

9-1-2020

Clustering Algorithm of Quantum Self-Organization Network Based on Bloch Spherical Rotation

Shuyun Yang

1. Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China;;

Panchi Li

2. School of Computer & Information Technology, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Clustering Algorithm of Quantum Self-Organization Network Based on Bloch Spherical Rotation

Abstract

Abstract: To enhance the clustering ability of self-organization network, a quantum-inspired self-organization clustering algorithm was proposed based on Bloch spherical rotation. *The clustering samples were mapped to the qubits on the Bloch sphere by taking all the sample values as the phases of the qubits, and the all weight values in the competitive layer were mapped to the qubits randomly distributed on the Bloch sphere. Then, the winning node was obtained by computing the spherical distance between sample and weight value, and the weight values of the winning nodes and its neighborhood were updated by rotating them to the sample on the Bloch sphere until the convergence.* The obvious advantage of this method is that it has higher clustering accuracy. The clustering results of the benchmark IRIS sample show that the proposed approach is obviously superior to the classical self-organization network and the K-mean clustering algorithm.

Keywords

quantum bits, Bloch spherical rotation, self-organization network, clustering algorithm

Recommended Citation

Yang Shuyun, Li Panchi. Clustering Algorithm of Quantum Self-Organization Network Based on Bloch Spherical Rotation[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(5): 1105-1111.

基于 Bloch 球面旋转的量子自组织网络聚类算法

杨淑云¹, 李盼池²

(1. 东北石油大学, 大庆 163318; 2. 东北石油大学计算机与信息技术学院, 大庆 163318)

摘要: 为提高自组织网络的聚类能力, 提出一种基于 Bloch 球面旋转的量子自组织网络聚类算法。通过使样本数据作为量子比特相位, 将样本映射为 Bloch 球面上的量子比特, 将竞争层权值映射为 Bloch 球面上随机分布的量子比特; 通过计算样本和权值的球面距离最小值, 确定获胜节点; 通过使获胜节点及其邻域节点在 Bloch 球面上向着样本旋转来调整这些权值, 直到算法收敛。该方法的明显优势在于有较高的聚类精度。以鸢尾属植物样本聚类为例, 实验结果表明, 提出的方法明显优于传统自组织网络、K-均值聚类等算法。

关键词: 量子比特; Bloch 球面旋转; 自组织网络; 聚类算法

中图分类号: TP183

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2015) 05-1105-07

Clustering Algorithm of Quantum Self-Organization Network Based on Bloch Spherical Rotation

Yang Shuyun¹, Li Panchi²

(1. Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China;

2. School of Computer & Information Technology, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: To enhance the clustering ability of self-organization network, a quantum-inspired self-organization clustering algorithm was proposed based on Bloch spherical rotation. *The clustering samples were mapped to the qubits on the Bloch sphere by taking all the sample values as the phases of the qubits, and the all weight values in the competitive layer were mapped to the qubits randomly distributed on the Bloch sphere. Then, the winning node was obtained by computing the spherical distance between sample and weight value, and the weight values of the winning nodes and its neighborhood were updated by rotating them to the sample on the Bloch sphere until the convergence.* The obvious advantage of this method is that it has higher clustering accuracy. The clustering results of the benchmark IRIS sample show that the proposed approach is obviously superior to the classical self-organization network and the K-mean clustering algorithm.

Keywords: quantum bits; Bloch spherical rotation; self-organization network; clustering algorithm

引言

量子神经网络的概念出现于上个世纪 90 年代。1995 年, Kak 发表“On Quantum Neural Computing”



收稿日期: 2014-05-05 修回日期: 2014-07-20;
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61170132);
黑龙江省教育厅科学技术研究项目(12541059);东北
石油大学青年基金资助项目(2013NQ119);
作者简介: 杨淑云(1968-), 女, 黑龙江安达人, 讲师。
研究方向为神经网络和智能优化算法。

