

1-15-2021

Inventory Models with Transshipment Collaboration among Bases Supporting Different Geographical Regions

Jinhong Zhong

1. School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; ;2. Key Laboratory of Process Optimization and Intelligent Decision making, Ministry of Education, Hefei 230009, China;

Cheng Hao

1. School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; ;

Zhou Yun

1. School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; ;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Inventory M Models with Transshipment Collaboration among Bases Supporting Different Geographical Regions

Abstract

Abstract: A multi location inventory system composed of a depot and several bases that covers different geographical regions was addressed, where there was bidirectional transshipment between the locations at the same region, and unidirectional transshipment between the locations at the different region. Each location in the system faced isolated Poisson distribution demand and adopted continuous review (S-1, S) policy. *According to the M/G/S/S queue theory, birth and death process model and approximate calculation thought, the inventory models for the loss sales case and backorder case were established respectively.* A discrete event simulation procedure for the inventory system was designed to acquire the comparison benchmark. For each variation combination of system parameters, the comparative analysis of computation results for the approximate, simulation, policy simulation, unidirectional transshipment, and no transshipment models, were made. As a result, the fact that the expected total cost of the proposed mixed transshipment approximate model is minimal was found.

Keywords

multi-location inventory system, unidirectional lateral transshipments, bidirectional lateral transshipments, loss sales, backorder

Recommended Citation

Zhong Jinhong, Cheng Hao, Zhou Yun. Inventory M Models with Transshipment Collaboration among Bases Supporting Different Geographical Regions[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(6): 1175-1182.

考虑不同地区零售商间转载协作的库存模型

钟金宏^{1,2}, 程浩¹, 周匀¹

(1. 合肥工业大学管理学院, 合肥 230009; 2. 过程优化与智能决策教育部重点实验室, 合肥 230009)

摘要: 研究由中央仓库和分布于不同地区零售店组成的多点库存系统, 同一地区库存点间允许双向转载, 不同地区库存点间仅存在单向转载; 库存点面临独立泊松分布需求, 采用连续检查的(S-1,S)策略。基于M/G/S/S队列理论、生灭过程模型和近似计算思想, 分别建立损失销售情况和延期交货情况下的库存模型。设计了该库存系统的离散事件仿真过程以获取比较标杆。设计了系统参数变化组合实验, 对比分析近似模型、仿真模型、策略仿真、单向转载模型和无转载模型的计算结果, 发现所提近似混合转载模型的期望总成本最小。

关键词: 多点库存系统; 单向转载; 双向转载; 损失销售; 延期交货

中图分类号: F253.4

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2015) 06-1175-08

DOI: 10.16182/j.cnki.joss.2015.06.003

Inventory Models with Transshipment Collaboration
among Bases Supporting Different Geographical RegionsZhong Jinhong^{1,2}, Cheng Hao¹, Zhou Yun¹

(1. School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

2. Key Laboratory of Process Optimization and Intelligent Decision-making, Ministry of Education, Hefei 230009, China)

Abstract: A multi-location inventory system composed of a depot and several bases that covers different geographical regions was addressed, where there was bidirectional transshipment between the locations at the same region, and unidirectional transshipment between the locations at the different region. Each location in the system faced isolated Poisson distribution demand and adopted continuous review (S-1, S) policy. According to the M/G/S/S queue theory, birth and death process model and approximate calculation thought, the inventory models for the loss sales case and backorder case were established respectively. A discrete event simulation procedure for the inventory system was designed to acquire the comparison benchmark. For each variation combination of system parameters, the comparative analysis of computation results for the approximate, simulation, policy simulation, unidirectional transshipment, and no transshipment models, were made. As a result, the fact that the expected total cost of the proposed mixed transshipment approximate model is minimal was found.

Keywords: multi-location inventory system; unidirectional lateral transshipments; bidirectional lateral transshipments; loss sales; backorder

引言

本文研究来自一活鸡养殖、售卖公司的实际



收稿日期: 2014-05-13 修订日期: 2014-09-23;
基金项目: 国家自然科学基金项目(71171072);
作者简介: 钟金宏(1971-), 男, 安徽舒城, 博士, 副教授, 研究方向为物流与供应链管理、系统评估与决策、信息管理与信息系统; 程浩(1991-), 男, 安徽合肥, 硕士生; 周匀(1988-), 女, 安徽芜湖, 硕士生。

库存优化问题, 公司总部建有大规模放养基地, 在不同城市设有多家独立运营核算的活鸡专卖店, 这些分店向总部订购活鸡, 总部汇总后统一定期配送。由于各专卖店的预测需求和经营理念差异, 缺货和库存过多现象经常发生。由于公司经营的绿色优质活鸡, 有较高的企业声誉和客户忠诚度, 缺货时会有部分客户愿意等待。为降低

<http://www.china-simulation.com>

• 1175 •

成本和提供更好的客户服务, 允许专卖店间在缺货时应急调货是一合理策略, 在同一城市专卖店间这种调货应是双向的, 由于送货距离、时间和成本等方面原因, 不同城市专卖店间应急调货可能是单向的。论文通过建立两级多点库存模型、设计近似计算方法和离散事件仿真过程, 对比分析无转载、单向转载和混合转载策略, 为企业经营提供指导。另外, 从后续的相关文献检索来看, 尚未发现有相同研究。目前, 在不同行业的企业实践中, 零售商间的横向调货已非常普遍。它有助于减少缺货情况、提高服务水平和顾客满意度、降低系统整体库存和总成本, 且能显著增加企业响应客户需求的敏捷性和柔性, 是应对复杂多变的个性化客户需求的有效策略。

