

7-31-2020

Implementation and Application of Coordinate Stretched PML under Two-dimensional Cylindrical Coordinate

Anshi Zhu

1. Mechanical Engineering College, Shijiazhuang 050003, China; ;

Zili Chen

1. Mechanical Engineering College, Shijiazhuang 050003, China; ;

Yang Yong

2. Small Arms Institute, Beijing 102202, China; ;

Yunhui Zhen

3. Hebei Provincial Military Command, Shijiazhuang 050011, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Implementation and Application of Coordinate Stretched PML under Two-dimensional Cylindrical Coordinate

Abstract

Abstract: According to the numerical calculation of electromagnetic field under cylindrical coordinate, the conventional split field absorbing boundary is no longer applicable. *The coordinate stretched perfectly matched layers (CS-PML) were applied in the two-dimensional stretched cylindrical coordinate system. The updating equations of Maxwell curl equations in CS-PML were derived by using auxiliary equation method.* The simulation results show that theoretical derivation is correct. The reflection coefficient of CS-PML is less than -30 dB, and it is able to meet the precision demand of numerical calculation. *Besides, the CS-PML was adopted to investigate the radiation characteristic of the monopole antenna fed by coaxial cable. And the near-field and far-field pattern were obtained.* The investigation provides a new idea and reference for the numerical calculation of electromagnetic scattering and radiation problems.

Keywords

finite-difference time-domain (FDTD), perfectly matched layer (PML), numerical calculation, radiation pattern

Recommended Citation

Zhu Anshi, Chen Zili, Yang Yong, Zhen Yunhui. Implementation and Application of Coordinate Stretched PML under Two-dimensional Cylindrical Coordinate[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(7): 1644-1651.

坐标伸缩完全匹配层在二维柱坐标系下的实现与应用

朱安石¹, 陈自力¹, 杨勇², 甄云卉³

(1. 机械工程学院, 河北 石家庄 050003; 2. 轻武器研究所, 北京 102202; 3. 河北省军区, 河北 石家庄 050011)

摘要: 针对柱坐标系下电磁场的数值计算, 常规的分裂场吸收边界已不再适用, 将坐标伸缩完全匹配层应用到二维扩展柱坐标系中, 应用辅助方程法推导了 Maxwell 方程在该匹配层中的时域迭代方程, 仿真结果表明: 理论推导正确, 且吸收边界的反射系数小于 -30dB, 能够满足数值计算精度需求。将该匹配层应用于单极同轴线馈电天线辐射特性的研究, 得到了不同激励源下的近场和远场方向图。该研究为柱坐标系下电磁场散射与辐射的数值计算提供了一种新的思路和参考。

关键词: 时域有限差分法; 完全匹配层; 数值计算; 方向图

中图分类号: TN 92

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2015) 07-1644-08

Implementation and Application of Coordinate Stretched PML under Two-dimensional Cylindrical Coordinate

Zhu Anshi¹, Chen Zili¹, Yang Yong², Zhen Yunhui³

(1. Mechanical Engineering College, Shijiazhuang 050003, China; 2. Small Arms Institute, Beijing 102202, China; 3. Hebei Provincial Military Command, Shijiazhuang 050011, China)

Abstract: According to the numerical calculation of electromagnetic field under cylindrical coordinate, the conventional split field absorbing boundary is no longer applicable. The coordinate stretched perfectly matched layers (CS-PML) were applied in the two-dimensional stretched cylindrical coordinate system. The updating equations of Maxwell curl equations in CS-PML were derived by using auxiliary equation method. The simulation results show that theoretical derivation is correct. The reflection coefficient of CS-PML is less than -30 dB, and it is able to meet the precision demand of numerical calculation. Besides, the CS-PML was adopted to investigate the radiation characteristic of the monopole antenna fed by coaxial cable. And the near-field and far-field pattern were obtained. The investigation provides a new idea and reference for the numerical calculation of electromagnetic scattering and radiation problems.

