

# Journal of System Simulation

Volume 27 | Issue 9

Article 34

8-7-2020

## Control System Design Based on Integral Sliding Mode of Quadrotor

Zengqiang Chen

1. Key Lab of Intelligent Robotics, College of Computer and Control Engineering, Nankai University, Tianjin 300071, China;;2. College of Science, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;

Chenlu Wang

1. Key Lab of Intelligent Robotics, College of Computer and Control Engineering, Nankai University, Tianjin 300071, China;;

Li Yi

1. Key Lab of Intelligent Robotics, College of Computer and Control Engineering, Nankai University, Tianjin 300071, China;;

Zhang Qing

2. College of Science, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>

 Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Control System Design Based on Integral Sliding Mode of Quadrotor

## Abstract

**Abstract:** A double closed-loop control system based on integral sliding mode was proposed to solve the problems of position and attitude control of an under-actuated, nonlinear coupling quadrotor model. An integral sliding mode control method was applied in the inner loop attitude control and a PID controller was designed in the outer loop position control. Due to the under-actuated property of the quadrotor model, desired pitch and roll angles were given by outer loop controller. The stability of the designed control system was proved by Lyapunov stability theorem. Simulation results on Matlab show the effectiveness of the proposed control system and the characteristics of integral sliding mode control.

## Keywords

quadrotor, integral sliding mode, attitude control, position control, PID control, under- actuated system

## Authors

Zengqiang Chen, Chenlu Wang, Li Yi, Zhang Qing, and Mingwei Sun

## Recommended Citation

Chen Zengqiang, Wang Chenlu, Li Yi, Zhang Qing, Sun Mingwei. Control System Design Based on Integral Sliding Mode of Quadrotor[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(9): 2181-2186.

# 基于积分滑模的四旋翼飞行器控制系统设计

陈增强<sup>1,2</sup>, 王辰璐<sup>1</sup>, 李毅<sup>1</sup>, 张青<sup>2</sup>, 孙明伟<sup>1</sup>

(1.南开大学计算机与控制工程学院智能机器人技术重点实验室, 天津 300071; 2.中国民航大学理学院, 天津 300300)

**摘要:** 基于欠驱动、强耦合、非线性小型四旋翼飞行器模型的位置和姿态控制问题, 提出一种双闭环积分滑模控制系统。内环为姿态环, 采用积分滑模控制, 外环为位置环, 采用 PID 控制。由于飞行器的欠驱动性, 俯仰角和滚转角的参考值由外环控制器给出。采用李雅普诺夫稳定理论验证了控制器的稳定性, 根据 Matlab 仿真验证了所设计系统的有效性并分析验证了积分滑模控制器的控制特点。

**关键词:** 四旋翼飞行器; 积分滑模; 姿态控制; 位置控制; PID 控制; 欠驱动系统

中图分类号: TP272 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2015) 09-2181-06

## Control System Design Based on Integral Sliding Mode of Quadrotor

Chen Zengqiang<sup>1,2</sup>, Wang Chenlu<sup>1</sup>, Li Yi<sup>1</sup>, Zhang Qing<sup>2</sup>, Sun Mingwei<sup>1</sup>

(1. Key Lab of Intelligent Robotics, College of Computer and Control Engineering, Nankai University, Tianjin 300071, China;  
2. College of Science, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

**Abstract:** A double closed-loop control system based on integral sliding mode was proposed to solve the problems of position and attitude control of an under-actuated, nonlinear coupling quadrotor model. An integral sliding mode control method was applied in the inner loop attitude control and a PID controller was designed in the outer loop position control. Due to the under-actuated property of the quadrotor model, desired pitch and roll angles were given by outer loop controller. The stability of the designed control system was proved by Lyapunov stability theorem. Simulation results on Matlab show the effectiveness of the proposed control system and the characteristics of integral sliding mode control.