转载问题的最早研究是单周期最大库存订货策略^[1], 目前已有许多学者在这方面进行了扩展研究^[2-4], 这里仅回顾与本文直接相关的研究。Axsäter^[5]研究了独立正态分布需求下允许延期交货的单向横向转载模型。后来, Axsäter 等^[6]考虑了存在无直接客户需求的本地支持仓库情况, 缺货发生时零售商接受来自支持仓库的转载。Olsson^[7]分别研究了独立泊松分布需求下考虑损失销售和延期交货的单向横向转载模型。Zhang 和 Archibald^[8]研究了泊松需求下考虑单向转载的两点库存系统, 建立了考虑阶段型指数订货提前期的半马尔科夫决策过程模型。Seifert 等^[9]研究了单网上直销店和多传统分销店的多点库存系统, 考虑后者向前者单向转载情况。Liu 和 Lee^[10], Shumsky 和 Zhang^[11]分别研究了考虑产品单向替换的库存系统优化问题, 即低级别产品缺货时可用高级别产品满足客户需求, 以维持服务质量。Yu 等^[12]对比分析了多点库存系统中 6 种库存共享策略的表现, 涵盖完全池、部分池和无转载策略。Seidscher 和 Minner^[13]研究了类似问题, 但考虑了市场细分, 每个子市场需求可由基地仓库和可能仓库列表中的其它仓库来满足, 作者比较了部分池和完全池库存策略的表现。Kranenburg 和

van Houtum^[14]研究了包含主仓库和常规仓库的昂贵备件库存系统, 主仓库无直接外部需求, 仅作为横向转载需求供应商, 即主仓库间可以双向转载, 主仓库可向常规仓库单向转载, 常规仓库间无横向转载。Lee^[15]研究了由单个中央仓库和多个前进基地组成的可修复产品库存系统, 前进基地按距离分组, 组内允许应急横向转载, 以更好服务地域分散客户。Axsäter^[16]研究了相同问题, 但考虑了组内前进基地需求率不同情况。

1 问题描述与符号定义

某企业在地区 A 和 B 均有多家零售商, 地区 A 的经济比地区 B 发达, 库存和缺货成本也相对较高。在地区内零售商间的相互调货比较普遍, 跨地区调货是单向的, 仅限于由 B 到 A。为使问题模型简洁, 根据文献[5,7], 从 A 和 B 两地区分别取两个零售商, 构成如图 1 所示的多点库存系统。图中实线表示正常订货, 虚线表示横向转载, 双向箭头表示仓库间可相互转载的, 单向箭头表示转载仅限于由箭尾仓库至箭头仓库。即仓库 1 和 2 间的转载, 以及仓库 3 和 4 间的转载是双向的; 但仅存在仓库 3 和 4 到仓库 1 和 2 的单向转载。

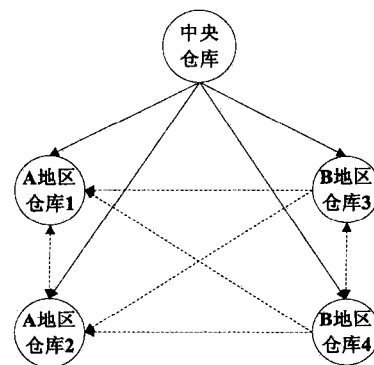


图 1 存在混合横向转载的多点库存系统

图 1 中, 各仓库的需求为独立泊松分布, 均采用连续检查(S-1, S)策略; 中央仓库的供应能力不受限制, 正常补货的提前期固定。假设横向转载为瞬时转载, 即横向转载时间相对于正常订购的提前期很短, 例如, 横向转载时间是几个小时, 正常订购

需要几周。在正常订货的提前期内, 当自身库存和横向转载无法满足客户需求时出现缺货, 缺货时仅有损失销售和延期交货两种可能情况。

为便于模型描述, 定义以下数学符号:

λ_i 仓库 i 的顾客需求率;

$\bar{\lambda}_i$ 存在横向转载时仓库 i 的顾客需求率;

L_i 仓库 i 的正常订货提前期;

μ_i 仓库 i 的未到达订单的到达密度($\mu_i=1/L_i$);

S_i 仓库 i 的最大库存水平;

h_i 仓库 i 的单位库存持有成本;

t_{ij} 从仓库 i 到仓库 j 的单位转载成本。

2 损失销售情况的解决策略

2.1 问题模型

损失销售情况下多点库存系统的总期望成本包括库存成本、转载成本和损失销售成本, 计算这些成本需先确定各仓库的库存水平。然而, 各仓库的库存水平因横向转载的影响不再独立, 无法按独立情况进行计算。因此, 本文采用一种近似技术去计算各仓库的库存水平, 计算过程为: 先根据混合转载情况, 调整各仓库需求率; 再按独立泊松分布情况计算各仓库的库存水平。

仓库 i 的库存水平不依赖其它仓库时, 其未到达订单数目 O_i 可认为是在 $M/G/S_i/S_i$ 队列中的占用水平^[7]。则仓库 i 的未到达订单数目为 k 时的概率为:

$$P(O_i = k) = \frac{e^{-\lambda_i} (\lambda_i / \mu_i)^k / k!}{\sum_{j=0}^{S_i} (e^{-\lambda_i} (\lambda_i / \mu_i)^j / j!)} \quad (1)$$