Keywords: finite-difference time-domain (FDTD); perfectly matched layer (PML); numerical calculation; radiation pattern

引言

应用时域有限差分法 (finite-difference time-domain, FDTD) 在直角坐标系中对鞭状天线辐射特

性进行仿真时, 通常将天线等效为一根细导线进行处理, 但是在实际工程中, 对于天线不能等效为细导线的情况, 就要考虑对天线几何空间建模的问题, 通常情况下鞭状天线为圆柱形金属棒, 如果在直角坐标系中对其进行几何空间建模, 必然在边缘处理时会存在误差。因此, 本文考虑在柱坐标系内对天线辐射特性进行 FDTD 数值计算。

在应用 FDTD 方法数值模拟天线辐射等问题



收稿日期: 2014-04-29

修回日期: 2014-07-26;

作者简介: 朱安石(1985-), 男, 河北承德, 博士, 研究方向为计算电磁学; 陈自力(1964-), 男, 山西太原, 教授, 研究方向为无人机数据链抗干扰; 杨勇(1983-), 男, 湖北宜昌, 硕士, 研究方向为轻武器测试技术。

<http://www.china-simulation.com>

• 1644 •

时, 需要设置特殊的边界条件来模拟开放的无限空间, 相比 Engquist-Majdap^[1]、Mur^[2]、廖氏^[3]等吸收边界条件(Absorbing Boundary Conditions, ABS), 完全匹配层^[4](Perfectly Matched Layer, PML)以其计算精度高、通用性好、数值稳定性强等优势被广泛采用。PML 最早由 Berenger 于 1994 年提出, 随着研究的不断深入, 迄今为止已经有 3 种完全匹配层方案: Berenger 的分裂场完全匹配层^[5](Berenger's Split-field PML, BS-PML)、各向异性完全匹配层^[6](Anisotropic PML, APML)和坐标伸缩完全匹配层^[7](Coordinate Stretched PML, CS-PML)。BS-PML 是通过在 FDTD 区域截断边界处设置一种与相邻介质波阻抗完全匹配的有耗介质层, 使入射波将无反射地穿过分界面并迅速衰减, 该方法不受来波方向和频率的限制, 且吸收精度能够满足数值计算需求, 但该方法在同一节点上的场分量要分裂成 2 个子分量计算, 导致花费更长的计算时间和占用更多的内存, 对隐失波(Evanescent Waves, 也称倏逝波, 指在空域中衰减的波)的吸收能力较差, BS-PML 通常应用于直角坐标系中的 FDTD 数值计算问题。在 Berenger 提出 PML 不久, Chew 和 Weedon 提出了 CS-PML, 将麦克斯韦方程组中的 2 个旋度方程映射到复数伸缩坐标空间, 在该方法被提出的初期, CS-PML 也像 BS-PML 一样, 以分裂场形式实现, 随着研究的不断深入, 基于复坐标变换出现了卷积完全匹配层^[8](Convolution PML, CPML)、辅助微分方程(Auxiliary Differential Equation, ADE)方法^[9]和 Z 变换方法^[10]以非分裂场形式实现 CS-PML, CS-PML 的主要优势在于其不需要把场分裂开, 易于实现, 在 PML 的角和棱上的实现方法非常简单, 对倾斜入射波和表面波有着比 PML 更好的吸收效果, 有效的解决了隐失波边界反射问题以及长时间计算而引起的边界反射问题, BS-PML 通常应用于柱坐标系中的 FDTD 数值计算问题。APML 是由 Sacks 和 Gedney 等人于 1996 年提出并证明, 与 BS-PML 和 CS-PML 方法不同, APML 的优点是: 在各向异性介质中, 波方程仍为

麦克斯韦方程, APML 在 FDTD 中常用作高有耗介质或有倏逝波的吸收边界, APML 通常应用于直角坐标系中的 FDTD 数值计算问题。在理论上, 在连续空间中的 BS-PML, CS-PML 和 APML 公式是线性相关的, 或者说是等价的, 即可以从其中的一种 PML 公式推导出另外 2 种 PML 公式。

本文在二维柱坐标系下, 应用 ADE 方法推导了 TM 波在 CS-PML 中的 FDTD 差分格式, 以 TM 波为例, 实现了其在自由空间中的传播, 验证了 CS-PML 相关理论的正确性, 数值计算了 CS-PML 的反射系数精度。将 CS-PML 应用于同轴线馈电单极子天线辐射特性的研究, 对高斯和正弦激励信号下单极子天线的近场和远场辐射特性进行了研究。

1 二维柱坐标系下 Maxwell 方程在 CS-PML 中的差分格式

1.1 扩展坐标系下的 Maxwell 方程

修正的无源麦克斯韦旋度方程^[11]表示为:

$$\nabla_s \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E} \quad (1)$$

$$\nabla_s \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2)$$

式中: \mathbf{E} 为电场强度(V/m); \mathbf{H} 为磁场强度(A/m); ε 为介质介电常数(F/m); μ 表示磁导系数(H/m); ω 为电磁波角频率。