论文, 首次提出量子神经计算的概念^[1]。1997 年, Gopathy 等借用量子理论中量子叠加态的思想, 提出了基于多级激励函数的量子神经网络模型^[2]。1998 年, Dan 提出了量子联想存储算法, 相对于传统存储量子联想存储具有指数级的存储容量^[3]。2000 年, Ajit 等从多宇宙的量子理论出发, 提出了构建叠加的多宇宙量子神经网络模型的思想^[4]。2001 年, 中国科学技术大学的解光军博士和庄镇

泉教授首次在国内撰文阐述了量子神经计算的概念^[5]。2004 年,解光军等深入研究了以通用量子逻辑门作为计算基函数,构造量子神经网络模型的新方法^[6-7]。2007 年, Matsui 等根据量子线路结构提出一种求解异或问题的量子神经元学习算法^[8]。2008 年,文献[9]基于量子旋转门和量子受控非门的物理意义,提出一种基于通用量子门演化的量子 BP 网络模型。2009 年,文献[10]提出一种基于量子权值及量子活性值的量子神经网络模型。2011 年,文献[11]基于量子门线路的物理意义,提出一种量子门节点神经网络模型及算法。目前量子计算与神经计算的融合正逐步成为一个崭新的研究方向。

在上述所有模型中,都是量子计算和有监督神经网络的融合,而对于与无监督自组织特征映射网络的融合则研究很少。虽然文献[12]提出一种基于量子输入和量子权值的自组织网络模型,然而这个模型采用两阶段训练,其中第二阶段仍然采用了有监督方式,因此这个模型实际上是没有推广能力的。另一方面,尽管量子计算的融入有效提高了传统自组织网络的性能,但是,量子计算与神经计算的融合研究目前还远未成熟,有必要进一步深入研究二者之间新的融合方式,以期进一步提高神经计算的性能。提出一种基于 Bloch 球面旋转的量子自组织网络(Bloch quantum self-organization network, BQSON)聚类算法。在该算法中,样本和权值均采用 Bloch 球面上的量子比特描述,采用距样本球面距离最短的竞争层节点为竞争获胜节点,采用权值比特向样本比特的绕轴旋转,实现获胜节点及邻域权值的调整。标准鸢尾属植物样本的聚类结果表明,该方法明显优于普通自组织网络、K-均值聚类、最邻近聚类等传统方法。

1 量子比特的 Bloch 球面描述及绕轴旋转

1.1 量子比特的 Bloch 球面描述

在量子计算中,一个量子比特是一个可以在二维复希尔伯特空间中描述的两能级量子体系,根据

叠加原理,量子比特的任何态都可以写成

$$|\varphi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle \quad (1)$$

其中: $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$ 。

由于 θ 和 ϕ 连续,所以一个量子比特可以描述无穷多个不同的状态。量子比特可以用三维 Bloch 球面上的一个点来描述,如图 1 所示,其中 $x = \cos\phi\sin\theta$, $y = \sin\phi\sin\theta$, $z = \cos\theta$ 。此时,在 Bloch 球面上的任意一点 $P(x, y, z)$ 都一个量子比特 $|\varphi\rangle$ 对应。

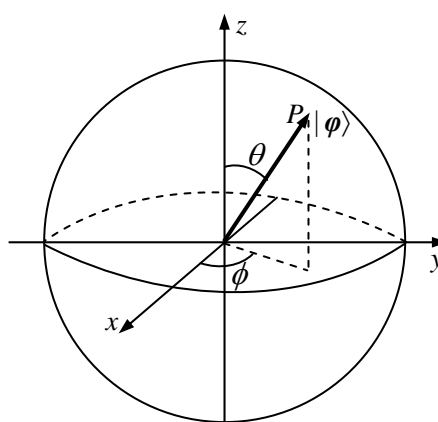


图1 量子比特的 Bloch 球面描述

1.2 量子比特的绕轴旋转

我们将在 Bloch 球面上建立竞争层节点权值的调整机制,即使权值比特在 Bloch 球面上绕着某一固定轴向着样本比特旋转。这种旋转可同时改变量子比特的两个参数 θ 和 ϕ ,并可自动实现两个调整量的最佳匹配,从而可更好的模拟量子行为。实现上述旋转的关键在于旋转轴的设计,我们给出的旋转轴设计方法可表述为如下定理。