由式(1), 仓库 i 的库存水平为 k 的概率为:

$$P_k^{(i)} = \frac{(\lambda_i / \mu_i)^{(S_i-k)} / (S_i - k)!}{\sum_{j=0}^{S_i} ((\lambda_i / \mu_i)^j / j!)}, 0 \leq k \leq S_i \quad (2)$$

图 1 中仓库间存在横向转载, 各仓库的库存水平不独立。仓库 1 和 2 的库存水平相互依赖, 仓库 3 的库存水平依赖于仓库 1, 2 和 4, 仓库 4 的库存水平依赖于仓库 1, 2 和 3。因此, 各仓库实际满足的需求率为:

$$\bar{\lambda}_1 = \lambda_1 + \lambda_2 P_0^{(2)} \quad (3)$$

$$\bar{\lambda}_2 = \lambda_2 + \lambda_1 P_0^{(1)} \quad (4)$$

$$\bar{\lambda}_3 = \lambda_3 + \lambda_1 P_0^{(1)} + \lambda_2 P_0^{(2)} + \lambda_4 P_0^{(4)} \quad (5)$$

$$\bar{\lambda}_4 = \lambda_4 + \lambda_1 P_0^{(1)} + \lambda_2 P_0^{(2)} + \lambda_3 P_0^{(3)} \quad (6)$$

由式(2)~(6), 可得

$$P_k^{(i)} = \frac{(\bar{\lambda}_i / \mu_i)^{(S_i-k)} / (S_i - k)!}{\sum_{j=0}^{S_i} ((\bar{\lambda}_i / \mu_i)^j / j!)}, 0 \leq k \leq S_i, i=1, \dots, 4 \quad (7)$$

令 C_1, C_2 和 C_3 分别为总库存成本、总转载成本和总损失销售成本, π_i 为仓库 i 的单位损失销售成本, 则库存系统的总期望成本 C 为:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 \quad (8)$$

$$C_1 = \sum_{i=1}^4 h_i \sum_{k=1}^{S_i} k P_k^{(i)} = S_i - (1 - P_0^{(i)}) \bar{\lambda}_i / \mu_i \quad (9)$$

$$C_2 = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1, i \neq j}^4 t_{ij} \lambda_j P_0^{(j)} (1 - P_0^{(i)}) + \sum_{j=3}^4 \sum_{i=3, i \neq j}^4 t_{ij} \lambda_j P_0^{(j)} (1 - P_0^{(i)}) \quad (10)$$

$$C_3 = (\pi_1 \lambda_1 + \pi_2 \lambda_2) \prod_{i=1}^4 P_0^{(i)} + (\pi_3 \lambda_3 + \pi_4 \lambda_4) P_0^{(3)} P_0^{(4)} \quad (11)$$

问题是寻找最优库存组合 $(S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*)$ 使得总期望成本 C 最小, 因此首先要确定决策变量 S_i 的取值区间。根据图 1, 仓库 1 缺货时可从仓库 2, 3 和 4 横向转载, 故 S_1 的最低取值是 0; 仓库 2 缺货时, 仓库 1 提供横向转载, 故 S_1 的最高取值为 $\lambda_1 + \lambda_2$, 即 S_1 的取值区间 $(0, \lambda_1 + \lambda_2)$ 。同理可得 $S_i (i=2, 3, 4)$ 的取值区间分别为 $(0, \lambda_1 + \lambda_2)$, $(0, \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)$ 和 $(0, \lambda_3 + \lambda_4)$ 。

2.2 求解算法

采用穷举法计算所有可行的 S_i 组合, 找出最优订货策略组合, 求解算法伪码如下:

初始化 $t_{ij}, h_i, \pi_i, L_i, \lambda_i$ 和 C^* , 其中 C^* 取足够大正数; 确定 S_i 的取值区间 $[Min_i, Max_i]$, 迭代步长均取 1。

for $S_1 = Min_1 : Max_1$

for $S_2 = Min_2 : Max_2$

for $S_3 = Min_3 : Max_3$

for $S_4 = Min_4 : Max_4$

计算由式(3)~(7)组成的八元方程组, 得到 $\bar{\lambda}_i$ 和

$P_k^{(i)}$;

计算 C_1, C_2 和 C_3 , 得总期望成本 C ;

if $C < C^*$ then $C^* = C$ endif

```

        endfor
    endfor
endfor
输出最小总期望成本  $C^*$  及其相应的最优订货策略  $S_i^*$ 。
    
```

3 延期交货情况的解决策略

在图 1 所示库存系统中, 延期交货情况下的客户需求可通过库存、横向转载和延期交货等策略的组合来满足。总期望成本的计算过程为: 根据混合转载情况, 调整各仓库需求率; 采用生灭过程模型^[17]计算各仓库的稳态率和供应率; 进而计算出该库存系统的总期望成本。

3.1 存在横向转载时各仓库的顾客需求率

令 ξ_i 和 $P_k^{(i)}, i=1, \dots, 4$ 分别表示仓库 i 的供应率和稳态率。当仓库 1 的库存量大于零时, 它可能满足的需求有自身需求 λ_1 和仓库 2 的横向转载需求 $\lambda_2(1-\xi_2)$; 当仓库 1 的库存量小于或等于零时, 仓库 1 的部分需求由仓库 2, 3 和 4 的横向转载量 $\lambda_1(\xi_2+\xi_3+\xi_4)$ 来满足。因此, 存在横向转载时仓库 1 的需求率为:

$$\bar{\lambda}_1 = \begin{cases} \lambda_1^+ = \lambda_1 + \lambda_2(1-\xi_2), & IL_1 > 0 \\ \lambda_1^- = \lambda_1(1-\xi_2-\xi_3-\xi_4), & IL_1 \leq 0 \end{cases} \quad (12)$$