通过 ∇_s 算子将 Maxwell 旋度方程(1)分解为标量方程, 并进行归一化得

$$j\omega\varepsilon_0 s_z \frac{R}{r} E_r = \frac{1}{r} \frac{\partial(s_z H_z)}{\partial\varphi} - \frac{R}{r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \quad (3)$$

$$j\omega\varepsilon_0 s_z s_r E_\varphi = \frac{\partial(s_r H_r)}{\partial z} - \frac{\partial(s_z H_z)}{\partial r} \quad (4)$$

$$j\omega\varepsilon_0 s_r \frac{R}{r} E_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(RH_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial(s_r H_r)}{\partial\varphi} \quad (5)$$

式中: r 为网格距离中心点的距离; s_r 和 s_z 为坐标伸缩因子, 表达式分别为 $s_r = 1 + \sigma_r / j\omega\varepsilon_0$, $s_z = 1 + \sigma_z / j\omega\varepsilon_0$ 。R 的表达式为

$$R = \int_0^r s_r(r') dr' = \begin{cases} r, & r' < r_0 \\ r + \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \int_{r_0}^r \sigma_r(r') dr', & r' < r_0 \end{cases} \quad (6)$$

式中： r_0 为 r 方向上由中心点到 PML 内边界之间的距离； $\sigma_r(r')$ 为 r 方向距离中心 r' 处的电导率。

令 $s_z H_z = H'_z$, $s_r H_r = H'_r$, $R H_\phi / r = H'_\phi$,
 $R E_\phi / r = E'_\phi$, $s_z E_z = E'_z$, $s_r E_r = E'_r$, 带入式(3) (4)
(5)得

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial H'_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H'_\phi}{\partial z} \\ \frac{\partial(H'_r)}{\partial z} - \frac{\partial(H'_z)}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rH'_\phi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial(H'_r)}{\partial \phi} \end{bmatrix} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\bar{\epsilon} \begin{bmatrix} E'_r \\ E'_\phi \\ E'_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

即 $\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\bar{\epsilon}\mathbf{E}$ (8)

根据对偶定理, Maxwell 旋度方程(2)可分解得

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0\mu_r\bar{\mu}\mathbf{H} \quad (9)$$

式中 $\bar{\epsilon} = \bar{\mu} = \begin{bmatrix} \frac{s_z R}{s_r r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_z s_r r}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_r R}{s_z r} \end{bmatrix}$ 。

1.2 麦克斯韦方程差分格式

本文针对 TM 波在自由空间中的传播进行研究, TM 波中包括 E_r , E_z 和 H_ϕ 3 个分量。因此将式(8)和式(9)简化得

$$-j\omega\mu_0 s_z s_r \frac{r}{R} H'_\phi = \frac{\partial(E'_r)}{\partial z} - \frac{\partial(E'_z)}{\partial r} \quad (10)$$

$$j\omega\epsilon_0 \frac{s_z}{s_r} \frac{R}{r} E'_r = -\frac{\partial H'_\phi}{\partial z} \quad (11)$$

$$j\omega\epsilon_0 \frac{s_r R}{s_z r} E'_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rH'_\phi)}{\partial r} \quad (12)$$

对式(10)应用辅助方程法, 设

$$B_\phi = \mu_0 \mu_r \frac{s_z r}{R} H'_\phi \quad (13)$$

对式(13)应用中心差分法可得迭代方程

$$H_{\phi i,j}^{n+1} = \left(\frac{2\epsilon_0 - \sigma_z dt}{2\epsilon_0 + \sigma_z dt} \right) H_{\phi i,j}^{n+1} + \frac{2\epsilon_0 R}{(2\epsilon_0 + \sigma_z dt)\mu_0 \mu_r r} (B_{\phi i,j}^{n+1} - B_{\phi i,j}^n) \quad (14)$$

将式(13)带入式(10), 应用中心差分离散可得

$$B_{\phi i,j}^{n+1} = \left(\frac{2\epsilon_0 - dt\sigma_r}{2\epsilon_0 + dt\sigma_r} \right) B_{\phi i,j}^n + \left(\frac{2\epsilon_0 dt}{2\epsilon_0 + dt\sigma_r} \right) \left[\frac{E_{z|i+1/2,j}^{n+1/2} - E_{z|i-1/2,j}^{n+1/2}}{dr} - \frac{E_{r|i,j+1/2}^{n+1/2} - E_{r|i,j-1/2}^{n+1/2}}{dz} \right] \quad (15)$$

对式(11)应用辅助方程法, 设

$$D_r = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{R}{s_r r} E'_r \quad (16)$$

