

8-7-2020

## Improved Method of Extracting HKS Descriptors and Non-rigid Classification Applications

Jingyu Jiang

*1. Institute of Information Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;;2. Beijing Key Laboratory of Advanced Information Science and Network Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;*

Lili Wan

*1. Institute of Information Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;;2. Beijing Key Laboratory of Advanced Information Science and Network Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Improved Method of Extracting HKS Descriptors and Non-rigid Classification Applications

## Abstract

**Abstract:** In order to make the HKS (heat kernel signature) have wider applicability in non-rigid shape analysis, *an improved method of extracting HKS descriptors for unconnected non-rigid 3D models was proposed. The largest connected component was obtained. The HKS descriptors of the largest connected component were calculated and those descriptors of the boundary vertices and their 1-ring neighbors were excluded.* For shape classifications, the dictionary was learned for each class based on the sparse representation theory. For a test model, each dictionary was utilized to sparsely represent its descriptor set, and the most appropriate dictionary was determined by the representation error, the model was classified according to this dictionary. Experimental results show the proposed method has good classification accuracy.

## Keywords

heat kernel signature, non-rigid object, feature extraction, sparse representation

## Recommended Citation

Jiang Jingyu, Wan Lili. Improved Method of Extracting HKS Descriptors and Non-rigid Classification Applications[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(10): 2422-2426.

## 一种改进的 HKS 提取方法及非刚体分类应用

江静宇<sup>1,2</sup>, 万丽莉<sup>1,2</sup>

(1.北京交通大学计算机与信息技术学院信息科学研究所, 北京 100044;

2.北京交通大学现代信息科学与网络技术北京市重点实验室, 北京 100191)

**摘要:** 为了使热核特征 HKS(heat kernel signature)在非刚体形状分析研究中具有更广的适用性, 对于非连通的非刚体三维模型提出一种改进的 HKS 提取方法。提取模型的最大连通集, 计算最大连通集的顶点 HKS 特征, 并从顶点特征集合中排除边界点及其一阶邻域点的特征。在形状分类应用中, 结合稀疏表示理论, 对于训练数据中的每类非刚体三维模型均训练出一个字典, 分别用每类的字典对待分类模型的特征集合进行稀疏表示, 以确定最合适的字典, 从而判断出待分类模型的类别。实验结果表明, 该方法具有较高的分类准确率。

**关键词:** 热核特征; 非刚体; 特征提取; 稀疏表示

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X(2015)10-2422-05

### Improved Method of Extracting HKS Descriptors and Non-rigid Classification Applications

Jiang Jingyu<sup>1,2</sup>, Wan Lili<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Information Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Beijing Key Laboratory of Advanced Information Science and Network Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** In order to make the HKS (heat kernel signature) have wider applicability in non-rigid shape analysis, an improved method of extracting HKS descriptors for unconnected non-rigid 3D models was proposed. The largest connected component was obtained. The HKS descriptors of the largest connected component were calculated and those descriptors of the boundary vertices and their 1-ring neighbors were excluded. For shape classifications, the dictionary was learned for each class based on the sparse representation theory. For a test model, each dictionary was utilized to sparsely represent its descriptor set, and the most appropriate dictionary was determined by the representation error, the model was classified according to this dictionary. Experimental results show the proposed method has good classification accuracy.

**Keywords:** heat kernel signature; non-rigid object; feature extraction; sparse representation

## 引言

非刚体模型在动画制作、虚拟现实、三维游戏

等领域中具有广泛应用, 对这类模型的形状分析研究日益受到研究者的关注。非刚体模型的形状分类有助于三维模型的语义理解, 因此, 如何有效地实现大量非刚体三维模型的正确归类成为亟待解决的问题。由于存在丰富多样的形变, 非刚体模型的形状分类要比刚体模型更具复杂性和挑战性。形状特征提取对于非刚体形状分类起着至关重要的作用。本文旨在增强形状特征对非刚体模型的适用范



收稿日期: 2015-06-14 修回日期: 2015-07-30;  
基金项目: 国家自然科学基金项目(61572064); 中央高校基本科研业务费专项资金(2014JBM027);  
作者简介: 江静宇(1991-), 男, 河南, 硕士, 研究方向为模式识别; 万丽莉(1979-), 女, 湖北, 博士, 副教授, 研究方向为三维模型检索、虚拟现实。