同理可得存在转载时仓库 2 的需求率为:

$$\bar{\lambda}_2 = \begin{cases} \lambda_2^+ = \lambda_2 + \lambda_1(1-\xi_1), & IL_2 > 0 \\ \lambda_2^- = \lambda_2(1-\xi_1-\xi_3-\xi_4), & IL_2 \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

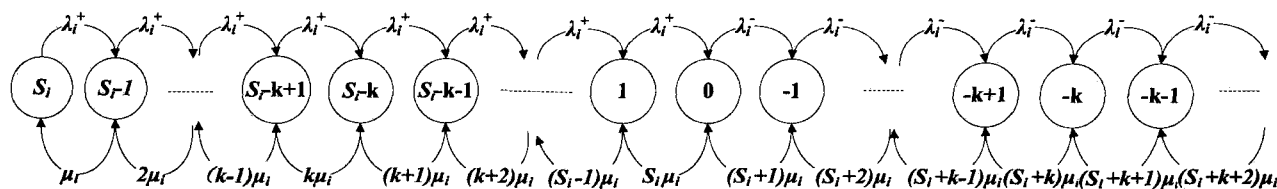


图 2 仓库 i 的生灭过程状态转移图

在图 2 所示的生灭过程中, 状态 k 的稳态率表示库存量为 k 时的稳态概率, 则该生灭过程稳态平衡方程为:

$$\mu_i P_{S_i-1}^{(i)} = \lambda_i^+ P_{S_i}^{(i)} \quad (16)$$

$$\lambda_i^+ P_{S_i-k+1}^{(i)} + (k+1)\mu_i P_{S_i-k-1}^{(i)} = (\lambda_i^+ + k\mu_i) P_{S_i-k}^{(i)}$$

当仓库 3 的库存量大于零时, 仓库 3 可能满足的需求有自身需求 λ_3 和来自仓库 1, 2 和 4 的横向转载需求 $\lambda_1(1-\xi_1), \lambda_2(1-\xi_2)$ 和 $\lambda_4(1-\xi_4)$; 当仓库 3 的库存量小于或等于零时, 仓库 3 的部分需求由仓库 4 的横向转载量 $\lambda_3\xi_4$ 来满足。因此, 存在转载时仓库 3 的需求率为:

$$\bar{\lambda}_3 = \begin{cases} \lambda_3^+ = \lambda_3 + \sum_{i=1, i \neq 3}^4 \lambda_i(1-\xi_i), & IL_3 > 0 \\ \lambda_3^- = \lambda_3(1-\xi_4), & IL_3 \leq 0 \end{cases} \quad (14)$$

同理, 存在转载时仓库 4 的需求率为:

$$\bar{\lambda}_4 = \begin{cases} \lambda_4^+ = \lambda_4 + \sum_{i=1}^3 \lambda_i(1-\xi_i), & IL_4 > 0 \\ \lambda_4^- = \lambda_4(1-\xi_3), & IL_4 \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

3.2 计算各仓库的供应率和稳态率

对各仓库来说, 顾客的到达和离去是随机的, 且满足独立泊松分布。各仓库的库存量也是随机的, 且满足以顾客到达率和离去率的和为参数的独立泊松分布。因此, 可借助于生灭过程来建模各仓库的库存量变化。将各仓库的顾客需求仍看作是以 $\bar{\lambda}_i$ 为参数的独立泊松分布, 即可应用生灭模型近似求解。

以存在转载时仓库 i 的顾客需求率 λ_i^+ 或 λ_i^- 为顾客平均到达率, 仓库 i 的未到达订单的到达密度 μ_i 为顾客平均离去率, 可建立仓库 i 的生灭过程模型, 其状态转移过程如图 2 所示。

$$1 \leq k \leq S_i - 1 \quad (17)$$

$$\lambda_i^+ P_1^{(i)} + (S_i + 1)\mu_i P_{-1}^{(i)} = (\lambda_i^- + S_i\mu_i) P_0^{(i)} \quad (18)$$

$$\lambda_i^- P_{-k+1}^{(i)} + (S_i + k + 1)\mu_i P_{-k-1}^{(i)} = (\lambda_i^- + (S_i + k)\mu_i) P_{-k}^{(i)}, \quad k \geq 1 \quad (19)$$

其中, 式(16)~(19)分别为状态 $S_i(S_i > 0)$ 、状态 $S_i - k$ 、状态 0 和状态 $-k$ 的平衡公式。

当 $S_i=0$ 时, 式(16)到(19)可替换为:

$$k\mu_i P_{-k}^{(i)} = \lambda_i^- P_{-k+1}^{(i)}, k \geq 1 \quad (20)$$

由式(16)~(19)可算出各仓库的稳态率, 计算公式为:

$$P_{S_i-k}^{(i)} = \begin{cases} \frac{S_i!}{k!} \left(\frac{\lambda_i^-}{\mu_i}\right)^{k-S_i} P_0^{(i)}, & k \geq S_i \\ \frac{S_i!}{k!} \left(\frac{\mu_i}{\lambda_i^+}\right)^{S_i-k} P_0^{(i)}, & 0 \leq k \leq S_i - 1 \end{cases} \quad (21)$$

$$P_0^{(i)} = \left(\sum_{k=0}^{S_i-1} \frac{S_i!}{k!} \left(\frac{\mu_i}{\lambda_i^+}\right)^{S_i-k} + \sum_{k=S_i}^{\infty} \frac{S_i!}{k!} \left(\frac{\lambda_i^-}{\mu_i}\right)^{k-S_i} \right)^{-1} \quad (22)$$

