[Journal of System Simulation](https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal)

Volume 27 | Issue 6 Article 20

1-15-2021

Mobile Robot SLAM Simulation with Multi Measurement Update

Yafang Xu
1. Information Communication College, Shanghai Maritime University, Shanghai 201 306, China; ;

Zuoleit Sun
1. Information Communication College, Shanghai Maritime University, Shanghai 201 306, China; ;

Liansun Zeng
1. Information Communication College, Shanghai Maritime University, Shanghai 201 306, China; ;

Zhang Bo
2. Shanghai Advanced Research Instiute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201210, China;

Mobile Robot SLAM Simulation with Multi Measurement Update

Abstract

Abstract: Aiming at the problem of the accumulation of linearization error in the nonlinear system linearizing of Simultaneous Localization and Mapping (SLAM) in mobile robot, *an algorithm named multi measurement update was put forward according to the analysis of Fisher information. In order to compute the state estimation after each measurement update, the Fisher information weight relationship between prediction variable and update variable was made use of Due to a number of data association with an estimation which was more close to the real data than the former, the algorithm could achieve a more accuracy posterior state.* As a result, it could decrease the linearization error and improving the precision of localization and mapping. The experiments made a comparison between the multi measurement update and single measurement update. It shows that the proposed method can efficiently reduce the robot pose error and map information error.

Keywords

mobile robot, Fisher information, multi measurement information, linearization error

Recommended Citation

Xu Yafang, Sun Zuoleit, Zeng Liansun, Zhang Bo. Mobile Robot SLAM Simulation with Multi Measurement Update[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(6): 1288-1293.

第 27 卷第 6 期
2015 年 6 月
系统仿真学报©
Journal of System Simulation
Vol. 27 No. 6
Jun., 2015

基于多次测量更新的移动机器人 SLAM 仿真

许亚芳[1]，孙作雷[1]，曾连荪[1]，张波[2]
(1. 上海海事大学信息工程学院，上海 201306；2. 中国科学院上海高等研究所，上海 201210)

摘要：针对移动机器人同时定位与地图构建(SLAM)技术中，非线性系统进行线性化处理所产生的线性化误差问题，*从费切尔信息角度分析，提出多次测量更新算法*。该算法利用滤波中*预测和各次更新阶段状态向量的费切尔信息加权关系，解算每次测量更新后的状态估计，通过多次将更接近于真实状态的估计值融入观测信息*，可得到*较高精度的后验状态估计*，降低线性化误差的同时提高了机器人定位与构图准确性。实验部分实现多次测量更新与一次测量更新算法的仿真与对比，结果表明：所提算法能有效降低机器人位姿误差和地图估计误差。

关键词：移动机器人；费切尔信息；多次测量更新；线性化误差
中图分类号：TP242　　文献标识码：A　　文章编号：1004-731X (2015) 06-1288-06
DOI:10.16182/j.cnki.joss.2015.06.020

Mobile Robot SLAM Simulation with Multi Measurement Update

Xu Yafang[1], *Sun Zuolei*[1], *Zeng Liansun*[1], *Zhang Bo*[2]
(1. Information Communication College, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China;
2. Shanghai Advanced Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201210, China)

Abstract: Aiming at the problem of the accumulation of linearization error in the nonlinear system linearizing of Simultaneous Localization and Mapping (SLAM) in mobile robot, *an algorithm named multi measurement update was put forward according to the analysis of Fisher information. In order to compute the state estimation after each measurement update, the Fisher information weight relationship between prediction variable and update variable was made use of. Due to a number of data association with an estimation which was more close to the real data than the former, the algorithm could achieve a more accuracy posterior state.* As a result, it could decrease the linearization error and improving the precision of localization and mapping. The experiments made a comparison between the multi measurement update and single measurement update. It shows that the proposed method can efficiently reduce the robot pose error and map information error.