**Keywords:** quadrotor; integral sliding mode; attitude control; position control; PID control; under-actuated system

## 引言

四旋翼飞行器近年来发展迅速, 由于其具有体积小、质量轻、可垂直起降、机动性强等特点, 被广泛地应用于军事和民用领域。例如在军用领域, 四旋翼飞行器可以代替人类进入危险或复杂的环境内进行军事侦查, 边境巡逻等; 在民用领域, 四

旋翼被广泛应用于航拍、环境勘测、搜索与营救等方面<sup>[1]</sup>。相应地, 对四旋翼飞行器控制问题的研究也取得了很大进展。

四旋翼飞行器的典型特点如欠驱动、强耦合、非线性等, 都给控制带来了一定的难度。此外, 大多数四旋翼飞行器由于质量较轻, 飞行中极易受外界环境如气流等影响, 因此, 控制器必须具备抗扰动性强的特点。

随着控制理论的发展, 已经有多种控制方法应用到四旋翼飞行器的控制中并取得了很好的控制效果。PID 控制具有结构简单、有一定鲁棒性的优



收稿日期: 2015-05-05 修回日期: 2015-07-30;  
基金项目: 国家自然科学基金(61174094, 61273138);  
天津市自然科学基金资助项目(14JCYBJC18700,  
13JCYBJC17400);  
作者简介: 陈增强(1964-), 男, 天津, 教授, 研究方向  
为复杂系统建模控制与仿真, 飞行器制导优化与控制。

点, 但对于扰动强的飞行器系统控制效果一般<sup>[2]</sup>; 自适应控制对于带有不确定性和未知参数的飞行器系统有较好的控制效果<sup>[3]</sup>; 滑模控制鲁棒性强, 对飞行器模型精度要求低, 但会不可避免地出现抖振现象<sup>[4]</sup>。此外, 自抗扰控制<sup>[5]</sup>、模糊控制<sup>[6]</sup>等也在四旋翼飞行器的控制中取得了成功。

普通滑模控制的优点是鲁棒性强, 但在跟踪任意轨迹时, 若存在一定外部扰动, 可能会出现稳态误差, 导致控制精度低<sup>[7]</sup>。本文基于小型四旋翼飞行器的位置和姿态控制系统, 提出一种 PID 和积分滑模控制相结合的双闭环控制方法。内环回路采用积分滑模控制, 外环回路采用 PID 控制, 得到的控制器鲁棒性和抗扰性强, 并且通过引入积分项消除了系统的稳态误差, 控制精度高。

## 1 四旋翼飞行器的模型与分析

文献[8]给出了四旋翼飞行器的原始动力学模型, 为了简化设计过程, 合理忽略飞行器模型的陀螺效应项和摩擦阻力项, 得到飞行器简化模型<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} \ddot{x} = U_1(\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi) - \\ \quad K_1 \dot{x} / m \\ \ddot{y} = U_1(\sin\psi \sin\theta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi) - \\ \quad K_2 \dot{y} / m \\ \ddot{z} = U_1(\cos\phi \cos\psi) - g - K_3 \dot{z} / m \\ \ddot{\phi} = U_2 - lK_5 \dot{\phi} / I_2 \\ \ddot{\theta} = U_3 - lK_4 \dot{\theta} / I_1 \\ \ddot{\psi} = U_4 - K_6 \dot{\psi} / I_3 \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $(x, y, z)$  表示四旋翼飞行器的位置;  $(\phi, \theta, \psi)$  表示飞行器的姿态角, 即俯仰角、滚转角和偏航角;  $U_i (i=1, \dots, 4)$  表示控制量;  $K_i$  为阻力系数;  $I_i$  表示每个轴的转动惯量;  $m$  为飞行器的质量;  $l$  为半径;  $g$  为重力加速度, 取  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。

根据四旋翼飞行器的简化模型, 飞行器系统有 6 个自由度  $X = (x, y, z, \phi, \theta, \psi)$  和 4 个独立控制量, 独立控制量的个数少于自由度的个数, 故为欠驱动系统。

由于系统的欠驱动性, 飞行器在控制时必然存在变量耦合。将飞行器简化模型划分为两个回路, 分别为位置回路和姿态回路, 姿态回路的控制与位置回路无关, 位置回路的控制依赖于姿态回路。依据这种耦合关系进行控制系统的进行设计。

## 2 控制系统的设计

### 2.1 控制系统的结构

设计双闭环控制回路, 内环为姿态控制, 是整个飞行器系统控制的核心和位置控制的前提, 采用积分滑模控制方法, 外环为位置控制, 采用 PID 控制方法。控制系统的结构如图 1 所示。