则仓库 i 的供应率计算公式为:

$$\xi_i = \sum_{k=0}^{S_i-1} P_{S_i-k}^{(i)} = \sum_{k=0}^{S_i-1} \left(\frac{S_i!}{k!} \left(\frac{\mu_i}{\lambda_i^+}\right)^{S_i-k} P_0^{(i)} \right) \quad (23)$$

求解由 4 个仓库供应率计算公式组成的四元高次方程组, 可得各仓库的供应率和稳态率。

3.3 计算总期望成本

在获取了各仓库的稳态率和供应率之后, 该库存系统的总期望成本 C 可写为:

$$C = \sum_{i=1}^4 h_i \sum_{k=1}^{S_i} k P_k^{(i)} + \sum_{i=1}^4 b_i \sum_{k=1}^{\infty} k P_{-k}^{(i)} + \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1, i \neq j}^4 t_{ij} \lambda_j \xi_i (1 - \xi_j) + \sum_{j=3}^4 \sum_{i=3, i \neq j}^4 t_{ij} \lambda_j \xi_i (1 - \xi_j) \quad (24)$$

式中 b_i 为单位延期交货成本。

与损失销售情况类似, 我们的问题也是搜索最优 S_i 组合使得总期望成本 C 最小, S_i 的取值区间与损失销售情况相同。求解算法与 2.2 节所示算法类似。

4 算例与分析

4.1 试验设计

图 1 所示系统为存在单向和双向转载的 4 点库存系统, 远比单点随机库存模型复杂, 难以给出理论计算结果。Axsäter^[5]和 Olsson^[7]分别研究了存在单向转载的 3 点和 2 点库存系统, 并将他们模型的计算结果与离散事件仿真结果进行了比较。因此, 这里也采用离散事件仿真方法进行结果比

较, 即将近似方法计算结果与仿真优化结果比较, 并对近似方法得到的最优订货策略进行了策略仿真。

为说明图 1 所示混合横向转载模型的优势, 试验中与单向横向转载模型和无横向转载模型进行了对比。这里单向横向转载模型是指: 在图 1 中, 仓库 2 可给仓库 1 转载, 仓库 3 可给仓库 1 和 2 转载, 仓库 4 可给仓库 1, 2 和 3 转载。无横向转载模型指图 1 中的 4 个仓库间都不存在转载。

在前述损失销售和延期交货的转载模型中, 涉及到需求率、损失销售成本、延期交货成本、库存持有成本和提前期等参数, 为反映参数变化对模型的影响, 对每个参数设计了其变化组合试验, 4 个库存点在某个参数上的具体取值构成一个组合; 每次实验仅变化一个参数, 其他参数保持不变。具体为: 对非需求率变化组合试验, 需求率组合为(1, 2, 1, 2); 对非库存成本和提前期变化组合试验, 它们分别取(1, 1, 1, 1); 对非转载成本变化组合试验, 它取(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1); 非失去销售或延期交货成本变化试验, 它们分别取(10, 10, 5, 5)。为方便后续描述, 对各参数变化组合进行编号, 如表 1 所示。

表 1 模型参数变化组合的编号

编号	需求率 λ_i 库存成本 h_i 提前期 L_i	失去销售成本 π_i 延期交货成本 b_i	转载成本 ($t_{21}, t_{12}, t_{31}, t_{41}, t_{32}, t_{42}, t_{43}, t_{34}$)
1	(1,1,1,1)	(5,5,5,5)	(1,1,1,1,1,1,1,1)
2	(1,1,1,2)	(5,5,5,10)	(2,2,1,1,1,1,1,1)
3	(1,1,2,1)	(5,5,10,5)	(1,1,2,2,1,1,1,1)
4	(1,2,1,1)	(5,10,5,5)	(1,1,1,1,2,2,1,1)
5	(2,1,1,1)	(10,5,5,5)	(1,1,1,1,1,1,2,2)
6	(1,1,2,2)	(5,5,10,10)	(2,2,2,2,1,1,1,1)
7	(1,2,1,2)	(5,10,5,10)	(1,1,2,2,2,2,1,1)
8	(1,2,2,1)	(5,10,10,5)	(1,1,1,1,2,2,2,2)
9	(2,1,2,1)	(10,5,10,5)	(1,1,2,2,1,1,2,2)
10	(2,1,1,2)	(10,5,5,10)	(2,2,1,1,2,2,1,1)
11	(2,2,1,1)	(10,10,5,5)	(2,2,1,1,1,1,2,2)
12	(1,2,2,2)	(5,10,10,10)	(1,1,2,2,2,2,2,2)
13	(2,1,2,2)	(10,5,10,10)	(2,2,1,1,2,2,2,2)
14	(2,2,1,2)	(10,10,5,10)	(2,2,2,2,1,1,2,2)
15	(2,2,2,1)	(10,10,10,5)	(2,2,2,2,2,2,1,1)
16	(2,2,2,2)	(10,10,10,10)	(2,2,2,2,2,2,2,2)

