真的情况。虽然超大变形很少在实际情况中出现，但这是一种检验稳定性的重要手段。

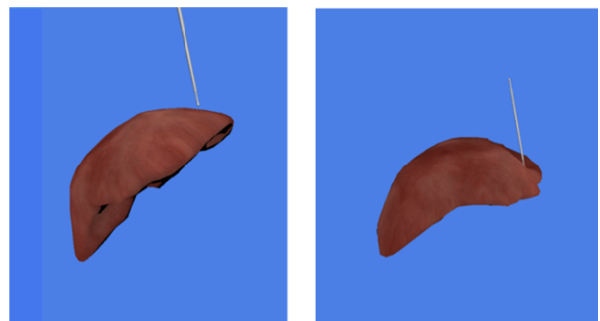


图 9 肝脏大变形下的仿真效果图

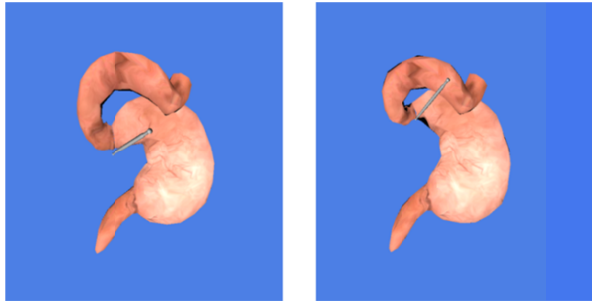


图 10 胃大变形下的仿真效果图

3.5 应用

虚拟手术中器官都处于可变形的环境之中, 即其周围还有其他可变形物体, 因为在虚拟手术中我们不能把器官隔离进行动力学分析, 而应该考虑其复杂的边界条件以及交互过程。本文提出的基于位置拉格朗日粒子法, 可以满足这一要求, 应用到虚拟手术复杂的交互过程中。如图 11 所示, 按压肝脏会带动周围器官如胃的运动。

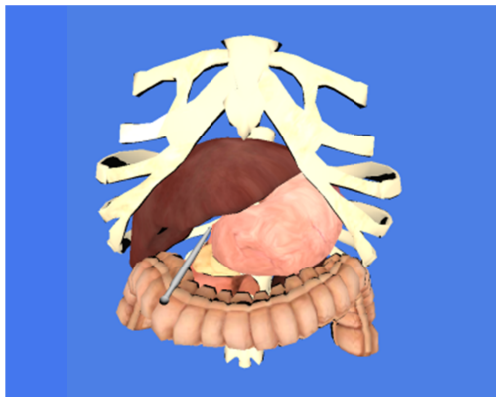


图 11 交互式虚拟外科手术环境

4 结论

本文将基于位置的方法引入基于点的弹性固体仿真中, 可以满足虚拟手术对可变形固体仿真快速性, 准确性, 不可压缩性以及鲁棒性的要求, 并且实现手术仿真器中的复杂交互现象。本文提出的计算框架对处理拓扑结构发生改变的仿真有较好的扩展性, 如组织剪切。在以后的工作中, 本文将在现有的框架上引入并行计算技术, 那时可将此方法应用于更复杂的虚拟手术场景和力学渲染。

参考文献:

- [1] Basdogan C, Sedef M, Harders M, *et al.* VR-based Simulators for Training in Minimally Invasive Surgery [J]. IEEE Computer Graphics and Applications (S0272-1716), 2007, 27(2): 54-66.
- [2] Peterlík I, Duriez C, Cotin S. Modeling and Real-time Simulation of a Vascularized Liver Tissue [M]// Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention-MICCAI 2012. Germany: Springer Berlin Heidelberg, 2012: 50-57.
- [3] Payan Y. Soft Tissue Biomechanical Modeling for Computer Assisted Surgery [M]. Germany: Springer, 2012.
- [4] Cotin S, Delingette H, Ayache N. Real-time Elastic Deformations of Soft Tissues for Surgery Simulation [J]. Visualization and Computer Graphics, IEEE Transactions on (S1077-2626), 1999, 5(1): 62-73.
- [5] Meier U, López O, Monserrat C, *et al.* Real-time Deformable Models for Surgery Simulation: A Survey [J]. Computer methods and programs in biomedicine (S0169-2607), 2005, 77(3): 183-197.
- [6] Nealen A, Müller M, Keiser R, *et al.* Physically based Deformable Models in Computer Graphics [C]// Computer Graphics Forum. USA: Blackwell Publishing Ltd, 2006, 25(4): 809-836.
- [7] Bro-Nielsen M. Finite Element Modeling in Surgery Simulation [J]. Proceedings of the IEEE (S0018-9219), 1998, 86(3): 490-503.
- [8] Molinari E, Fato M, De Leo G, *et al.* Simulation of the Biomechanical Behavior of the Skin in Virtual Surgical Applications by Finite Element Method [J]. Biomedical Engineering, IEEE Transactions on (S0018-9294), 2005, 52(9): 1514-1521.
- [9] Debunne G, Desbrun M, Cani M P, *et al.* Dynamic Real-time Deformations using Space & Time Adaptive Sampling [C]// Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. USA: ACM, 2001: 31-36.
- [10] Terzopoulos D, Platt J, Barr A, *et al.* Elastically Deformable Models [C]// ACM Siggraph Computer Graphics. USA: ACM, 1987, 21(4): 205-214.
- [11] Terzopoulos D, Fleischer K. Deformable Models [J]. The visual computer (S0178-2789), 1988, 4(6): 306-331.
- [12] Teschner M, Heidelberger B, Müller M, *et al.* A Versatile and Robust Model for Geometrically Complex Deformable Solids [C]// Computer Graphics International, 2004, Proceedings. USA: IEEE, 2004: 312-319.