对式(16)应用中心差分法可得迭代方程

$$E_{r|i+1/2,j,k}^{n+1} = E_{r|i+1/2,j,k}^n + \frac{r}{\epsilon_0 \epsilon_r R} \left(\frac{2\epsilon_0 + dt\sigma_r}{2\epsilon_0} D_{r|i+1/2,j,k}^{n+1} - \frac{2\epsilon_0 - dt\sigma_r}{2\epsilon_0} D_{r|i+1/2,j,k}^n \right) \quad (17)$$

将式(16)带入式(11), 应用中心差分离散可得

$$D_{r|i+1/2,j,k}^{n+1} = \left(\frac{2\epsilon_0 - \sigma_z dt}{2\epsilon_0 + \sigma_z dt} \right) D_{r|i+1/2,j,k}^n - \left(\frac{2\epsilon_0 dt}{2\epsilon_0 + \sigma_z dt} \right) \left(\frac{H_{\phi i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_{\phi i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2}}{dz} \right) \quad (18)$$

对式(12)应用辅助方程法, 设

$$D_z = \epsilon_0 \epsilon_z \frac{R}{s_z r} E'_z \quad (19)$$

对式(19)应用中心差分法可得迭代方程

$$E_{z|i,j,k+1/2}^{n+1} = E_{z|i,j,k+1/2}^n + \frac{r}{\epsilon_0 \epsilon_r R} \left(\frac{2\epsilon_0 + dt\sigma_z}{2\epsilon_0} D_{z|i,j,k+1/2}^{n+1} - \frac{2\epsilon_0 - dt\sigma_z}{2\epsilon_0} D_{z|i,j,k+1/2}^n \right) \quad (20)$$

将式(19)带入式(12), 应用中心差分离散可得

$$D_{z|i,j,k+1/2}^{n+1} = \left(\frac{2\epsilon_0 - \sigma_r dt}{2\epsilon_0 + \sigma_r dt} \right) D_{z|i,j,k+1/2}^n + \left(\frac{2\epsilon_0 dt}{2\epsilon_0 + \sigma_r dt} \right) \times \left\{ \left(\frac{1}{2r} + \frac{1}{dr} \right) H_{\phi i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} + \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{dr} \right) H_{\phi i-1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} \right\} \quad (21)$$

根据式(14) (15) (17) (18) (20) (21)可以实现编程。采用圆柱坐标系对电磁场问题进行分析时, 当 $r=0$ 时, 式(21)存在奇异值的问题, 因此, 需要对 E_z 在 $r=0$ 的迭代单独进行处理, 感兴趣的读者可以参考文献[11]。

2 仿真实例

为了对以上理论的正确性进行验证, 本文首先以 TM_z 波在自由空间中的传播为例, 验证 CS-PML 吸收边界条件的正确性及其精度。在此基础上, 将 CS-PML 应用于天线近场和远场辐射特性的研究中。

2.1 TM 波在自由空间中的传播

本文对二维情况下, TM_z 波在自由空间中的传播进行了数值模拟, 由于柱坐标结构的对称性, 本文只对一半自由空间进行了仿真, 仿真实空结构示意图如图 1 所示。

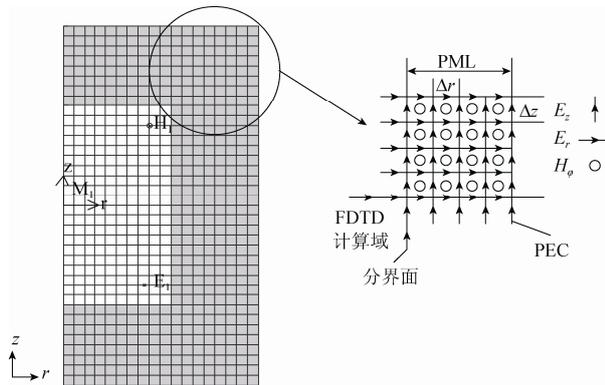


图 1 TM 波在自由空间中的传播的仿真实空结构

由图 1 可知, 自由空间由 60×150 的网格组成, 上下右三面由 8 层 CS-PML 吸收边界网格包围。仿真实空步长为 $\delta = dz = dr = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$, 时间步长 dt 的选取满足二维情况下的 Courant 稳定性条件 $cdt \leq 1 / \sqrt{1/(dr)^2 + 1/(dz)^2}$, 激励源选取正弦波, 频率为 5GHz, CS-PML 中电导率的设置, 采用了空间线性递增电导率分布法^[12]。分别在仿真实空的右上角和右下角放置了采样点, 分别对电场和磁场进行采样, 这里只给出了仿真过程中磁场的抽样值, 如图 2 所示。