采用 Matlab 编程实现近似算法获取近似最优订货策略。混合转载、单向转载和无转载模型采用的计算方法类似，只是无转载模型不用近似处理需求率。实验中 CM 取 100，迭代步长设为 1。

采用 Java 语言编程实现多点库存系统的仿真程序。令 i 表示库存点， $i = 1, \dots, SITES$ ， $inv_level[i]$ 为当前库存量， $amount[i]$ 为补货量， $TNextOrder[i]$ 为下次补货到达时间， $OS[i]$ 为是否已发送补货订单， $TMax$ 为最大仿真时间， $TCost$ 总成本，则单次仿真过程如下：

```

for i=1: SITES
    inv_level[i] =  $S_i$ ; amount[i] = 0; TNextOrder[i] = TMax+1;
endfor
TCost=0.0;
for t=1: TMax
    for i=1: SITES
        if (t == TNextOrder[i])
            inv_level[i] += amount[i];
            TNextOrder[i] = TMax + 1; OS[i] = false;
        endif
        inv_level[i] -= genDemand[i].nextInt();
    endfor
    TCost += transshipment();
endfor

```

```

if (inv_level[i] <  $S_i - 1$  && OS[i] == false)
    amount[i] =  $S_i - inv\_level[i]$ ;
    TNextOrder[i] = t +  $L_i$ ; OS[i] = true;
endif
endfor
for i=1: SITES
    if (inv_level[i] < 0)
        Tcost -=  $\pi_i$  (or  $b_i$ ) * inv_level[i];
        //inv_level[i] = 0; // for the lost sale case.
    else if (inv_level[i] > 0)
        TCost +=  $h_i$  * inv_level[i];
    endif
endfor
endfor
TCost = TCost / TMax;

```

对同一 S_i 组合进行多次仿真，可获取平均总成本。对不同 S_i 组合进行仿真，可获得最优的 S_i 组合。

4.2 试验结果

表 2 和图 3 为失去销售情况下各参数变化组合的试验结果。表 3 和图 4 为延期交货情况下各参数变化组合的试验结果。表中， S_i^* ($i=1, \dots, 4$) 为最优订货策略和 C^* 为最小总期望成本； \hat{S}_i^* 为仿真最优订货策略， $C^*(\sigma)$ 为最优订货策略下 10 次仿真的平均总成本， σ 为其方差。

表 2 失去销售情况下需求率变化组合的试验结果

编号	近似		整体仿真		策略仿真	单向		无转载	
	C^*	S_i^*	$C^*(\sigma)$	\hat{S}_i^*	$C^*(\sigma)$	C^*	S_i^*	C^*	S_i^*
1	6.2626	(1,1,3,3)	6.379(0.115)	(2,2,2,3)	6.504(0.115)	7.0999	(2,2,1,4)	9.775	(3,3,2,2)
2	6.846	(1,1,3,5)	7.403(0.133)	(2,2,2,4)	7.459(0.119)	7.9306	(2,2,1,5)	10.7179	(3,3,2,4)
3	6.846	(1,1,5,3)	7.287(0.100)	(2,2,4,2)	7.422(0.142)	7.8972	(2,1,3,4)	10.7179	(3,3,4,2)
4	7.3393	(1,3,3,2)	7.283(0.115)	(2,2,3,4)	7.705(0.107)	7.904	(2,3,1,4)	10.8948	(3,5,2,2)
5	7.3393	(3,1,2,3)	7.272(0.130)	(3,2,3,3)	7.821(0.083)	7.9143	(3,2,1,4)	10.8948	(5,3,2,2)
6	7.5284	(1,1,5,5)	8.170(0.124)	(2,2,4,5)	8.161(0.097)	8.704	(2,2,3,5)	11.6607	(3,3,4,4)
7	7.7741	(1,3,3,4)	8.273(0.107)	(2,2,3,5)	8.498(0.167)	8.769	(2,3,2,5)	11.8377	(3,5,2,4)
8	7.7741	(1,3,4,3)	8.125(0.132)	(2,3,5,3)	8.413(0.176)	8.6455	(2,3,3,4)	11.8377	(3,5,4,2)
9	7.7741	(3,1,4,3)	8.145(0.092)	(3,2,5,3)	8.495(0.148)	8.707	(3,2,3,4)	11.8377	(5,3,4,2)
10	7.7741	(3,1,3,4)	8.206(0.160)	(3,2,3,5)	8.573(0.194)	8.8299	(3,2,2,5)	11.8377	(5,3,2,4)
11	8.0793	(3,3,2,4)	8.114(0.104)	(3,3,3,4)	8.304(0.117)	8.711	(3,3,1,5)	12.0147	(5,5,2,2)
12	8.2214	(1,3,5,5)	9.007(0.183)	(2,3,5,4)	9.066(0.151)	9.553	(2,3,3,5)	12.7806	(3,5,4,4)
13	8.2214	(3,1,5,5)	9.032(0.119)	(3,2,5,4)	9.110(0.153)	9.6258	(3,2,3,5)	12.7806	(5,3,4,4)
14	8.3162	(3,3,2,5)	9.042(0.114)	(3,3,4,4)	9.365(0.193)	9.6993	(3,3,2,5)	12.9575	(5,5,2,4)
15	8.3162	(3,3,5,2)	8.929(0.118)	(3,3,4,4)	9.369(0.154)	9.5893	(3,3,3,4)	12.9575	(5,5,4,2)
16	8.9224	(3,3,4,5)	9.813(0.227)	(3,3,5,5)	9.961(0.194)	10.5092	(4,3,3,5)	13.9004	(5,5,4,4)