Keywords: mobile robot; Fisher information; multi measurement information; linearization error

引言

移动机器人自治的实现过程会面临很多挑战，作为关键技术之一的 SLAM (simultaneous localization and mapping) 问题是目前研究的热点。其通常描述为机器人自身位姿和环境信息都不确定的情况下，依靠内部设备和外部传感器，创建环境地图并利用所构地图进行自主跟踪定位的过程[1-2]。SLAM 的解决方案多以著名的贝叶斯滤波理论为基础，如扩展卡尔曼滤波(EKF)、无迹卡尔曼滤波(UKF)和粒子滤波(PF)等[3]。其中，基于 EKF 的 SLAM 在处理非线性系统时简单可行，至今仍广泛应用于陆地[4]、航空[5]和水下[6]等领域。

但是，EKF 的天生缺陷在于所采用的局部线性化方法给估计带来了截断误差[7]。在 SLAM

收稿日期：2014-05-09　　修回日期：2014-11-19；
基金项目：国家自然科学基金项目(61105097；51279098；6140127)；上海市教育委员会科研创新项目(13YZ081)；
作者简介：许亚芳(1989-)，女，河北邢台人，硕士，研究方向为移动机器人导航、数据融合；孙作雷(1982-)，男，山东枣庄人，博士，副教授，研究方向为移动机器人导航、多传感器融合、机器学习等。

中，机器人位姿和地图估计误差强烈相关，处理过程模型和观测模型引入的任何误差都会传播到整个地图和机器人位姿中，为保证算法的精确性，须及时校正系统状态[8]。然而线性化误差的传递也伴随在校正过程中，当运动模型和观测模型非线性程度较强时，若不加以抑制，会严重影响状态的精确性，导致 SLAM 的发散。

针对这一问题，本文通过分析 SLAM 预测阶段和更新阶段的费切尔信息关系，引出多次测量更新算法。该算法通过多次估计，能更充分地融合外部环境信息，并降低系统线性化误差。最后，利用激光数据进行仿真对比，说明该方法对机器人定位和构图精度的影响。

1 非线性系统中的 SLAM 框架

将非线性系统的状态向量表示为：

$$X=(X_v^{\mathrm{T}},X_{f,1}^{\mathrm{T}},\cdots,X_{f,N}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

这里，$X_v=(x_v,y_v,\theta_v)^{\mathrm{T}}$ 代表机器人的位姿，$X_{f,1}=(x_{f,1},y_{f,1})^{\mathrm{T}},\cdots,X_{f,N}=(x_{f,N},y_{f,N})^{\mathrm{T}}$ 分别表示 N 个静止路标点的位置。

A. 非线性模型

用 X_k 和 u_k 分别表示 k 时刻系统的状态和控制量。将运动模型表示为：

$$X_{k+1}=f(X_k,u_k)+w_k \tag{2}$$

其中：w_k 是零均值高斯白噪声，即 $w_k\sim\mathcal{N}(0,Q)$。假设 X_k 服从高斯分布，于是有 $X_k\sim\mathcal{N}(\hat{X}_k,P_k)$。

获取外部环境信息的观测模型为：

$$z_k=h(X_k)+v_k \tag{3}$$

其中，z_k 表示 k 时刻对某个路标点的观测量，v_k 表示零均值的高斯白噪声：$v_k\sim\mathcal{N}(0,R)$。

B. 预测过程

对预测模型做线性化处理，可得：

$$X_{k+1}\approx FX_k+U_k \tag{4}$$

这里，F 表示函数 $f(\cdot)$ 在 $\hat{X}_k$ 的雅克比矩阵，$U_k=f(\hat{X}_k,u_k)-F\hat{X}$。由高斯分布的性质可知，预测后的先验状态 X_{k+1} 也服从高斯分布，均值和方差可分别表示为：

$$\begin{aligned}\bar{X}_{k+1}&=F\hat{X}_k+U_k\\ \bar{P}_{k+1}&=FP_kF^{\mathrm{T}}+Q\end{aligned} \tag{5}$$