<http://www.china-simulation.com>

• 2422 •

围, 使其能处理存在形状缺失的三维模型。

近年来, 基于扩散几何的形状特征在非刚体形状分割<sup>[1]</sup>、形状检索、形状分类<sup>[2]</sup>等方面均有应用。2009 年, Sun<sup>[3]</sup>提出了基于热扩散理论的热核特征 (Heat Kernel Signature, HKS)。它具有等距变换不变性, 并对噪声、孔洞具有较好的鲁棒性。2011 年, Aubry<sup>[4]</sup>等提出基于量子力学的波核特征 (Wave Kernel Signature, WKS)。它以能量为参数, 同样具有等距变换不变性。当形状缺失导致非刚体三维模型不连通时, 这两种特征均会受到影响, 且 WKS 表现得更为敏感。

针对上述问题, 为了使 HKS 特征在非刚体形状分析研究中具有更广的适用性, 对于存在形状缺失的非刚体三维模型, 本文提出了一种改进的 HKS 特征提取方法。在特征提取时, 首先提取模型的最大连通集, 并计算其所有顶点的 HKS 特征, 然后从顶点特征集合中去除边界点及其一阶邻域点的特征。在形状分类应用中, 结合稀疏表示理论, 利用为每类学习出的字典来表现提取出的新特征集合, 最后根据稀疏误差大小来确定对非刚体三维模型分类。

## 1 热核特征

由于三维模型的 Laplace-Beltrami 算子的谱分解具有等距变换不变性, 研究者提出了一些基于谱分析的特征描述符。本文涉及的 HKS 特征正属于此类。

给定一个网格模型  $G=(V,E)$ , 其中  $V$  表示顶点集合,  $E$  表示边的集合, 对于任意一个顶点  $x \in V$ , 由文献[1]可知它的 HKS 可以表达为:

$$h(x,t) = \sum_{k \geq 0} e^{-\lambda_k t} \phi_k^2(x),$$

其中  $\lambda_k$ ,  $\phi_k(x)$  分别为 Laplace-Beltrami 算子的特征值和对应的特征函数, 且  $\lambda_0 = 0 \geq -\lambda_1 \geq -\lambda_2 \dots$ 。

Ovsjanikov<sup>[3]</sup>等给出了一种紧凑的 HKS 描述形式。通过采集在时间  $t = \alpha^{i-1} t_0$  的 HKS 特征, 得到一个特征向量  $p(x) = (p_1(x), \dots, p_n(x))^T$ , 其中每个

元素可表达为:

$$p_i(x) = c(x)h(x, \alpha^{i-1} t_0), i = 1, \dots, n,$$

其中, 常量  $c(x)$  由  $\|p(x)\|_2 = 1$  所决定。

## 2 改进的 HKS 特征提取方法

HKS 因为具有等距变换不变性、多尺度特性、鲁棒性等优点可以很好地描述非刚体三维模型的局部特征, 但对于存在形状缺失的非连通模型却较为敏感。为了减少非连通部分和边界区域的影响, 我们通过改进 HKS 特征提取算法来计算三维网格模型的局部形状特征, 具体如下:

1. 计算 Laplace-Beltrami 算子的特征值和特征向量。
2. 通过零特征值和其对应的特征向量把三维网格模型分为多个连通集, 并提取最大的连通集。
3. 计算最大连通集顶点的 HKS 特征, 并且从顶点特征集合中去除边界点及其一阶邻域点的特征。

### 2.1 提取最大连通集

一些研究者通常采用宽度优先搜索法和深度优先搜索法来计算图的最大连通集。本文提出一种基于谱分析的提取方法。Ding<sup>[6]</sup>等提出了一种基于图谱分割的方法来寻找连通集。由文献[7]中图谱论可知, 拉普拉斯矩阵的特征值中零的数目就是图的连通分量的个数。对应于零特征值的特征函数都是阶梯函数, 通过阶梯函数, 对图进行迭代地分割就可以得到子图。

同样的, 对于一个三维网格的 Laplace-Beltrami 算子来说, 我们可以得到一样的效果。简单地, 我们假设模型形状缺失后剩余部分为  $G_A$  和  $G_C$ , 其中  $G_A$  是较大部分,  $G_B$  是缺失部分。对顶点重新排序后, 不完整模型  $G'$  的 Laplace-Beltrami 算子  $L_{G'}$  可表示为:

$$L_{G'} = \begin{pmatrix} L_{G_A} & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & L_{G_C} \end{pmatrix},$$