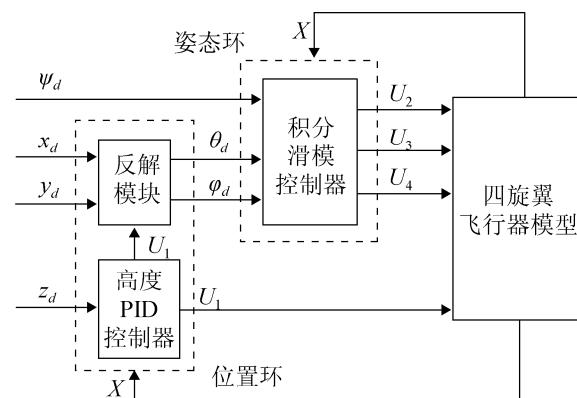


图 1 控制系统的结构示意图

由于位置环和姿态环存在耦合关系, 俯仰角和滚转角的参考值  $\theta_d, \phi_d$  由位置环的反解模块求出。

### 2.2 内环积分滑模控制器的设计

普通滑模控制器的滑模面一般形式为:

$$S = \dot{e} + K_p e \quad (2)$$

其中,  $K_p \in \Re^+$ ,  $e$  为跟踪误差。

针对普通滑模控制在存在一定程度的扰动时, 轨迹跟踪可能会出现稳态误差的缺点, 引入跟踪误差的积分项构成滑模面<sup>[10]</sup>:

$$S = \dot{e} + K_p e + K_I \int_0^t e d\tau \quad (3)$$

积分滑模控制的优点是存在外界扰动的情况下, 可以完全消除稳态误差, 对于四旋翼飞行器

系统在外界干扰强烈时, 仍然可以保证较高的控制精度。

四旋翼飞行器的内环回路由俯仰角, 滚转角和偏航角 3 个独立回路组成, 可以分别设计控制器。积分滑模控制器的设计与普通滑模控制器相似, 首先使系统状态迅速收敛至滑模面, 然后保证系统沿滑模面运动不再离开滑模面。

以滚转角回路为例, 其动力学方程为:

$$\ddot{\phi} = U_2 - lK_5 \dot{\phi} / I_2 \quad (4)$$

令  $\phi_d$  为滚转角参考值, 将会在下节外环控制器设计中求出。

则跟踪误差为:  $e = \phi - \phi_d$

定义积分滑模面为:

$$S = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d + k_1 e + \int_0^t (k_2 e) d\tau \quad (5)$$

其中:  $k_1, k_2$  为控制器参数。

则

$$\dot{S} = \ddot{\phi} - \ddot{\phi}_d + k_1 \dot{e} + k_2 e \quad (6)$$

选择指数型趋近律<sup>[11]</sup>:

$$\dot{S} = -M \operatorname{sgn}(S) - kS \quad (7)$$

其中,  $M, k$  均为正常数。

(4)(6)(7)式联立得到:

$$U_2 = lK_5 \dot{\phi} / I_2 + \ddot{\phi}_d - M \operatorname{sgn}(S) - kS - k_1(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - k_2(\phi - \phi_d) \quad (8)$$

利用 Lyapunov 稳定理论证明该控制系统的稳定性。

定义 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (9)$$

$$\dot{V} = S \dot{S} = -M \operatorname{sgn}(S) \cdot S - kS^2 \leqslant 0 \quad (10)$$

系统满足 Lyapunov 稳定理论, 滚转角回路的积分滑模控制器设计完成。

同理可得俯仰角, 偏航角回路的控制器:

$$U_3 = lK_4 \dot{\theta} / I_1 - M_\theta \operatorname{sgn}(S) - k_\theta S + \ddot{\theta}_d - k_{1\theta}(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) - k_{2\theta}(\theta - \theta_d) \quad (11)$$

$$U_4 = K_6 \dot{\psi} / I_3 - M_\psi \operatorname{sgn}(S) - k_\psi S + \ddot{\psi}_d - k_{1\psi}(\dot{\psi} - \dot{\psi}_d) - k_{2\psi}(\psi - \psi_d) \quad (12)$$

由于符号函数  $\operatorname{sgn}(S)$  在实际控制切换中的滞后性, 积分滑模控制与一般滑模控制一样也存在抖振问题。抖振现象会导致系统控制量和被控量的严重震荡, 给实际控制带来困难, 严重的抖振甚至可能破坏系统的稳定性。