现将先验预测状态记为：

$$X_{k+1}\sim\mathcal{N}\left(\bar{X}_{k+1},\bar{P}_{k+1}\right) \tag{6}$$

由附录(2)式知，在预测后观测前包含状态 X_{k+1} 的信息量为：

$$I_{pred}=P^{-1} \tag{7}$$

C. 测量更新

在 $\bar{X}_{k+1}$ 处对观测模型做线性化处理得：

$$Z_{k+1}\approx HX_{k+1}+v_{k+1} \tag{8}$$

其中：$Z_{k+1}=z_{k+1}-h(\bar{X}_{k+1})+H\bar{X}_{k+1}$，$H$ 表示函数 $h(\cdot)$ 在 $\bar{X}_{k+1}$ 的雅克比矩阵。该式等价于：

$$X_{k+1}\approx H^{-1}Z_{k+1}-H^{-1}v_{k+1} \tag{9}$$

H^{1} 为广义逆矩阵，根据高斯分布的性质有：

$$X_{k+1}\sim\mathcal{N}(H^{-1}Z_{k+1},H^{-1}RH^{-\mathrm{T}}) \tag{10}$$

同样利用附录(2)式，得观测方程中包含 X_{k+1} 的信息量：

$$I_{obs}=H^{\mathrm{T}}R^{-1}H \tag{11}$$

经过信息融合后 X_{k+1} 的总信息量可由公式(7)和(11)两部分组成，记为

$$I_{total}=I_{pred}+I_{obs} \tag{12}$$

将更新后的整个系统状态 X_{k+1} 记作 $X_{k+1}\sim\mathrm{N}(\hat{X}_{k+1},P_{k+1})$。均值 $\hat{X}_{k+1}$ 为(6)和(10)两式高斯分布均值的加权和，权重由每个高斯分布所包含信息量在总信息量中的比重决定[9]，表示为：

$$\hat{X}_{k+1}=I_{total}^{-1}I_{pred}\bar{X}_{k+1}+I_{total}^{-1}I_{obs}(H^{-1}Z_{k+1}) \tag{13}$$

再次依据附录(2)，得相应的协方差：

$$P_{k+1}=I_{total}^{-1} \tag{14}$$

至此，通过预测过程和更新过程中的费切尔信息，推算出预测后的先验状态估计和更新后的后验状态估计之间的关系。公式(5)、(13)和(14)共同构成了非线性系统中基于扩展卡尔曼滤波的定位与构图估计框架[10]。

2 多次测量更新

式(4)、(8)和(9)说明，运动模型和观测模型在线性化过程中，只保留了一阶项，从而损失了高阶项中所包含的信息量。在预测过程已经产生一定线

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol27/iss6/20
DOI: 10.16182/j.cnki.joss.2015.06.020

第 27 卷第 6 期 2015 年 6 月
系统仿真学报 Journal of System Simulation
Vol. 27 No. 6 Jun., 2015

性化误差的前提下，对观测模型线性化以及后续的信息融合会再次引入和加剧系统的估计误差，最终将严重影响机器人定位与构图的精度。

为改善该问题，本文使用多次测量更新方法，对观测模型的线性化处理进行改进，通过各次测量更新过程在前一次所得更高精度的中间状态估计处进行线性化，并融入观测信息，改善本次更新的中间状态估计[11-12]。经过多次重复线性化后，使输出的后验状态估计比一次测量更新得到的后验估计更接近于理想值，达到降低系统线性化误差的目的。

已知：经预测过程后得到先验状态估计 $\bar{X}_{k+1}$ 和协方差 $\bar{P}_{k+1}$。使用所提算法求解 $k+1$ 时刻的后验状态估计的推导如下：