其中,  $m$  和  $n$  分别为  $G_A$  和  $G_C$  的顶点数。

设  $L_{G_i}$  的第  $i$  个特征值和特征向量分别为  $\lambda_i$  和

$\phi_{A_i}$ ,  $L_{G_A}$  的第  $j$  个特征值和特征向量分别为  $\lambda_{C_j}$  和  $\phi_{C_j}$ 。由  $L_{G_A}$  的特征分解可得:

$$L_{G_A} \phi_{A_i} = \lambda_{A_i} \phi_{A_i},$$

$$\text{即 } \begin{pmatrix} L_{G_A} & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & L_{G_C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{A_i} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} \end{pmatrix} = \lambda_{A_i} \begin{pmatrix} \phi_{A_i} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} \end{pmatrix}.$$

同理可得:

$$\begin{pmatrix} L_{G_A} & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & L_{G_C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{m \times 1} \\ \phi_{C_j} \end{pmatrix} = \lambda_{C_j} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{m \times 1} \\ \phi_{C_j} \end{pmatrix}.$$

则  $L_G$  的特征值为  $\{\lambda_{A_i}\} \cup \{\lambda_{C_j}\}$ , 对应的特征向量为:

$$\left\{ \begin{pmatrix} \phi_{A_i} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} \end{pmatrix} \right\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{m \times 1} \\ \phi_{C_j} \end{pmatrix} \right\}.$$

由于对任一三维网络的 Laplace-Beltrami 算子来说, 如果令  $\lambda_0 = 0$ ,  $\phi_0$  将含有常量元素。我们分别令  $\lambda_{A_0} = 0$  和  $\lambda_{C_0} = 0$ , 可得相应的特征向量为:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{c}_{m \times 1}^A \\ \mathbf{0}_{n \times 1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{m \times 1} \\ \mathbf{c}_{n \times 1}^C \end{pmatrix}.$$

其中,  $\mathbf{c}_{m \times 1}^A$  和  $\mathbf{c}_{n \times 1}^C$  均含有常量元素。类似的, 如果  $G$  有更多的连通集, 则  $L_G$  的特征值和特征向量也可用此方法推导出来。因此, 综合上述分析, 本文提取最大连通集的具体算法如下:

1. 求零特征值对应的特征函数  $\phi_i$ , 并计算它的最大值  $\phi_{max}$ 。
2. 将来自同一连通集的点  $\{x | \phi(x) = \phi_{max}\}$  作为顶点集合。
3. 如果有其他的零特征值, 返回重复执行 1、2 步, 否则继续第 4 步。
4. 返回具有最多顶点数的连通集。

## 2.2 特征计算

根据文献[3]的分析, HKS 特征可以用如下公式计算:

$$h(x, t) = \sum_{k=1}^K e^{-\lambda_k t} \phi_k^2(x).$$

不完整模型  $G$  由  $G_A$  和  $G_C$  组成, 假定  $L_G$  的  $K$  个特征值中有  $I$  个来自  $\{\lambda_{A_i}\}$ ,  $J$  个来自  $\{\lambda_{C_j}\}$ 。然后, 令  $G_A = (V_A, E_A)$ , 对任一顶点  $x_A \in V_A$ , 它的 HKS 可表达为:

$$h(x_A, t) = \sum_{i=1}^I e^{-\lambda_{A_i} t} \phi_{A_i}^2(x_A) + \sum_{j=1}^J e^{-\lambda_{C_j} t} 0.$$

可以看出, 实际起作用的特征向量的个数要比  $K$  小。

本文直接计算  $L_{G_A}$  的特征值和特征向量, 而非  $L_G$ , 计算公式如下所示:

$$h(x_A, t) = \sum_{i=1}^K e^{-\lambda_{A_i} t} \phi_{A_i}^2(x_A).$$

通过这种方法, 能很好地保证所有  $K$  个特征向量都能用来计算 HKS 特征, 进而能更好地描述模型表面的特征。

为了后续的字学习, 我们需要设定一个合适的实验参数。为了保证字典的收敛性<sup>[10]</sup>, 稀疏度阈值相对于信号大小来说要足够小。因此本文算法所提取的 HKS 特征信号的尺寸  $M$  不能太小。同时, 为了构造一个超完备字典,  $M$  应该不大于字典的尺寸。综上分析, 在本文所有实验中,  $M$  被设定为 10。最后, 为了后续的形状分类, 要将它的 L2 范数变为 1, 因此对每个顶点的 HKS 特征进行了归一化处理。