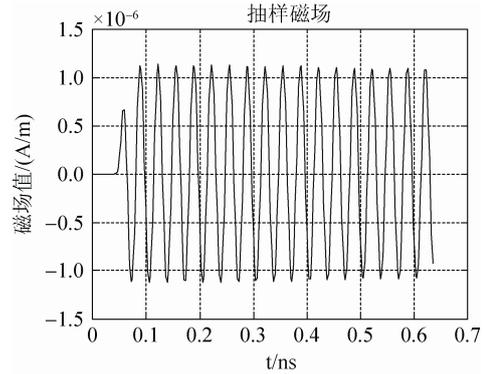


图 2 磁场在自由空间中传播的抽样值

由图 2 可知, 激励源的信号通过自由空间, 经过一段时间的传播到达采样点, 采样点对电磁场进行采样, 当电磁场的传播趋于稳定时, 采样值呈正弦状向前传播, 波动幅度存在微小偏差, 原因是由吸收边界条件的引入必将造成电磁波的反射; 电场的采样波形和磁场的采样波形类似, 不同的是, 由于电场和磁场的采样时间相差 $dt/2$, 造成电场和磁场的波形存在相位差。此外, 图 3 给出了磁场在传播过程中的平面图。

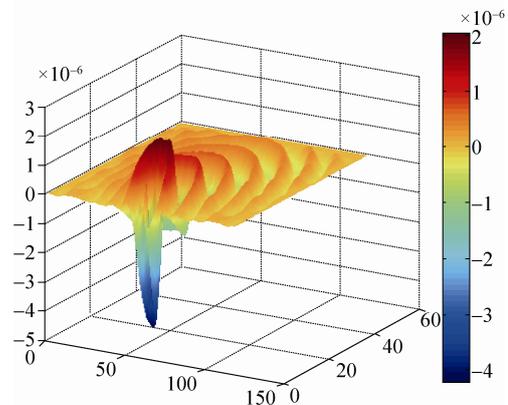


图 3 磁场在自由空间中的传播过程

由图 3 可知, 激励源在仿真实空的中间位置, 电磁波围绕中间位置呈现波浪形周期性的向上下右 3 个方向扩散, 当电磁波到达 CS-PML 时能够被吸收, 并未发生明显的反射现象, 与客观实际相符合。

为了确定 CS-PML 吸收边界条件的可用性, 本文对 CS-PML 吸收边界条件的反射系数进行了数值计算。当迭代次数增加后, 电磁波会到达 CS-PML, 并反向传输到达采样点处, 此时, 向前

传播的电磁场与反射的电磁场会叠加，造成误差，该误差是一个时间的函数，可以表示为 $error_t$ ，该量可以通过数值计算得到

$$error_t = 20 \times \log_{10} \left(\frac{|H_{\phi}^{pml} - H_{\phi}^{ref}|}{\max |H_{\phi}^{ref}|} \right) \quad (22)$$

式中： H_{ϕ}^{pml} 是在抽样点处存在反射时的磁场抽样值； H_{ϕ}^{ref} 为在抽样点处不存在反射时的抽样电场值。

本文对 CS-PML 吸收边界的反射系数进行了仿真。设置仿真条件为：空间步长为 $dr = dz = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$ ，为了满足 Courant 稳定性条件，时间步长为 $dt = 2.1228 \times 10^{-12} \text{ s}$ ，PML 的厚度为 8 个网格，本文采用了频率为 10 GHz 的正弦磁流源，采样点位置为 $r = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$ ， $z = -3 \times 10^{-3} \text{ m}$ 。首先，将 FDTD 网格区域设置为 600×1200 个网格，进行 200 次迭代，将采样值作为参考值 H_{ϕ}^{ref} 。然后将 FDTD 区域设置为 30×60 个网格，将采样值存储为 H_{ϕ}^{pml} 。将采样值应用式(22)进行计算，得到了如图 4 所示的 CS-PML 的反射系数值。

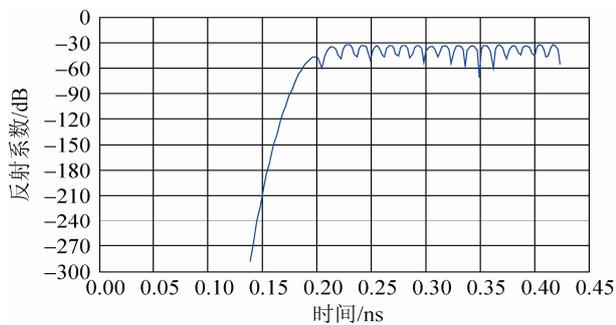


图 4 CS-PML 的反射系数随时间变化情况

由图 4 所示，在时间 0~0.45 s 时间范围内，对 CS-PML 的反射系数进行了仿真，通过 200 次的采样，由上图可知，CS-PML 的反射系数低于 -30 dB，能够满足数值计算的需求，因此，在后续的天线辐射特性研究中应用了 CS-PML 吸收边界条件。