记第i次测量更新后的后验状态分布(中间后验状态分布)为[2]：

$$X_i \sim \mathrm{N}(\hat{X}_i, P_i) \tag{15}$$

将得到的 $\hat{X}_i$ 作为第 $i+1$ 次测量更新的输入。由节 2 知，第 1 次测量更新的输入为预测过程后所得的均值和协方差，记作：

$$\hat{X}_0 = \bar{X}_{k+1}, P_0 = \bar{P}_{k+1} \tag{16}$$

将观测方程在此处线性化，由公式(3)、(8)和(9)可得：

$$X_{i+1} \sim \mathcal{N}(H_i^{-1}Z_i, H_i^{-1}RH_i^{-\mathrm{T}}) \tag{17}$$

这里，H_i 表示 $h(\bullet)$ 在 $\hat{X}_i$ 的雅克比矩阵，且

$$Z_i = z - h(\hat{X}_i) + H_i\hat{X}_i \tag{18}$$

从(11)式知，高斯分布 X_{i+1} 所含的观测信息量为：

$$I_{obs(i+1)} = H_i^{\mathrm{T}}R^{-1}H_i \tag{19}$$

由于只对观测模型进行重复线性化，预测模型的信息量不变，因此根据(7) (11)和(12)可得：

$$I_{total(i+1)} = P_0^{-1} + H_i^{\mathrm{T}}R^{-1}H_i \tag{20}$$

又根据(14)式和附录(3)式，得中间后验状态的协方差：

$$\begin{aligned} P_{i+1} &= I_{total(i+1)}^{-1} \\ &= P_0 - P_0H_i^{\mathrm{T}}(R + H_iP_0H_i^{\mathrm{T}})^{-1}H_i^{\mathrm{T}}P_0 \end{aligned} \tag{21}$$

依照公式(13)，可知 $\hat{X}_{i+1}$ 等于(6)(17)两部分均值的加权和，经化简得到：

$$\hat{X}_{i+1} = \hat{X}_0 + I_{total(i+1)}^{-1}H_i^{\mathrm{T}}R^{-1}(Z_i - H_i\hat{X}_0) \tag{22}$$

再根据公式(21)，推算出：

$$I_{total(i+1)}^{-1}H_i^{\mathrm{T}}R^{-1} = P_0H_i^{\mathrm{T}}(R + H_iP_0H_i^{\mathrm{T}})^{-1} \tag{23}$$

将此式代入(22)，得到第 i+1 次的中间后验状态估计：

$$\begin{aligned} \hat{X}_{i+1} = \hat{X}_0 + P_0H_i^{\mathrm{T}}(R + H_iP_0H_i^{\mathrm{T}})^{-1} \cdot \\ (Z_i - H_i\hat{X}_0) \end{aligned} \tag{24}$$

此时结合(18)式，可进一步得到：

$$\begin{aligned} \hat{X}_{i+1} = \hat{X}_0 + P_0H_i^{\mathrm{T}}(R + H_iP_0H_i^{\mathrm{T}})^{-1} \cdot \\ [z - h(\hat{X}_i) + H_i(\hat{X}_i - \hat{X}_0)] \end{aligned} \tag{25}$$

预先设置迭代门限 η (通过反复实验得到)，将 $\|\hat{X}_{i+1} - \hat{X}_i\| \le \eta$ 作为迭代的终止条件。依据上述推导过程，将多次测量更新算法流程总结如下：

(1) 输入：$\hat{X}_0 = \bar{X}_{k+1}, P_0 = \bar{P}_{k+1}$ (令 $z = z_{k+1}$)。

(2) 算法主流程：

在 $\hat{X}_i$ 处对观测方程做线性化处理并计算 H_i;

利用(25)式计算中间后验状态估计 $\hat{X}_{i+1}$；

依据(21)式计算对应的协方差 P_{i+1};

if $\|\hat{X}_{i+1} - \hat{X}_i\| \le \eta$

$i=i+1$，重复步骤(2);

else

结束算法，执行(3)。

(3) 输出：后验状态估计 $\hat{X}_{i+1}$ 和相应的协方差 P_{i+1}。

3 仿真与分析

3.1 仿真设置

A. 机器人运动学模型

实验使用前轮驱动和转向的车辆运动模型：

$$X_{v,k+1} = X_{v,k} + \begin{bmatrix} \cos(\theta_k + \gamma) \\ \sin(\theta_k + \gamma) \\ L^{-1} \cdot \sin\gamma \end{bmatrix} \cdot vdt \tag{26}$$