- [13] Müller M, Keiser R, Nealen A, et al. Point based Animation of Elastic, Plastic and Melting Objects [C]// Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation. Eurographics Association, 2004: 141-151.
- [14] Guilkey J E, Hoying J B, Weiss J A. Computational Modeling of Multicellular Constructs with the Material Point Method [J]. Journal of biomechanics (S0021-9290), 2006, 39(11): 2074-2086.
- [15] Hieber S E, Koumoutsakos P. A Lagrangian Particle Method for the Simulation of Linear and Nonlinear Elastic Models of Soft Tissue [J]. Journal of Computational Physics (S0021-9991), 2008, 227(21): 9195-9215.
- [16] Gerszewski D, Bhattacharya H, Bargteil A W. A Point-based Method for Animating Elastoplastic Solids [C]// Proceedings of the 2009 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. USA: ACM, 2009: 133-138.
- [17] Jones B, Ward S, Jallepalli A, et al. Deformation Embedding for Point-based Elastoplastic Simulation [J]. ACM Transactions on Graphics (S0730-0301), 2014, 33(2): 21.
- [18] Doblare M, Cueto E, Calvo B, et al. On the Employ of Meshless Methods in Biomechanics [J]. Computer methods in applied mechanics and engineering (S0045-7825), 2005, 194(6): 801-821.
- [19] Monaghan J J. Smoothed Particle Hydrodynamics [J]. Reports on progress in physics (S0034-4885), 2005, 68(8): 1703.
- [20] Gray J P, Monaghan J J, Swift R P. SPH Elastic Dynamics [J]. Computer methods in applied mechanics and engineering (S0045-7825), 2001, 190(49): 6641-6662.
- [21] Müller M, Heidelberger B, Hennix M, et al. Position based Dynamics [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation (S1047-3203), 2007, 18(2): 109-118.
- [22] Kubiak B, Pietroni N, Ganovelli F, et al. A Robust based Method for Real-time Thread Simulation [C]// Proceedings of the 2007 ACM symposium on Virtual reality software and technology. USA: ACM, 2007: 85-88.
- [23] Müller M. Hierarchical Position based Dynamics [C]// VRIPHYS 2008. 2008.
- [24] Kelager M, Niebe S, Erleben K. A Triangle Bending Constraint Model for Position-Based Dynamics [C]// VRIPHYS 2010. 2010, 10: 31-37.
- [25] Gerszewski D, Bhattacharya H, Bargteil A W. A Point-based Method for Animating Elastoplastic Solids [C]// Proceedings of the 2009 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. USA: ACM, 2009: 133-138.
- [26] Irving G, Teran J, Fedkiw R. Invertible Finite Elements for Robust Simulation of Large Deformation [C]// Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation. Eurographics Association, 2004: 131-140.
- [27] Bender J, Müller M, Otaduy M A, et al. A Survey on Position-Based Simulation Methods in Computer Graphics [J]. Computer Graphics Forum (S0167-7055). 2014, 33(6): 228-251.
- [28] Akinci N, Ihmsen M, Akinci G, et al. Versatile Rigid-fluid Coupling for Incompressible SPH [J]. ACM Transactions on Graphics (S0730-0301), 2012, 31(4): 62.
- [29] Kelager M, Niebe S, Erleben K. A Triangle Bending Constraint Model for Position-Based Dynamics [C]// VRIPHYS 2010. 2010, 10: 31-37.



(上接第 2379 页)

- [14] Arun K S, Huang T S, Blostein S D. Least-Squares Fitting of Two 3-D Point Sets [J]. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 1987, 9(5): 698-700.
- [15] Liu Yuncai, T S Huang. Estimation of rigid body motion using straight line correspondences [J]. Computer Vision & Image Processing, 1988, 43(88): 37-52.
- [16] Horn B K P. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions [J]. JOASA, 1987, 4(4): 629-642.
- [17] Pottmann Helmut, S Leopoldseeder, M Hofer. Registration without ICP [J]. Computer Vision & Image Understanding, 2004, 95(1): 54-71.