本文采用边界层法<sup>[11]</sup>解决积分滑模系统的抖振问题, 用式(13)所示的函数代替符号函数  $\operatorname{sgn}(S)$ , 在边界层内部函数的输出是连续的。

$$\operatorname{sat}(y) = \begin{cases} y & |y| \leq 1 \\ \operatorname{sgn}(y) & |y| > 1 \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $y = S / \lambda$ ,  $\lambda > 0$ , 为边界层厚度。

## 2.3 外环 PID 控制器的设计

四旋翼飞行器的位置回路可以分为两个独立部分, 即纵向高度控制(14)和横向位置控制(15)(16)。

$$\ddot{z} = U_1(\cos \phi \cos \psi) - g - K_3 \dot{z} / m \quad (14)$$

$$\ddot{x} = U_1(\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) - K_1 \dot{x} / m \quad (15)$$

$$\ddot{y} = U_1(\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) - K_2 \dot{y} / m \quad (16)$$

定义  $z_d$ ,  $x_d$ ,  $y_d$  为位置参考值, 由 PD 算法得到:

$$\ddot{z} = K_{pz}(z_d - z) + K_{dz}(\dot{z}_d - \dot{z}) \quad (17)$$

$$\ddot{x} = K_{px}(x_d - x) + K_{dx}(\dot{x}_d - \dot{x}) \quad (18)$$

$$\ddot{y} = K_{py}(y_d - y) + K_{dy}(\dot{y}_d - \dot{y}) \quad (19)$$

由式(14)可知高度回路有独立对控制器  $U_1$ , 不依赖于姿态控制, 联立式(14)(17), 可以得到高度回路的 PD 控制器:

$$U_1 = \frac{K_{pz}(z_d - z) + K_{dz}(\dot{z}_d - \dot{z}) + g + K_3 \dot{z} / m}{\cos \phi \cos \psi} \quad (20)$$

横向位置回路通过与姿态回路耦合进行控制, 反解式(15)(16)生成姿态回路中俯仰角和滚转角的参考值:

$$\theta_d = \arcsin \left( \frac{\frac{\ddot{x} + K_1 \dot{x} / m}{U_1} - \sin \phi \sin \psi}{\cos \phi \cos \psi} \right) \quad (21)$$

$$\phi_d = \arcsin \left( \frac{\left( \ddot{x} + \frac{K_1 \dot{x}}{m} \right) \sin \psi - \left( \ddot{y} + \frac{K_2 \dot{y}}{m} \right) \cos \psi}{U_1} \right) \quad (22)$$

### 3 仿真结果

采用 Matlab 仿真验证本文所设计的积分滑模控制系统的有效性。

设置四旋翼飞行器参数：

$$K_1 = K_2 = K_3 = 0.010, \quad K_4 = K_5 = K_6 = 0.012, \\ I_1 = I_2 = 1.25, \quad I_3 = 2.5, \quad m = 2 \text{ kg}, \quad l = 0.2 \text{ m}, \\ g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

首先使飞行器从原点  $(0,0,0)$  运动至坐标  $(4,3,5)$  处，偏航角初始值为 0，参考值为  $\frac{\pi}{4}$ ，俯仰角和滚转角最终收敛到 0。

控制器的参数经过调试为：

$$k_1 = 5.5, \quad k_2 = 30, \quad M = 2, \quad k = 1, \quad K_{px} = K_{py} = 2, \\ K_{dx} = K_{dy} = 2, \quad K_{pz} = 2, \quad K_{dz} = 2.4.$$

飞行器的位置状态量仿真结果如图 2 所示，由图可知飞行器高度在 4 s 左右到达并稳定在参考值，水平坐标  $x, y$  在 7 s 左右到达并稳定在参考值，故所设计的飞行器控制系统的位姿响应速度较快，并且可以实现飞行器到达期望位置并悬停的控制。