定理 记 Bloch 球面上点 P 和 Q 对应的向量分别记为 $P = [p_x, p_y, p_z]$ 和 $Q = [q_x, q_y, q_z]$,则在 Bloch 球面上,量子比特以最短路径由点 P 转向点 Q 的旋转轴为 P 和 Q 的向量积,即 $R_{axis} = P \times Q$ 。如图 2 所示^[13-14]。

令 $|W\rangle$ 和 $|X\rangle$ 对应的 Bloch 坐标向量分别为 $W = [w_x, w_y, w_z]$ 和 $X = [x_x, x_y, x_z]$,根据上述定理, $|W\rangle$ 向着 $|X\rangle$ 旋转的旋转轴为

$$R_{axis} = \frac{W \times X}{\|W \times X\|} \quad (2)$$

根据量子计算原理, 使量子比特在 Bloch 球面上绕一个沿单位矢量 $n=[n_x, n_y, n_z]$ 的轴转动 δ 弧度的旋转矩阵为^[15]

$$R_n(\delta) = \cos \frac{\delta}{2} I - i \sin \frac{\delta}{2} (n \times \sigma) \quad (3)$$

其中: I 为单位阵, $\sigma=[\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z]$ 为如下定义的泡利矩阵。

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

因此, 在 Bloch 球面上, 使当前比特 $|W\rangle$ 绕轴 R_{axis} 向目标比特 $|X\rangle$ 旋转 δ 弧度的旋转矩阵为

$$M_R(\delta) = \cos \frac{\delta}{2} I - i \sin \frac{\delta}{2} (R_{axis} \times \sigma) \quad (5)$$

旋转操作为

$$|W\rangle = M_R(\delta) |W\rangle \quad (6)$$

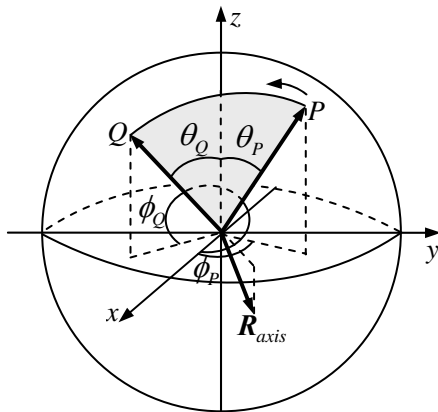


图2 量子比特的Bloch球面旋转轴

1.3 量子比特的投影测量

根据量子计算原理, 通过在量子比特 $|\varphi\rangle$ 上施加泡利矩阵, 可以获得 $|\varphi\rangle$ 的 Bloch 坐标 (x, y, z) , 这一过程称为量子比特的投影测量。量子比特 $|\varphi\rangle$ 的投影测量计算式为^[15]

$$x = \langle \varphi | \sigma_x | \varphi \rangle = \langle \varphi | \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} | \varphi \rangle \quad (7)$$

$$y = \langle \varphi | \sigma_y | \varphi \rangle = \langle \varphi | \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} | \varphi \rangle \quad (8)$$

$$z = \langle \varphi | \sigma_z | \varphi \rangle = \langle \varphi | \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} | \varphi \rangle \quad (9)$$