2.2 天线辐射方向图研究

本文将 CS-PML 应用于单极子天线辐射特性的研究，该天线采用同轴线馈电方式，同轴线工作

于 TEM 模，其外导体与大地反射面相连，内导体与单极子天线相连，由于圆柱形单极子天线在空间结构上属于轴对称，其空间辐射场分量也具有空间对称性，即与方位角 ϕ 无关，因此，在二维柱坐标系下建立了单极子天线仿真空间结构^[13]，如图 5 所示。

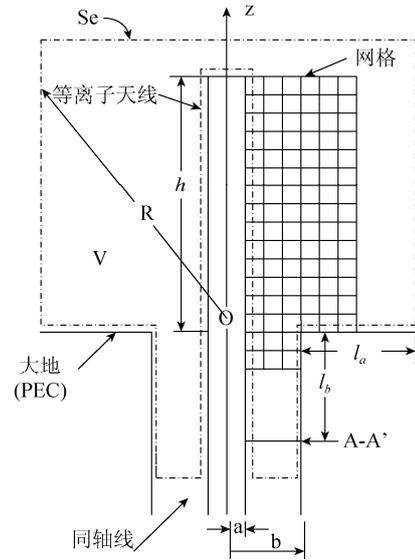


图 5 二维单极子天线仿真空间结构

如图 5 可知，V 表示整个仿真空间，Se 表示仿真空间的边界，等离子天线由同轴线馈电，同轴线内径为 a ，同轴线外径为 b ，且 $b/a = 2.3$ ，以保证同轴线的特征阻抗为 50Ω 。大地反射面的长度为 l_a ， l_b 表示激励源位置 A-A' 平面到大地反射面之间的距离。大地反射面、同轴线内导体与外导体的介质都设置为理想电导体(Perfect electric conductor, PEC)，等离子天线高度为 h 。Maxwell 方程可以由包含两组独立变量的方程表示：一组称为横电波，包含 E_{ϕ} ， H_r 和 H_z ；另一组称为横磁波，包含 E_r ， E_z 和 H_{ϕ} 。因为同轴线中的主模是 TEM 模，只含有 E_r 和 H_{ϕ} 2 个分量，因此，只有旋转对称的 TM 模被激励。单极子天线由自由空间所包围，为了模拟无限大空间，在自由空间外部设置了 CS-PML 吸收边界。在 A-A' 平面内加入激励电压源激励源为高斯脉冲电压源， $\tau_a = h/c$ ， $\tau_p / \tau_a = 8 \times 10^{-2}$ 。通过同轴线向上传播，进而耦合到自由空间，电压源 $V^i(t)$ 可以通过公式(23)转化为电场

$$E_r^i(t) = \frac{V^i(t)}{\ln(b/a)r} \hat{r} \quad (23)$$

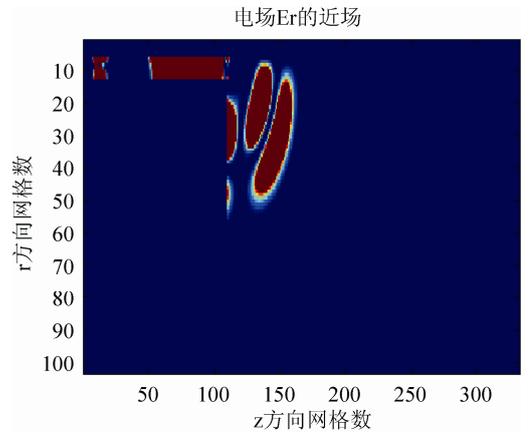
为了得到 Maxwell 方程的唯一解, 首先应该初始化 $t=0$ 时刻的空间和边界的电场和磁场的值为零。同轴线的内导体、外导体和大地均为完美电导体, 电导率设置为 $\sigma_{pec} = 1 \times 10^{10} \text{ } \Omega\text{m}^{-1}$, 电场的切向分量应该为 0。通过仿真得到了金属天线电场 E_r 在不同迭代次数情况下的近场方向图, 如图 6 所示。