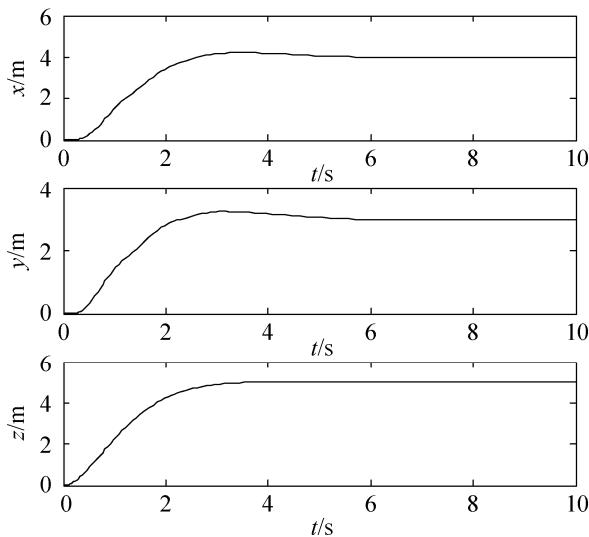


图 2 飞行器的位置状态量仿真结果

飞行器的姿态角仿真结果如图 3 所示，由图可知在 5 s 左右，俯仰角和滚转角均收敛到 0，变化范围在  $\pm 30^\circ$  内，偏航角在 3 s 内到达参考值  $45^\circ$ 。因此飞行器的控制过程姿态平稳，本文所设计的控制方法是有效的。

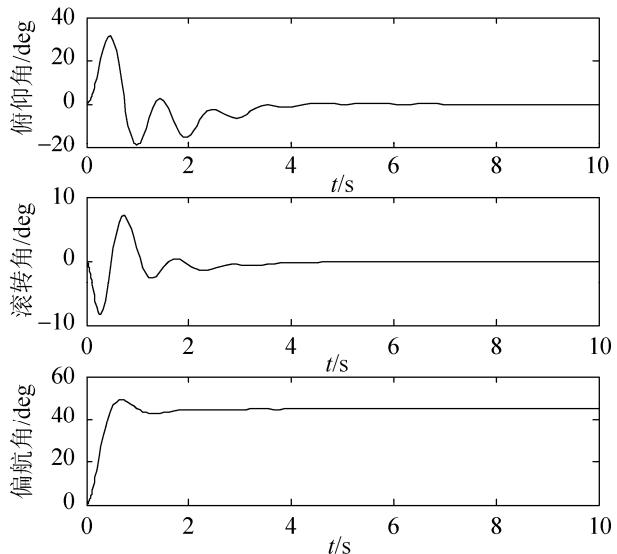


图 3 飞行器的姿态角仿真结果

然后通过仿真分析积分滑模控制的抖振现象以及削弱抖振的必要性。本文采用边界层法来削弱抖振，积分滑模控制器的控制量  $U_2, U_3, U_4$  如图 4 所示，由仿真结果可知控制量的变化曲线连续平缓，易于实现。若不采取任何措施削弱抖振，直接使用符号函数，仿真结果如图 5 所示，控制量  $U_2, U_3, U_4$  出现严重震荡，在实际控制中难以实现，同时拖慢了系统仿真运行速度。故采用边界层法可以有效地抑制抖振，从而使控制系统更稳定，易于实现。

进一步通过仿真分析积分滑模控制的特点。根据文献[11]，积分滑模控制在存在外加扰动的条件下，稳态时可以实现无稳态误差。文献[12]则指出积分滑模控制的缺点，因为加入了积分项，系统暂态性能受到影响。