## 3 分类应用

一个非刚体三维模型可能有成千上万个顶点, 如果直接比较这些顶点特征的话将会存在计算量大、效率低等问题。近年研究表明, 稀疏表示理论可以用来解决信号处理中很多问题, 已广泛应用于信号处理和图像处理各个领域<sup>[8,9]</sup>, 包括图像去噪、图像修复、人脸识别、图像压缩和图像分类等。稀疏表示是利用字典, 将信号表示成少数原子的线性组合的过程。很多非刚体模型顶点个数达数万之多, 而相邻顶点所表征的特征信息十分相似, 因此必然会有信息的冗余。而稀疏字典学习的目的就是用一个小的集合来表示信号集里所有的信号。字典里的信号被称为原子信号。通过字典, 原始信号集里的每个信号都能被原子信号线性地表示出来。利用稀疏表示理论, 可以降低所要计算特征描述符的维度和复杂度, 从而大大提高时间效率并具有很好的鲁棒性。

在三维模型形状分类过程中, 首先把模型的顶点 HKS 特征作为训练信号, 每类训练出一个字典, 然后用每个类的字典去稀疏表示待分类模型的特征, 最后由稀疏表示误差来判定模型的类别。

### 3.1 字典学习

字典的构造方法可以分为两类, 一类是基于数学模型的, 如将 wavelet, Fourier 基等组合得到, 这类字典可以进行精确的理论分析, 计算速度快, 但是给定的字典只适合于某类信号。另一类是, 由训练样本自适应地训练出字典, 这类字典可以适应多种数据集。因此, 我们选择第二种方法来构造字典。

对完整模型  $S_c$ , 顶点数记为  $N$ , 顶点 HKS 特征表示为  $\{f_i | i=1, \dots, N\}$ 。将这些特征作为训练信号, 训练出的字典记为  $D_c$ 。这样, 训练集中的每个信号  $f_i$  都可以用字典  $D_c$  中的原子信号线性地表示为:

$$f_i \approx D_c \gamma_i \quad \text{Subject To } \|\gamma_i\|_0 \leq T,$$

其中,  $\gamma_i$  为稀疏表示系数,  $T$  为稀疏度上限。

在字典学习阶段, 把训练信号集  $\{f_i\}$  和字典的大小作为输入, 其训练目标函数可表示为:

$$\tilde{D}_c = \min_{D_c} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \|f_i - D_c \gamma_i\|_2^2 \quad \text{Subject To } \|\gamma_i\|_0 \leq T, \forall i.$$

利用正交匹配追踪法(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)来进行信号稀疏逼近的近似求解, 最终得到表示能力最强的字典。

### 3.2 稀疏表示

对有形状缺失的非连通三维模型  $S$ , 我们采用本文第二章提出的算法来计算它的顶点 HKS 特征。由于去除了较小的非连通部分、边界点及一阶邻域点, HKS 特征的个数  $N$  将比模型  $S$  的顶点个数要少。对于字典  $D_c$  和 HKS 特征信号  $f_i$ , 稀疏编码误差可表示为:

$$err_i^c = \min_{\gamma_i} \|f_i - D_c \gamma_i\|_2 \quad \text{Subject To } \|\gamma_i\|_0 \leq T.$$

对于一个顶点数为  $N$  的非连通模型, 平均误差可以用  $D_c$  表示为:

$$err(D_c) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N err_i^c.$$

对于训练数据, 每类均学习出一个字典, 然后用每个类的字典去表示待分类模型的特征, 以确定哪个字典最为合适, 具体可描述为:

$$D = \arg \min_{D_c} err(D_c).$$

最后, 根据最合适的字典来判断出待测试模型所属的类别。

SPAMS<sup>[11]</sup>(SPArse Modeling Software)是一种有效的优化工具, 实验中我们使用此工具来进行字典学习和稀疏表示。

## 4 实验与分析

为了验证本文算法的有效性, 我们采用一个用于非刚体三维模型检索的公开模型库: SHREC2011<sup>[12]</sup>鲁棒性测试库。该模型库有 12 类共计 684 个非刚体模型, 其中包含 12 个原始模型, 和每类原始模型发生形变后的模型, 如孔洞、噪声、形状缺失等。在每类模型中, 依据形变的严重程度, 将不完整模型按强度分为等级 1-5。

该库中模拟了多种形变, 但从文献[5]给出的检索效果来看, 形状缺失变换后的模型的检索效果最差, 这类模型的形状分类同样更具挑战。因此, 我们将这一类形变模型用于形状分类实验。实验中依据分类文件, 将每类的原始模型和等距变换后的模型加入训练集用于字典学习, 得到特征集中的原子信号。计算每个模型的所有顶点特征时我们取 Laplace-Beltrami 算子的前 100 个特征值和特征向量。扩散时间  $ts = \alpha^{-1} t_0$ , 实验中我们令  $t_0 = 256$ ,  $\alpha = 1.35$ ,  $i=1, \dots, 10$ , 这样采集到的每个顶点的 HKS 特征均为一个 10 维的向量。字典中原子信号的个数设定为 12, 迭代次数为 1000, 稀疏度上限为 3。同时, 我们将本文算法与另外两种典型的算法进行了对比, 分别是基于 HKS 和最近邻分类算法的 HKS-NNC、基于 HKS 和稀疏字典学习算法的 HKS-SRC、基于改进的 HKS 和稀疏字典学习算法的 NewHKS-SRC。对于 HKS-NNC, 计算 HKS 时