2 量子自组织网络模型

提出的基于Bloch球面旋转的量子自组织网络, 其输入和竞争层权值均采用Bloch球面描述的量子比特。以竞争层9个节点为例, 网络模型如图3所示。

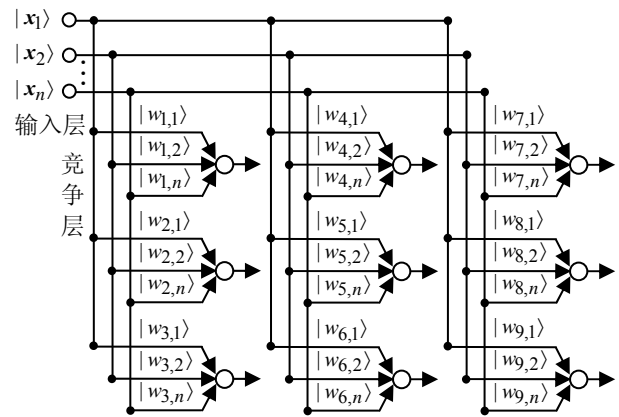


图3 量子自组织网络模型

令输入为 $|X\rangle = [|x_1\rangle, |x_2\rangle, \dots, |x_n\rangle]^T$, 竞争层第 j 个节点链接权为 $|W_j\rangle = [|w_{j1}\rangle, |w_{j2}\rangle, \dots, |w_{jn}\rangle]^T$, 其中 $|x_i\rangle$ 和 $|w_{ji}\rangle$ 经投影测量后的 Bloch 坐标分别为 $|x_i\rangle = [x_{ix}, x_{iy}, x_{iz}]^T$ 和 $|w_{ji}\rangle = [w_{jix}, w_{jij}, w_{jiz}]^T$ 。根据球面几何可知, 球面上两点间的最短距离为: 该两点和球心决定的球大圆上的劣弧。由于 Bloch 球为单位球, 所以 $|x_i\rangle$ 和 $|w_{ji}\rangle$ 之间的 Bloch 球面距离为二者之间的夹角, 可用下式表示。

$$d_{ij} = \arccos(\langle x_i | w_{ji} \rangle) = \arccos(x_{ix} w_{jix} + x_{iy} w_{jij} + x_{iz} w_{jiz}) \quad (10)$$

因此, 样本 $|X\rangle$ 和权值 $|W_j\rangle$ 之间的距离, 即竞争层第 j 个节点的输出为

$$D_j = \sqrt{\sum_{i=1}^n d_{ij}^2} \quad (11)$$

3 量子自组织网络算法

3.1 样本量子态描述

首先, 将全部样本数据归一化为 $[0,1]$ 之间的数

值。虽然采取将每个样本除以该样本各维绝对值的最大值的方法,可以实现归一化,但这种方法归一化后的每个样本中均含有数值1,从而必然会改变各个样本之间的位置关系。

令 L 个 n 维待聚类样本为 $\tilde{\mathbf{X}}_l = [\tilde{x}_{l1}, \tilde{x}_{l2}, \dots, \tilde{x}_{ln}]^T$, 其中 $l = 1, 2, \dots, L$ 。为了确保各个样本之间的相对特征保持不变,本文采用如下归一化方法。

$$\mathbf{X}_l = \frac{\tilde{\mathbf{X}}_l - \text{MIN}}{\text{MAX} - \text{MIN}} \quad (12)$$

其中 MAX 和 MIN 分别是所有样本数据的最大值和最小值。

令归一化后的样本为 $\mathbf{X}_l = [x_{l1}, x_{l2}, \dots, x_{ln}]^T$, 利用下式将其转化为量子比特的相位。

$$\theta_l = [\theta_{l1}, \theta_{l2}, \dots, \theta_{ln}]^T = [\pi x_{l1}, \pi x_{l2}, \dots, \pi x_{ln}]^T \quad (13)$$

$$\varphi_l = [\varphi_{l1}, \varphi_{l2}, \dots, \varphi_{ln}]^T = [2\pi x_{l1}, 2\pi x_{l2}, \dots, 2\pi x_{ln}]^T \quad (14)$$

至此, $\tilde{\mathbf{X}}_l$ 可映射为 Bloch 球面上的量子比特,如下式所示。

$$|\mathbf{X}_l\rangle = [|x_{l1}\rangle, |x_{l2}\rangle, \dots, |x_{ln}\rangle]^T \quad (15)$$

其中 $|x_{li}\rangle = \cos \frac{\theta_{li}}{2} |0\rangle + e^{i\varphi_{li}} \sin \frac{\theta_{li}}{2} |1\rangle$ 。

3.2 竞争学习规则

令竞争层第 j 个节点的量子比特权值 $|\mathbf{W}_j\rangle$ 为

$$|\mathbf{W}_j\rangle = [|w_{j1}\rangle, |w_{j2}\rangle, \dots, |w_{jn}\rangle]^T \quad (16)$$