这里，$X_{v,k} = (x_{v,k}, y_{v,k}, \theta_{v,k})^{\mathrm{T}}$ 表示机器人在时刻 k 的状态，$(v,\gamma)^{\mathrm{T}}$ 代表包含机器人线速度和前轮转向角的控制量，L 为前后轮间距，dt 表示控制周期。运动噪声设定为高斯白噪声 $w_k = (w_v, w_\gamma)^{\mathrm{T}}$，其中速度噪声和转向角噪声分别服从 $\mathcal{N}(0,\sigma_v)$ 、

2 由于推导多次测量更新算法的过程中，所有变量的下标均含有 $k+1$，方便起见，本节中省略关于时刻的标记，将下标仅用于表示迭代次数，如用 X_i 代表 $X_{k+1,i}$

$\mathcal{N}(0,\sigma_\gamma)$。

B. 传感器观测模型

利用距离-角度激光测距仪获取环境路标相对于传感器的距离和方向。该传感器模型为：

$$z_j=\begin{bmatrix}\rho\\ b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sqrt{(x_{f,j}-x_{v,k})^2+(y_{f,j}-y_{v,k})^2}\\ \arctan\dfrac{y_{f,j}-y_{v,k}}{x_{f,j}-x_{v,k}}-\theta_{v,k}\end{bmatrix} \tag{27}$$

其中，z_j 表示第 j 个特征点的观测值，ρ 和 b 分别表示观测距离和方向。观测噪声 $v_k=(v_\rho,v_b)^{\mathrm{T}}$ 为加性高斯白噪声，其中，距离噪声和方向噪声分别服从 $\mathcal{N}(0,\sigma_\rho)$，$\mathcal{N}(0,\sigma_b)$。

实验中，采用一次测量更新的 EKF-SLAM 和多次测量更新的 IEKF-SLAM 进行仿真。机器人从世界坐标(0,0)出发，在规模为 180×250 的环境中，沿图 1 箭头所指方向的规定路径运动，其依据激光测距仪传回的观测信息，对环境中的 62 个特征点进行定位，并最终返回起始点(绿色圆点)。仿真参数设置如下：将生成随机噪声的种子设置为 23，运动噪声和观测噪声的方差分别设定为：σ_v =0.7 m/s, σ_γ =3°, σ_ρ =0.3 m, σ_b =4°。机器人运动速度为 4m/s，最大转向角速度±20 °/s，最大转向角±30°，激光最大扫描距离 30 m，扫描范围 0°~180°，控制周期和观测周期均为 0.1 s，前后轮间距为 4 m。

3.2 误差分析

3.2.1 路径及地图比较

图 1 比较了 2 种算法所估计的机器人路径。图中黑点代表环境中的真实路标，黑、蓝、红 3 种线分别代表机器人的真实路径、一次测量更新估计路径和多次测量更新估计路径。由图可知多次测量更新估计所得路径与真实路径基本相符；而使用一次测量更新方法的估计过程，随着机器人的运动，累积误差逐渐增大，导致定位精确性下降，最终得到的路径与真实路径相比有较大的偏差。

图2比较了 2 种方法所构建的以特征点为代表的地图。黑色实线表示机器人的真实路径，黑色、蓝色和红色圆点分别表示真实路标，一次测量更新估计的特征和多次测量更新估计的特征；红色和蓝色椭圆(称为不确定椭圆，这里使用的置信度为 97%，简称 3-σ 椭圆)，分别表征一次和多次测量更新对估计特征点的不确定性。由图可得，多次测量更新方法估计的特征点更接近于真实路标，且所估计的特征点位于 3-σ 椭圆内(红色)。