图 6 仿真了高斯激励电压源由激励源位置 A-A' 平面向自由空间传播, 直至 CS-PML 吸收边界的过程。由图 6(a)可知, 当迭代次数为 500 次时, 在仿真空间中, 高斯电压激励源产生的电场沿着同轴线向“+z”和“-z”两个方向传播, 向“-z”方向传播的电场到达吸收边界后被吸收, 向“+z”方向传播的电场当到达天线与同轴线连接处时, 一部分能量反射回同轴线内部, 一部分能量向自由空间辐射出去; 由图 6(b)可知, 当迭代次数为 1 000 次时, 同轴线内部的电场继续向“-z”方向传播, 在自由空间中传播的电场继续向外传播; 当迭代次数为 1 500 次时, 在自由空间中传播的电场继续向外传播至 CS-PML 吸收边界处, 被吸收边界吸收, 未发生发射。

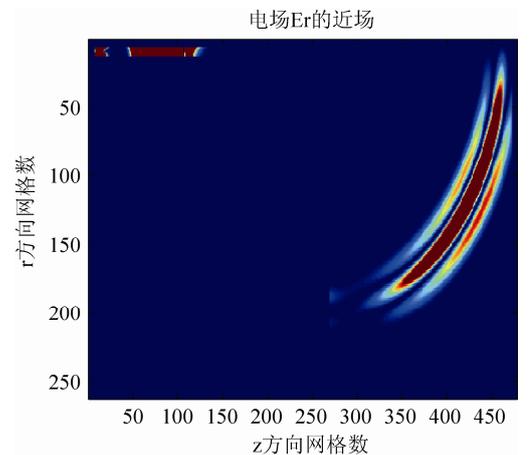
此外, 本文将激励电压源 $V^i(t)$ 设置为 3 GHz 正弦信号, 仿真条件为: 仿真空间步长为 $\delta = dr = dz = 0.005 \text{ m}$, 仿真时间步长满足 Courant 稳定条件为 $dt = 1.0607 \times 10^{-11} \text{ s}$, 迭代次数为 1 500 次。空间网格为 117×406 。通过数值计算得到了电场 E_r 和 E_z 的近场方向图, 如图 7 所示。

由图 7 可知, 正弦激励源沿同轴线向两个方向传播, 向“-z”方向传播的电场到达吸收边界被吸收, 向“+z”方向传播的电磁波向自由空间等间隔均匀的向外辐射, 且到达吸收边界的电磁波被吸收。当迭代次数为 1 500 次时, 电磁场已传播至天线顶端, 产生反射的同时, 产生第二次辐射, 二次辐射产生的球面波以天线顶端为中心。通过与图 6 对比可以发现, 当激励源为正弦电压激励源时, 仿真空间中电场的值是连续存在的, 不会随着时间增大而消