对于第 l 个样本 $|\mathbf{X}_l\rangle = [|x_{l1}\rangle, |x_{l2}\rangle, \dots, |x_{ln}\rangle]^T$, 根据式(10, 11), 其与 $|\mathbf{W}_j\rangle$ 之间的距离为

$$D_{lj} = \sqrt{\sum_{i=1}^n [\arccos(x_{lix} w_{jix} + x_{liy} w_{jiy} + x_{liz} w_{jiz})]^2} \quad (17)$$

令竞争层有 C 个节点, 竞争规则为具有最小距离的节点获胜, 因此获胜节点 j^* 满足

$$D_{lj^*} = \min_{1 \leq j \leq C} D_{lj} \quad (18)$$

3.3 网络聚类算法

自组织网络是典型的无监督聚类模型,用于解

决事先不知道类数的聚类问题。与传统的BP网络训练好了再应用完全不同,自组织网络不能利用事先已知的样本类数等先验知识,否则面对不知类数的聚类问题,就会无能为力,从而失去推广能力。这也正是文献[12]的缺点。本文算法是完全采用无监督方式进行的。

(1) 样本量子态描述

按式(12)~(15)完成样本量子态描述,按式(7)~(9)完成量子态样本的投影测量,以获得每个样本每维数据对应的三个Bloch坐标值。

(2) 网络权值初始化。

将所有权值初始化为Bloch球面上随机分布的量子比特 $|\mathbf{W}_j\rangle = [|w_{j1}\rangle, |w_{j2}\rangle, \dots, |w_{jn}\rangle]^T$, 其中

$$|w_{ji}\rangle = \cos \frac{\theta_{ji}}{2} |0\rangle + e^{i\varphi_{ji}} \sin \frac{\theta_{ji}}{2} |1\rangle \quad (19)$$

$\theta_{ji} = 2\theta_{ji} = 2\pi \cdot \text{rand}$, $j = 1, 2, \dots, C$, C 为竞争层节点数, rand 为区间(0, 1)内的随机数。

(3) 网络参数初始化

包括: 最大步数 G , 初始速率 β_0 , 终止速率 β_f , 初始邻域半径 r_0 , 终止邻域半径 r_f , 初始方差 σ_0 , 终止方差 σ_f , 当前步数 $t = 0$ 。

(4) 按如下三式计算当前速率, 邻域半径、方差。

$$\beta(t) = \beta_0 (\beta_f / \beta_0)^{(t/G)} \quad (20)$$

$$r(t) = r_0 + (r_f - r_0)(t/G) \quad (21)$$

$$\sigma(t) = \sigma_0 (\sigma_f / \sigma_0)^{(t/G)} \quad (22)$$

(5) 按式(7)~(9)对所有权值实施投影测量,按序选取第 l 个样本 $|\mathbf{X}_l\rangle$ ($l = 1, 2, \dots, L$), 按式(17) (18)计算竞争获胜节点 $|\mathbf{W}_{j^*}^{(l)}\rangle$ 。

(6) 对于第 l 个样本 $|\mathbf{X}_l\rangle$, 在竞争层节点阵列中, 以 $|\mathbf{W}_{j^*}^{(l)}\rangle$ 为中心选定半径为 $r(t)$ 的邻域 $\psi(j^*, r(t))$, 对于该邻域内的所有节点 $|\mathbf{W}_j\rangle$ 按如下几式调整 $|w_{ji}\rangle$ 向着 $|x_{li}\rangle$ 旋转。

按下式计算旋转角度

$$\delta_{ij}^i(t) = \beta(t) \exp\left(-\frac{d(j, j^*)^2}{2\sigma(t)}\right) \arccos(\langle x_{li} | w_{ji} \rangle) \quad (23)$$

其中: $d(j, j^*)$ 为阵列中节点 j 与 j^* 的距离。

根据定理, $|w_{ji}\rangle$ 向着 $|x_{li}\rangle$ 旋转的旋转轴和旋转矩阵分别为

$$R_{ji,li} = \frac{[w_{jix}, w_{jly}, w_{jiz}] \times [x_{lix}, x_{liy}, x_{liz}]}{\|[w_{jix}, w_{jly}, w_{jiz}] \times [x_{lix}, x_{liy}, x_{liz}]\|} \quad (24)$$

$$M_{ji,li}(\delta_{lj}^i(t)) = \cos \frac{\delta_{lj}^i(t)}{2} I - i \sin \frac{\delta_{lj}^i(t)}{2} (R_{ji,li} \times \sigma) \quad (25)$$