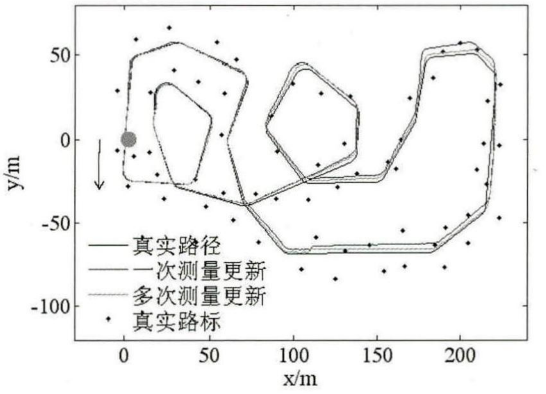

图 1　路径估计比较

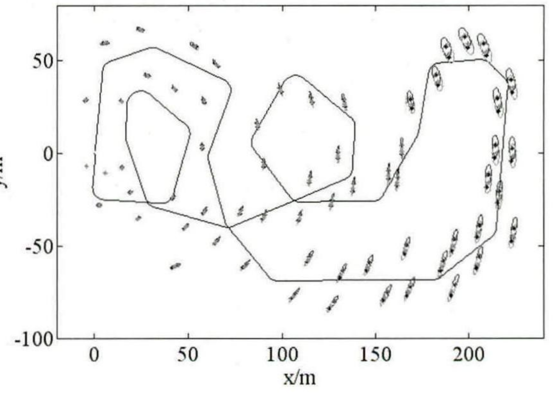

图 2　特征点估计比较

3.2.2 绝对误差

(1) 机器人的位姿误差分析

从图 3 中机器人位置误差和航向角误差的对比结果看，随着机器人的运动，累积误差会越来越大。由于机器人运动一周后返回原点，故当其运动到起点附近时，将观测到最初观测到的特征点，通过信息融合校正机器人位姿，使得定位误差急剧下降，因此在 2 100 步后会出现位置坐标误差骤降的现象，抑制了运动轨迹的发散。此外，3 个方位的误差对比也说明，所提方法(红线)的定

DOI: 10.16182/j.cnki.joss.2015.06.020

第 27 卷第 6 期
2015 年 6 月
系统仿真学报
Journal of System Simulation
Vol. 27 No. 6
Jun., 2015

位误差要明显低于一次测量更新(蓝线)的定位误差。原因是将本次测量更新所得精确度更高的中间估计值作为下一次更新的输入量，通过多次更新逐步接近真实值，降低定位误差，抑制累积误差的增长。