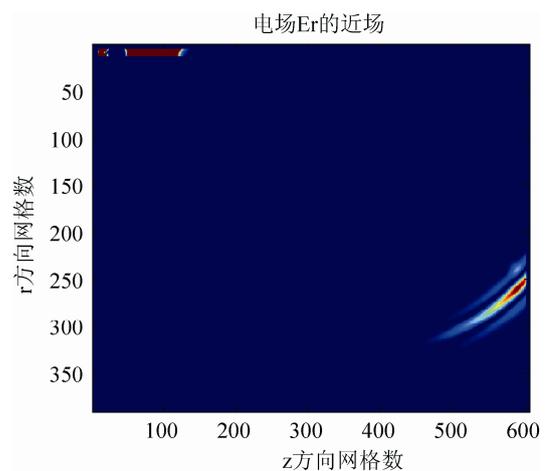
失, 而高斯电压激励信号会随着时间的增加而传播到仿真空间之外。



(a) 迭代次数为 500 次时 E_r 的近场分布



(b) 迭代次数为 1 000 次时 E_r 的近场分布



(c) 迭代次数为 1500 次时 E_r 的近场分布

图 6 不同迭代次数下电场 E_r 的近场分布
注: 横轴方向表示 z 轴方向, 纵轴方向表示 r 轴方向。

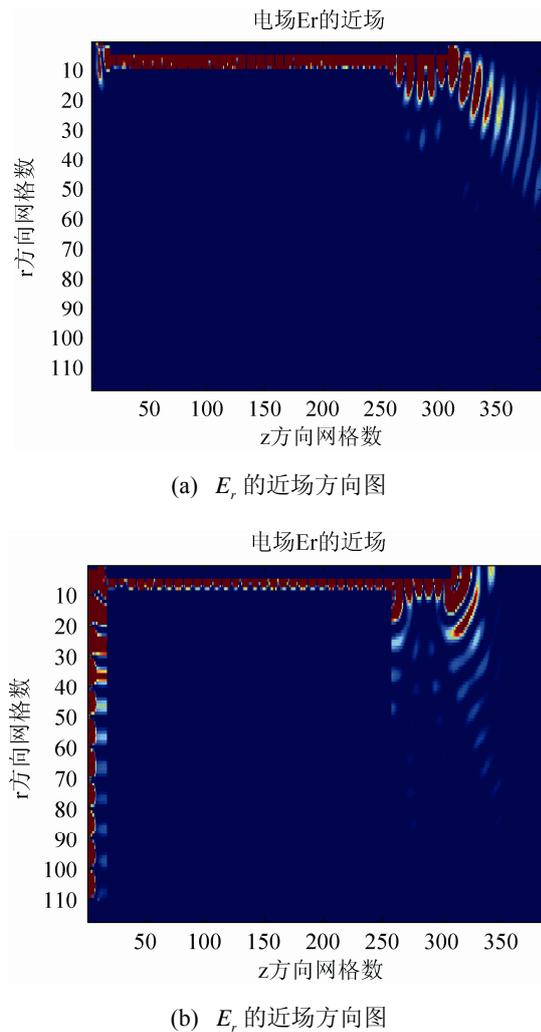
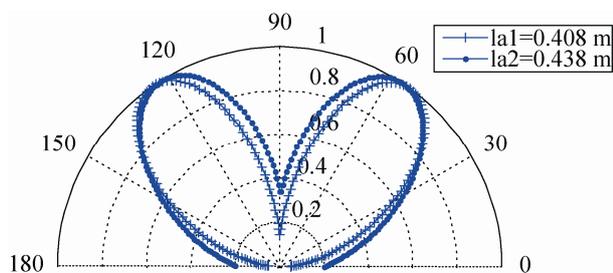


图 7 迭代次数为 1 500 时电场的近场分布

此外, 本文通过远场外推^[12], 仿真分析了大地反射面长度对天线远场辐射方向图的影响。选取 $h/a=32.8$, 分别设置大地反射面长度为 $l_a=0.408\text{ m}$ 和 $l_a=0.438\text{ m}$ 得到了天线在 $0\sim 180^\circ$ 范围内的方向图, 如图 8 所示。

图 8 E_r 远场方向图

由图 8 可知, 当大地反射面长度 $l_a=0.408\text{ m}$ 时, 天线远场方向图的最大指向为 56° , 当大地反射面长度 $l_a=0.438\text{ m}$ 时, 天线远场方向图的最大指向为 58° 。水平方向($\theta=\pi/2$)不再是最大方向, 原因是应用 FDTD 方法进行数值计算时, 大地反射面的长度 l_a 并非无穷大, 因此, 单极子天线不能形成一个完全的镜像, 使得天线远场方向图呈现的形状并非理论上的“ ∞ ”形。研究发现, 当大地反射面 l_a 的长度越长, 辐射方向图的最大方向的仰角越小, 越接近水平方向。以上的研究符合单极同轴线馈电天线在实际情况下的方向图客观实际, 说明 CS-PML 能够应用于同轴线馈电单极金属天线近场和远场辐射方向图的研究。

3 结论

本文坐标伸缩完全匹配层应用于二维扩展柱坐标系中, 应用辅助方程法推导了 TM 波在坐标伸缩完全匹配层中的差分格式, 将该理论应用于 TM 波在自由空间中的传播, 通过 FDTD 数值计算验证了该理论的正确性, 仿真得到了 CS-PML 的反射系数小于 -30 dB , 能够满足数值计算精度需求。此外, 本文将 CS-PML 应用于单极同轴线馈电天线辐射特性的研究, 通过数值计算得到了正确的正弦激励和高斯激励情况下天线的近场及远场方向图。本文的研究在柱坐标情况下研究电磁波散射和辐射问题方面具有一定的理论意义和应用参考价值。

参考文献:

- [1] B Engquist, A Majda. Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves [J]. Mathematics of Computation (S0025-5718), 1977, 31(139): 629-651.
- [2] G Mur. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field equations [J]. IEEE Trans. Electromagn. Compat. (S0018-9375), 1981, 23(4): 377-382.
- [3] Liao Z P, Yang B P, Yuan Y F, et al. A transmitting boundary for transient wave analysis[J]. Scientia Sinica(series A) (S0253-5831), 1984, 27(10): 1063-1076.