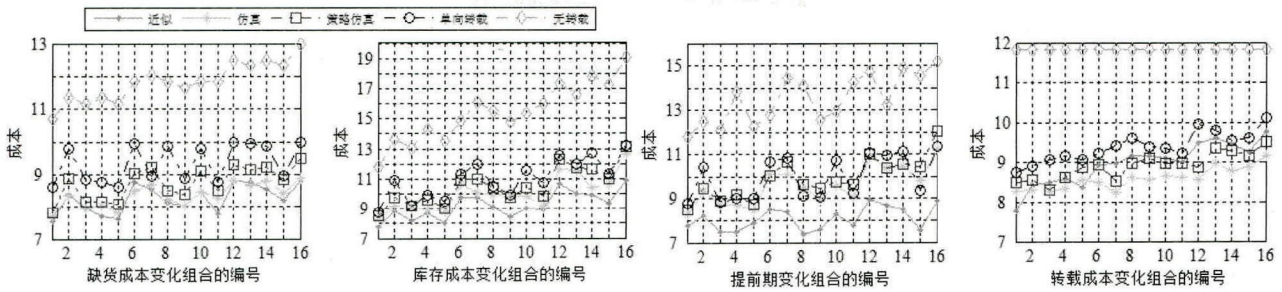


图 3 失去销售情况下参数变化组合的试验结果

表 3 延期交货情况下需求率变化组合的试验结果

编号	近似		整体仿真		策略仿真	单向		无转载	
	C^*	S_i^*	$\hat{C}^*(\sigma)$	\hat{S}_i^*	$\hat{C}^*(\sigma)$	C^*	S_i^*	C^*	S_i^*
1	5.6596	(2,3,1,2)	5.713(0.071)	(2,2,2,3)	6.979(0.092)	7.0458	(2,4,2,2)	7.5237	(2,2,2,2)
2	6.0238	(2,3,1,3)	6.113(0.075)	(2,2,2,4)	7.565(0.098)	7.6162	(3,2,3,3)	8.21	(2,2,2,3)
3	6.0238	(2,3,3,1)	6.146(0.099)	(2,2,3,3)	7.593(0.118)	7.7028	(3,3,3,2)	8.21	(2,2,3,2)
4	5.7087	(2,3,2,1)	6.143(0.086)	(2,3,2,3)	7.570(0.106)	7.6317	(3,4,2,3)	8.2102	(2,4,2,2)
5	5.9763	(4,3,2,1)	6.166(0.091)	(3,2,3,2)	7.605(0.077)	7.661	(4,2,2,1)	8.2102	(4,2,2,2)
6	5.906	(2,2,3,3)	6.521(0.116)	(2,2,3,4)	6.927(0.093)	7.2088	(2,3,3,4)	8.8963	(2,2,3,3)
7	6.0037	(2,4,2,3)	6.497(0.068)	(2,3,2,4)	7.057(0.071)	7.1995	(2,4,2,3)	8.8965	(2,4,2,3)
8	6.0037	(2,4,3,2)	6.550(0.168)	(2,3,4,2)	7.064(0.095)	7.1073	(2,3,5,2)	8.8965	(2,4,3,2)
9	6.0845	(4,2,3,1)	6.561(0.123)	(3,2,3,3)	8.048(0.118)	8.3374	(4,2,4,1)	8.8965	(4,2,3,2)
10	6.0845	(4,2,1,3)	6.527(0.092)	(3,2,2,4)	8.003(0.106)	8.021	(4,3,2,4)	8.8965	(4,2,2,3)
11	5.9957	(3,4,1,2)	6.547(0.092)	(3,3,2,3)	7.985(0.132)	8.1439	(4,4,3,2)	8.8968	(4,4,2,2)
12	6.7308	(2,4,3,3)	6.945(0.076)	(2,2,3,5)	7.563(0.112)	8.0129	(2,4,4,3)	9.5828	(2,4,3,3)
13	6.7177	(4,2,3,3)	6.937(0.079)	(2,2,3,5)	7.554(0.093)	7.9771	(4,2,3,3)	9.5828	(4,2,3,3)
14	6.9104	(3,4,1,3)	6.964(0.052)	(3,2,3,4)	8.550(0.110)	8.8568	(4,4,3,4)	9.583	(4,4,2,3)
15	6.9104	(3,4,3,1)	6.960(0.097)	(2,3,4,3)	8.576(0.157)	8.6168	(3,4,3,1)	9.583	(4,4,3,2)
16	7.1692	(2,4,2,3)	7.314(0.122)	(2,3,3,5)	9.766(0.146)	9.8768	(4,4,5,3)	10.2693	(4,4,3,3)