(2) 特征点的位置误差分析

从图 4 可看出 2 种方法所得地图的误差程度。多次测量更新方法对特征点的估计精确度明显高于一次测量更新的地图信息。

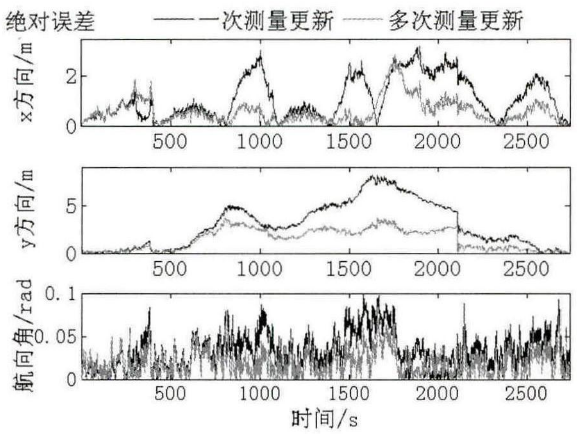

图 3　机器人各方向位置误差

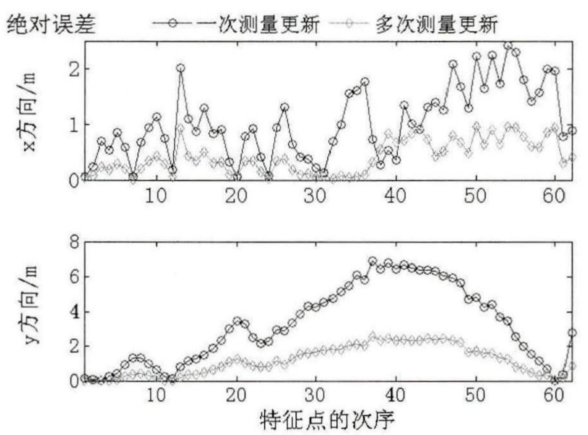

图 4　特征点各方向位置误差

3.2.3 平均绝对误差

用平均绝对误差(MAE)[13]评估机器人位姿和特征点的位置，公式如下：

$$\boldsymbol{X}_{ve}^{a}=\begin{bmatrix} x_{ve} \\ y_{ve} \\ \theta_{ve} \end{bmatrix}=\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\begin{bmatrix} x_{v,k}-x_{k,g} \\ y_{v,k}-y_{k,g} \\ \theta_{v,k}-\theta_{k,g} \end{bmatrix} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{X}_{fe}^{a}=\begin{bmatrix} x_{fe} \\ y_{fe} \\ \theta_{fe} \end{bmatrix}=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\begin{bmatrix} x_{f,k}-x_{F,g} \\ y_{f,k}-y_{F,g} \\ \theta_{f,k}-\theta_{F,g} \end{bmatrix} \tag{29}$$

这里$(x_{k,g}, y_{k,g}, \theta_{k,g})^{\mathrm{T}}$和$(x_{F,g}, y_{F,g}, \theta_{F,g})^{\mathrm{T}}$分别代表机器人和路标的真实位姿。$M$ 和 N 分别代表离散的时间数和特征点的个数。实验得到的 MAE 如表 1。

表 1　MAE 比较

方法	x_{ve}	y_{ve}	θ_{ve}	x_{fe}	y_{fe}
一次测量更新	1.102	2.911	0.034	1.037	3.205
多次测量更新	0.659	1.356	0.019	0.449	1.307

从平均绝对误差看，多次测量更新比一次测量更新方法在机器人位姿以及特征点位置各方向上的估计误差更小，且前者误差基本为后者的一半。

3.2.4 均方误差

另一种衡量平均误差的方法是均方误差(MSE)，公式表达如下：

$$\boldsymbol{X}_{ve}^{s}=\begin{bmatrix} x_{ve}' \\ y_{ve}' \\ \theta_{ve}' \end{bmatrix}=\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\begin{bmatrix} (x_{v,k}-x_{k,g})^2 \\ (y_{v,k}-y_{k,g})^2 \\ (\theta_{v,k}-\theta_{k,g})^2 \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$\boldsymbol{X}_{fe}^{s}=\begin{bmatrix} x_{fe}' \\ y_{fe}' \\ \theta_{fe}' \end{bmatrix}=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\begin{bmatrix} (x_{f,k}-x_{F,g})^2 \\ (y_{f,k}-y_{F,g})^2 \\ (\theta_{f,k}-\theta_{F,g})^2 \end{bmatrix} \tag{31}$$

仿真得到的实验数据如表 2 所示，从机器人位姿和特征点位置的均方误差比较结果得出：多次测量更新得到的均方误差明显小于一次测量更新方法，对误差的改善效果较好。

表 2　MSE 比较

方法	x_{ve}'	y_{ve}'	θ_{ve}'	x_{fe}'	y_{fe}'
一次测量更新	1.902	14.08	0.002	0.034	0.344
多次测量更新	0.812	2.820	0.001	0.007	0.059

机器人位姿的准确性和特征点位置的精度是相互依赖、相互影响的。所提方法通过相对精确的特征点信息校正机器人的位姿，再定位新测量的特征点，得到精确度更高的地图信息。以上实验结果也显示，经过多次测量更新得到的估计轨迹和特征点位置与真实值基本吻合，实现了较精确的轨迹定位和地图构建。

4 结论

通过预测和各次测量更新阶段状态向量的费切尔信息加权关系，引出多次测量更新算法，对外部信息进行多次数据融合，有效降低了一次测量更新中的线性化误差，提高了后验状态估计的精度。实验仿真结果表明，一次测量更新方法在校正系统状态时，会产生一定的线性化误差，随着误差的累积，使机器人的定位出现较大偏差；相比之下，所提方法能够较强地抑制误差在机器人位姿和特征点位置中的传播，降低整个系统状态的误差，从而达到较高精度的移动机器人定位与构图目的。

参考文献:

[1] Durrant-Whyte H, Bailey T. Simultaneous Localization and Mapping: part I [J]. Robotics & Automation Magazine IEEE (S1070-9932), 2006, 13(2): 99-110.