采用与文献[5]相同的时间采集参数,  $t=1024, 1351, 1783, 2353, 3104, 4096$ 。对于 HKS-SRC, 采用与本文算法相同的时间参数取值。表 1 表示三种算法分别对形状缺失模型的分类准确度对比。可以看出, 本文算法具有较优的分类准确度。

表 1 对形状缺失模型分类的准确度对比(%)

分类方法	强度				
	1	≤2	≤3	≤4	≤5
HKS-NNC	33.33	33.33	25	22.92	21.67
HKS-SRC	66.67	54.17	47.22	45.83	43.33
NewHKS-SRC	100	100	94.44	89.58	80

同时, 我们还测试了不同的稀疏度阈值  $T$  下本文算法 NewHKS-SRC 对形状缺失模型分类的准确度, 如表 2 所示。由表 2 可见, 在稀疏度阈值为 3 的时候分类准确度最高。

表 2 NewHKS-SRC 在不同稀疏度阈值下分类准确度(%)

稀疏度 $T$	强度				
	1	≤2	≤3	≤4	≤5
2	91.67	87.5	83.3	81.25	75
3	100	100	94.44	89.58	80
4	75	75	72.22	70.83	60
5	100	95.83	94.44	89.58	78.33

## 5 结论

本文提出了一种改进的 HKS 特征提取方法, 该方法减少了非连通部分和边界区域对特征计算的影响, 扩展了 HKS 特征提取算法的适用模型范围。在非刚体分类应用中, 结合稀疏表示理论, 对于提取出的特征集合, 用各个类的字典来测试稀疏表示的误差, 进而判断出待测试模型的类别。实验结果表明该方法的形状分类准确度优于传统方法。

### 参考文献:

[1] 苏梦, 万丽莉, 苗振江. 一种基于扩散几何的非刚体三维形状分割方法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学

报, 2015, 27(4): 605-613.

- [2] Abdelrahman M, El-Melegy M, Farag A. Heat kernels for non-rigid shape retrieval: Sparse representation and efficient classification [C]// Computer and Robot Vision (CRV). USA: IEEE, 2012: 153-160.
- [3] Sun J, Ovsjanikov M, Guibas L. A concise and provably informative multi-scale signature based on heat diffusion [J]. Computer Graphics Forum (S0167-7055), 2009, 28(5): 1383-1392.
- [4] Aubry M, Schlickewei U, Cremers D. The wave kernel signature: a quantum mechanical approach to shape analysis [C]// International Conference on Computer Vision Workshops. USA: IEEE, 2011: 1626-1633.
- [5] Bronstein A M, Bronstein M M, Guibas L. Shape Google: Geometric words and expressions for invariant shape retrieval [J]. ACM Transactions on Graphics (S0730-0301), 2011, 30(1): 1-20.
- [6] Ding C, He X, Zha H. A spectral method to separate disconnected and nearly-disconnected web graph components [C]// Proceedings of the Seventh ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. USA: ACM, 2001: 275-280.
- [7] Chung F. Spectral graph theory [M]. USA: American Mathematical Soc., 1997.
- [8] Elad M. Sparse and redundant representations: From Theory to Applications in signal and Image Processing [M]. Germany: Springer, 2010.
- [9] Tomic I, Frossard P. Dictionary learning [J]. IEEE Signal Processing Magazine (S1053-5888), 2011, 28(2): 27-38.
- [10] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-svd: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing (S1053-587X), 2006, 54(11): 4311-22.
- [11] Mairal J, Bach F, Ponce J, Sapiro G. Online dictionary learning for matrix factorization and sparse coding [J]. The Journal of Machine Learning Research (S1532-4435), 2010, 11(3): 19-60.
- [12] Lian Z, Godil A, Bustors B. Shrec'11 track: Shape retrieval on non-rigid 3d watertight meshes [C]// Proceedings of the 4th Eurographics conference on 3D Object Retrieval. Switzerland: Eurographics Association Aire-la-Ville, 2011: 79-88.