在系统中加入  $[-0.1, 0.1]$  的扰动项，分析内环积分滑模控制姿态角的跟踪效果，仿真结果图 6~7 所示。

在系统中加入  $[-0.1, 0.1]$  的扰动项，分析内环积分滑模控制姿态角的跟踪效果，仿真结果图 6~7 所示。

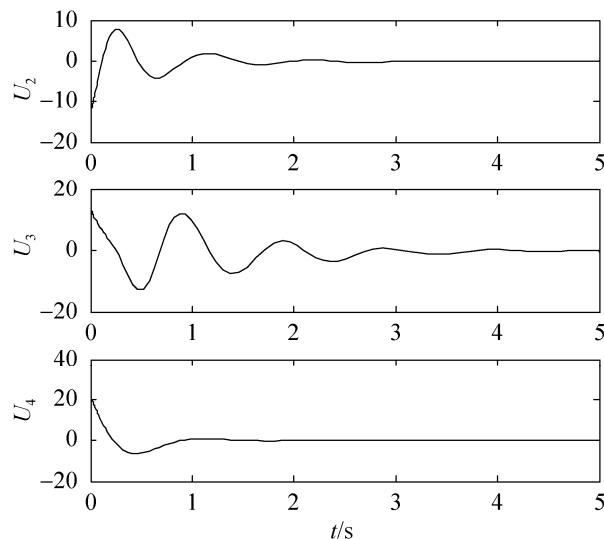


图 4 采用边界层法削弱抖振的控制量仿真结果

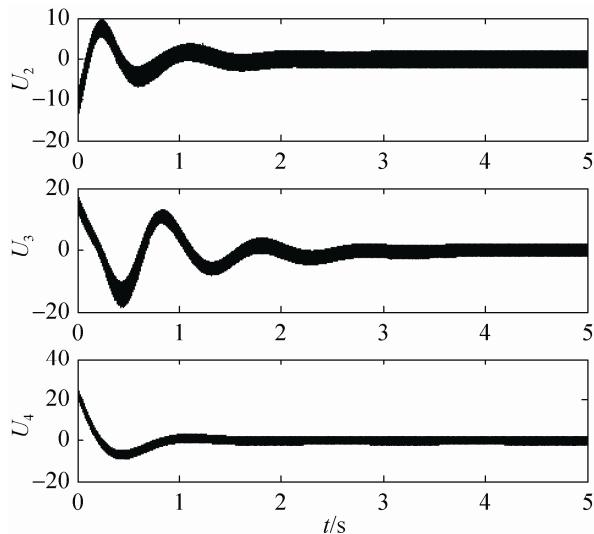


图 5 控制量的抖振仿真结果

图 6 中俯仰角和滚转角的参考轨迹由外环 PID 控制产生, 由图可知积分滑模控制跟踪此类无规律轨迹时存在滞后和暂态误差, 当系统到达稳态, 姿态角收敛到 0 时, 系统完全消除了稳态误差。如图 7 所示, 在控制器的作用下, 偏航角收敛到参考值  $45^\circ$ , 控制过程中偏航角出现超调, 调节控制器参数也难以消除, 但系统最终无稳态误差。

以上仿真验证了积分滑模控制的优缺点, 以及在四旋翼飞行器控制中应用的可行性。

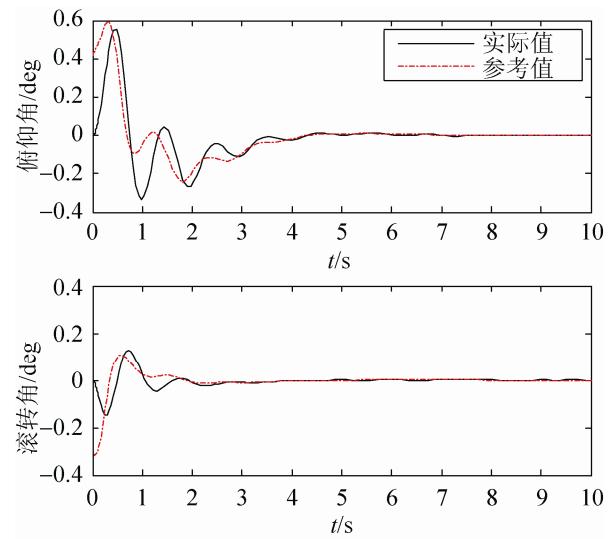


图 6 俯仰角和滚转角的实际值与参考值比较

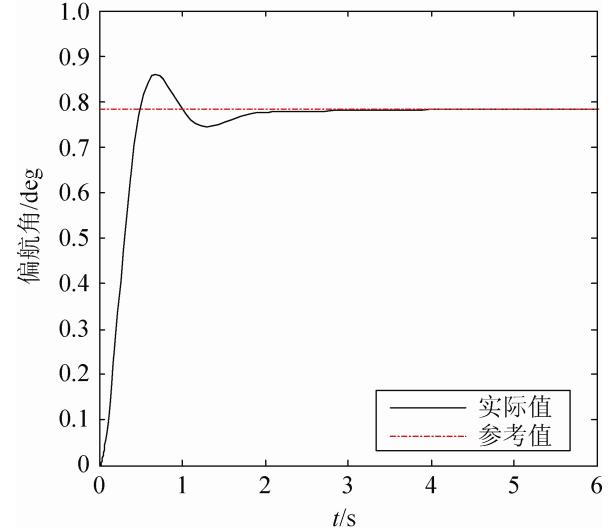


图 7 偏航角的实际值与参考值比较

#### 4 结论

本文针对六自由度的四旋翼飞行器, 提出了一种基于 PID 的积分滑模双闭环控制系统, 对内环和外环分别设计了积分滑模控制器和 PID 控制器。利用 Lyapunov 稳定理论验证了积分滑模控制器的稳定性, 通过 Matlab 仿真验证了所设计的控制器在四旋翼飞行器控制中的有效性, 并分析了其控制的优缺点, 即积分滑模控制通过加入积分项, 完全消除了系统的稳态误差, 但在一定程度上牺牲了暂态性能。