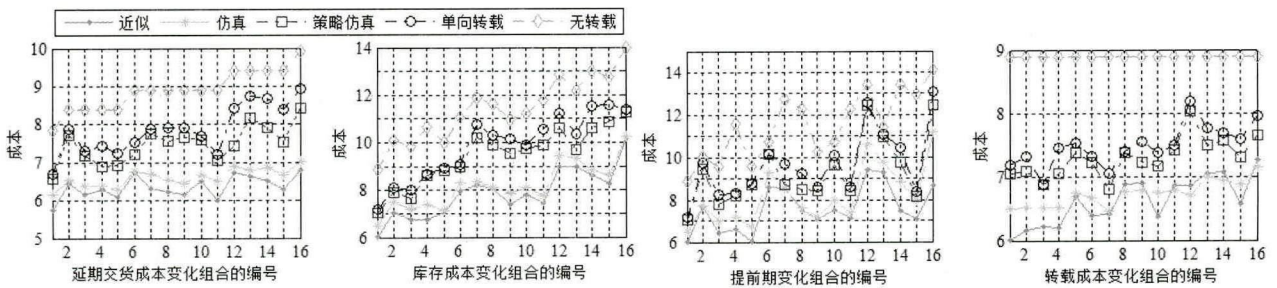


图 4 延期交货情况下参数变化组合的试验结果

从表 2~3, 图 3 和图 4 可看出, 在所有实验中, 混合转载模型总期望成本 C^* 最小, 单向转载模型次之, 无转载模型最大。这说明库存点间的转载协作有助于降低系统总成本, 对本文所研究的多点库存系统, 采用混合转载策略是正确的策略选择。除转载成本变化组合外, 所提近似算法

的最优期望成本基本低于仿真最优成本, 这说明采用近似算法是合适的、可用的。对转载成本变化组合情况, 随转载成本变化出现最优期望成本高于仿真最优成本的情况, 但仍低于其他策略的系统总成本, 这反映了近似方法对系统转载成本变化敏感。另外, 随库存系统中各点成本参数的

变大, 系统总成本有增大趋势。

为反映近似方法与仿真方法计算结果的差异, 定义以下变量:

$$e = (C^* - \hat{C}^*) / \hat{C}^* \quad (25)$$

则各参数变化组合的平均差异如表4所示, 表4中负号表示近似结果小于仿真结果, 反之为大于。

从表4可看出, 失去销售情况下, 转载成本变化组合的近似结果大于仿真结果; 延期交货情况下, 虽然有类似情况, 但整体平均差异仍为近似结果小于仿真结果。

表4 近似方法与仿真方法计算结果的平均差异

模型参数	λ_i	π_i/b_i	h_i	L_i	t_{ij}
失去销售	-0.045 5	-0.011 7	-0.066 1	-0.134 8	0.042 9
延期交货	-0.040 1	-0.035 3	-0.032 3	-0.059	-0.015 5

5 结论

本文研究了随机需求下的跨地区多个零售商的库存优化问题, 这是产品分销实践中的一类常见场景, 所开发的模型和方法可用于实践指导, 同时也丰富了多点库存系统方面的研究。论文未来工作是将上述模型推广至考虑多地区多零售商情况, 以及考虑随机提前期和非零转载时间。

参考文献:

- [1] Krishnan K S, Rao V R K. Inventory control in N warehouses [J]. *Journal of Industrial Engineering* (S 1751-5254), 1965, 16(3): 212-215.
- [2] Chiou C C. Transshipment Problems in Supply Chain Systems: Review and Extensions [M]// Kordic, V. (ed.) *Supply Chain, Theory and Applications*. Austria: I-Tech Education and Publishing, 2008: 558-579.
- [3] Huang X. A Review on Policies and Supply Chain Relationships under Inventory Transshipment [J]. *Bulletin of Statistics and Operations Research* (S1889-3805), 2013, 29(1): 21-42.
- [4] Paterson C, Kiesmüller G, Teunter R, Glazebrook K. Inventory models with lateral transshipments: A review [J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2011, 210(2): 125-136.
- [5] Axsäter S. Evaluation of unidirectional lateral transshipments and substitutions in inventory systems [J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2003, 149(2): 438-447.
- [6] Axsäter S, Howard C, Marklund J. A distribution inventory model with transshipments from a support warehouse [J]. *IIE Transactions* (S0740-817X), 2013, 45(3): 309-322.
- [7] Olsson F. An inventory model with unidirectional lateral transshipments [J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2010, 200(3): 725-732.
- [8] Zhang J, Archibald TW. A semi-Markov model with holdout transshipment policy and phase-type exponential lead time [J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2011, 211(3): 650-657.
- [9] Seifert R W, Thonemann U W, Sieke M A. Integrating direct and indirect sales channels under decentralized decision-making [J]. *International Journal of Production Economics* (S0925-5273), 2006, 103(1): 209-229.
- [10] Liu J, Lee C. Evaluation of inventory policies with unidirectional substitutions [J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2007, 182(1): 145-163.
- [11] Shumsky R A, Zhang F. Dynamic Capacity Management with Substitution [J]. *Operations Research* (S0030-364X), 2009, 57(3): 671-684.
- [12] Yu D Z, Tang S Y, Niederhoff J. On the benefits of operational flexibility in a distribution network with transshipment [J]. *Omega* (S0305-0483), 2011, 39(3): 350-361.
- [13] Seidscher A, Minner S. A Semi-Markov decision problem for proactive and reactive transshipments between multiple warehouses [J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2013, 230(1): 42-52.
- [14] Kranenburg A A, van Houtum G J. A new partial pooling structure for spare parts networks [J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2009, 199(3): 908-921.
- [15] Lee H L. A multi-echelon inventory model for repairable items with emergency lateral transshipments [J]. *Management Science* (S0025-1909), 1987, 33(10): 1302-1316.
- [16] Axsäter S. Modelling emergency lateral transshipments in inventory systems [J]. *Management Science* (S0025-1909), 1990, 36(11): 1329-1338.
- [17] Brumelle S L. A generalization of Erlang's loss system to state dependent arrival and service rates [J]. *Math. Oper. Res.* (S0364-765X), 1978, 3(1): 10-16.