按下式实现 $|w_{ji}\rangle$ 向着 $|x_{li}\rangle$ 的旋转

$$|w_{ji}\rangle = M_{ji,li}(\delta_{lj}^i(t)) |x_{li}\rangle \quad (26)$$

其中 $j \in \psi(j^*, r(t))$, $i = 1, 2, \dots, n$, $l = 1, 2, \dots, L$ 。

(7) 若 $t > G$, 输出聚类结果, 停机; 否则 $t = t + 1$, 转(4)。

4 对比实验

为验证 BQSON 的有效性, 下面采用国际上广为流行的鸢尾属植物(IRIS)本实施聚类, 并与传统自组织网络(Classical Self-Organization Network, CSON)^[16]、K-均值聚类(K-mean)^[17]、最邻近聚类(Nearest Neighbor Clustering, NNC)^[18]3种算法进行对比。为使对比结果客观公正, 对于CSON, 我们采用与BQSON相同的结构和参数。

IRIS 数据集包含 150 个四维样本, 共有 3 类, 每类 50 个, 分别为: setosa (1-50), versicolor (51-100), virginica (101-150)。以第 2, 3, 4 维为例, 3 类样本的空间分布如图 4 所示。

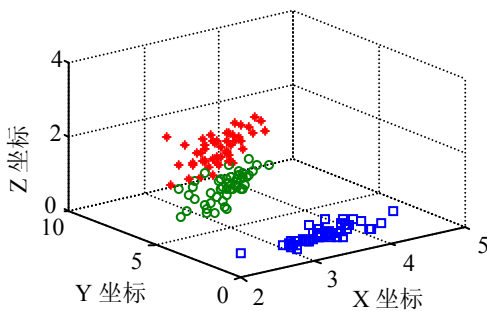


图4 IRIS样本空间分布

4.1 参数设置

所有算法均采用 Matlab R2009a 编程, 并在

1.0GB 内存的 P-II 2.0 GHz 微机上实现。

BQSON 和 CSON 的输入节点均为 4 个, 竞争层节点取 $C = 100$, 且排成 10×10 方阵。最大步数 $G = 10\ 000$ 。经过多次反复试验, 我们最终确定的最佳参数组合为: 初始速率 $\beta_0 = 0.8$, 终止速率 $\beta_f = 0.1$, 初始半径 $r_0 = 5$, 终止半径 $r_f = 0.1$, 初始方差 $\sigma_0 = 5$, 终止方差 $\sigma_f = 0.5$ 。若连续 100 步聚类结果无变化则认为收敛。对于 K-mean, 指定类数 $K = 3$, 聚类精度(即若连续两代所有类中心变化量均小于该值则算法终止) $\varepsilon = 10^{-10}$ 。对于 NNC, 聚类阈值(即若某样本与某类中心的欧氏距离小于该值, 则视为该样本属于该类), 经过多次反复试验, 最终确定的最佳聚类阈值为 $\lambda = 2.0$ 。

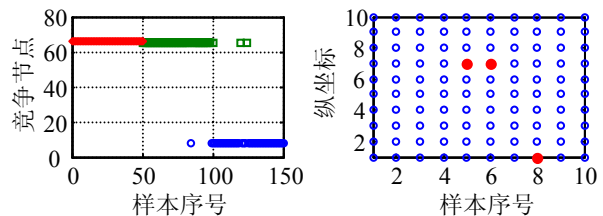
4.2 聚类结果对比

为便于对比, 首先定义聚准率和聚全率的概念。

定义 1. 聚准率 = (聚类后的某类中所含的正确样本数 / 聚类算法得到的该类样本总数) $\times 100\%$ 。

定义 2. 聚全率 = (聚类后的某类中所含的正确样本数 / 聚类前的该类样本总数) $\times 100\%$ 。

BQSON 经过 9 797 步迭代后收敛, 全部样本聚为 3 类, 每类 50 个。第 1 类包含全部 50 个 setosa 样本; 第 2 类包含 48 个 versicolor 样本和 2 个 virginica 样本; 第 3 类包含 48 个 virginica 样本和 2 个 versicolor 样本。3 类样本的聚准率和聚全率分别为 100%, 96%, 96%。聚类效果如图 5 所示, 其中图 5(a) 为每个样本对应的获胜节点情况, 图 5(b) 中实心圆点为每类对应的获胜节点。