[2] Zamora E, Yu W. Ellipsoid method for Simultaneous Localization and Mapping of mobile robot [C]// Decision and Control (CDC), 2014 IEEE 53rd Annual Conference on. USA: IEEE, 2014: 5334-5339.

[3] Thrun S, Burgard W, Fox D. Probabilistic robotics [M]. USA: MIT Press, 2005.

[4] Magnabosco M, Breckon T P. Cross-spectral visual simultaneous localization and mapping (SLAM) with sensor handover [J]. Robot Auton Syst (S0921-8890), 2013, 61(2): 195-208.

[5] Chowdhary G, Johnson E N, Magree D, *et al.* GPS - denied Indoor and Outdoor Monocular Vision Aided Navigation and Control of Unmanned Aircraft [J]. Journal of Field Robotics (S1556-4959), 2013, 30(3): 415-438.

[6] Ko N Y, Kim T G. Filtering Method for Location Estimation of an Underwater Robot [J]. IAES International Journal of Robotics and Automation (S8268-8185), 2014, 3(3): 168-183.

[7] Shojaei K, Shahri A M. Experimental study of iterated Kalman filters for simultaneous localization and mapping of autonomous mobile robots [J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems (S0921-0296), 2011, 63(3-4): 575-594.

[8] Yadkuri F F, Khosrowjerdi M J. Methods for Improving the Linearization Problem of Extended Kalman Filter [J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems (S0921-0296), 2014, 3-4(78): 1-13.

[9] Huang S. Understanding Extended Kalman Filter–Part II: Multidimensional Kalman Filter [M]. CAS, Australia: University of Technology Sydney, March. 2009.

[10] Huang S. Understanding Extended Kalman Filter–Part III: Extended Kalman Filter [M]// Notes appear to be from a course based at the University of Technology Sydney. Australia: University of Technology Sydney, April 2010.

[11] 张俊根, 姬红兵. IMM 迭代扩展卡尔曼粒子滤波跟踪算法 [J]. 电子与信息学报, 2010, 32(5): 1116-1120.

[12] 陈晨, 程萌杭. 基于迭代无迹卡尔曼滤波的 SLAM 算法仿真研究 [J]. 系统仿真学报, 2012, 24(8): 1643-1650. (Chen Chen, Cheng Meng-hang. Simulation Research of SLAM Algorithm Based on Iterated Unscented Kalman Filter [J]. Journal of System Simulation (S1004-731X), 2012, 24(8): 1643-1650.)

[13] Zhou W, Zhao C, Guo J. The study of improving Kalman filters family for nonlinear SLAM [J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems (S0921-0296), 2009, 56(5): 543-564.

[14] Durrant-Whyte H. Introduction to decentralised data fusion [M]. NSW2006 Australia: The University of Sydney, 2004.

附录:

(1) 关于本实验结果的配套视频，请点击 http://126.am/multiupdate 观看。

(2) 费切尔信息

定义 似然函数的对数关于自变量的二阶偏导数称为 Fisher 信息[14]，公式表示如下：

$$I(x)=\frac{d^2}{dx^2}\log p(x) \tag{1}$$

通常，若自变量 x 为向量时，将 $I(x)$称为费切尔信息矩阵。其描述了概率密度函数 $P(x)$包含 x 的信息量。

若随机变量x满足高斯分布，即 $x\sim\mathcal{N}(\mu,P)$。由费切尔信息的定义可推导出高斯分布协方差与费切尔信息矩阵的关系式[14]：

$$I(x)=P^{-1} \tag{2}$$

(3) 矩阵求逆引理

矩阵 $A\in C^{m\times m}$，$D\in C^{n\times n}$，$B\in C^{n\times m}$ (C 为复数域)，若矩阵 A 和 D 均为非奇异矩阵[9]，则有：

$$(A+B^{\mathrm{T}}D^{-1}B)^{-1}=A^{-1}-A^{-1}B^{\mathrm{T}}(D+BA^{-1}B^{\mathrm{T}})^{-1}BA^{-1} \tag{3}$$