**参考文献:**

- [1] Erginer B, Altug E. Design and Implementation of a Hybrid Fuzzy Logic Controller for a Quadrotor VTOL Vehicle [J]. International Journal of Control, Automation and Systems (S1598-6446), 2012, 10(1): 61-70.
- [2] Cavalcante Sa R, De Araujo A L C, Varela A T, et al. Construction and PID Control for Stability of an Unmanned Aerial Vehicle of the Type Quadrotor [C]// Proceedings of 2013 Latin American Robotics Symposium and Competition. USA: IEEE, 2013: 95-99.
- [3] Dydek Z T, Annaswamy A M, Lavretsky E. Adaptive Control of Quadrotor UAVs: A Design Trade Study with Flight Evaluations [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology (S1063-6536), 2013, 21(4): 1400-1406.
- [4] Sen L, Baokui L, Qingbo G. Adaptive Sliding Mode Control for Quadrotor Helicopters [C]// Proceedings of 2014 33rd Chinese Control Conference. USA: IEEE, 2014: 71-76.
- [5] Xia G Y, Liu Z H. Quadrotor Unmanned Helicopter Attitude Control Based on Improved ADRC [C]// Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. USA: IEEE, 2014: 916-921.
- [6] 胡盛斌, 陆敏恂, 陆华文. 基于积分滑模面的飞机姿
- 态模糊滑模控制 [J]. 系统仿真学报, 2013, 25(3): 530-534.(HU S B, LU M X, LU W H. Fuzzy Sliding Mode Control for Airplane Attitude Based on Integral Sliding Mode Surface [J]. Journal of System Simulation, 2013, 25(3): 530-534.)
- [7] 刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407-418.
- [8] Bouabdallah S. Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying [D]. Lausanne, Switzerland: Ecole Polytechnique Federale de Lausanne (EPFL), 2007.
- [9] Xu R, Ozguner U. Sliding Mode Control of a Quadrotor Helicopter [C]// Proceedings of 2006 45th IEEE Conference on Decision and Control. USA: IEEE, 2006: 4957-4962.
- [10] 李鹏, 郑志强. 非线性积分滑模控制方法 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(3): 421-426.
- [11] 刘金琨. 滑模变结构控制 Matlab 仿真 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [12] 赵文杰, 刘吉臻, 赵玉辉. 积分补偿的滑模控制器设计方法 [J]. 系统仿真学报, 2004, 16(10): 2344-2346. (Zhao W J, Liu J Z, Zhao Y H. The Design Method of Sliding Mode Controller with Integral Compensation [J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(10): 2344-2346.)

(上接第 2180 页)

- [2] 陈晓娟. 红外空空导弹抗干扰性能验证方法研究 [J]. 红外技术, 2013, 35(7):425-429.
- [3] 庞艳静. 基于层次分析法的某种红外导弹的抗干扰性能评估 [J]. 红外技术, 2014, 36(3): 234-237.
- [4] 万利, 孙睿, 许腾. 基于灰色层次分析法的海上编队预警探测体系效能分析 [J]. 舰船电子工程, 2011, 31(8): 30-32.
- [5] 吕艳辉, 赵林. 武器系统效能评估方法研究 [J]. 辽宁工程技术大学学报, 2005, 24(4): 605-607.
- [6] 吴志红, 董敏周, 王建华, 等. 红外导引头抗人工干扰性能评估方法 [J]. 系统仿真学报, 2005, 17(3): 770-772.
- [7] 韩培骏, 姜长生, 许友平. 红外成像导引系统抗干扰性能评估研究 [J]. 电光与控制, 2012, 19(5): 82-86.
- [8] 胡朝晖, 闫杰. 红外空空导弹抗干扰性能的综合评估方法研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2009, 29(1): 61-64.
- [9] 许树柏. 层次分析法原理 [M]. 天津: 天津大学出版社, 1988.
- [10] 张孝远, 陈凯华. 基于三角模糊数的综合评价体系的研究 [J]. 中国科技论文在线, 2006, 1(5): 317-323.