(a) 获胜节点分布

(b) 竞争节点方阵

图5 BQSON的聚类效果

CSON 经过 10 000 步迭代后没有收敛, 如图

6(a)所示。全部样本聚为 60 类,如图 6(b)所示。其中只有第 1 类包含全部 50 个 *setosa* 样本,对应竞争节点 71。而对于其余 100 个 *versicolor* 和 *virginica* 样本则完全没有区分开。

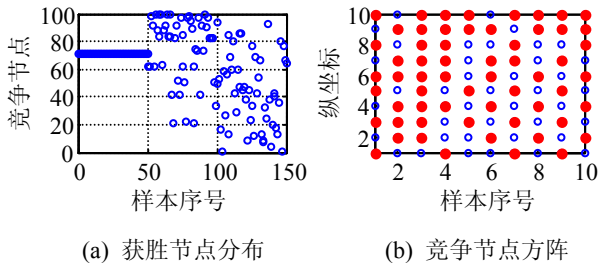


图6 CSON的聚类效果

对于 K-mean, 经过 11 步迭代后收敛。第 1 类包含全部 50 个 *setosa* 样本; 第 2 类共有 61 个, 其中只有 47 个正确; 第 3 类共有 39 个, 其中只有 36 个正确。3 类样本的聚准率分别为 100%, 77.05%, 92.31%; 聚全率分别为 100%, 94%, 72%。聚类效果如图 7(a)所示。

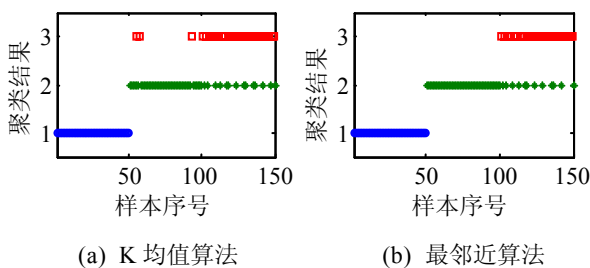


图7 K-mean和NNC的聚类效果

对于 NNC, 全部样本聚为 3 类。第一类包含全部 50 个 *setosa* 样本; 第 2 类共有 62 个, 其中 50 个正确; 第 3 类共有 38 个, 全部正确。3 类样本的聚准率分别为 100%, 80.65%, 100%; 聚全率分别为 100%, 100%, 76%。聚类效果如图 7(b)所示。

4.3 聚类结果分析

从实验结果可以看出: 本文提出的 BQSON 的聚准率和聚全率是 4 种算法中最高的, 其聚类能力不仅明显优于 CSON, 也优于 K-mean 和 NNC。对此实验结果可作如下分析。

(1) 在 BQSON 中, 距离的度量采取了一种全新的方式。在现有的各种聚类算法中, 距离的度量普遍采取欧氏距离, 这种距离是基于两点各维的坐标差计算的; 而在 BQSON 中, 距离是基于两点各维 Bloch 球面距离计算的。

令当前代数第 t 代。第 i 个样本在第 j 个节点的输出为 $y_{ij}(t)$, 该样本在所有节点输出的平均值为 $\bar{y}_i(t) = \sum_{j=1}^C y_{ij}(t)/C$, 该样本在所有节点输出的方差为 $\sigma_i(t) = \sum_{j=1}^C [y_{ij}(t) - \bar{y}_i(t)]^2 / C$, 所有样本的平均方差为 $\sigma(t) = \sum_{i=1}^L \sigma_i(t) / L$ 。对于归一化之后的样本, CSOM 采用欧氏距离, 样本和权值每一维的差值 $|d_{ij}| \in [0, 1]$, BQSON 采用 Bloch 球面距离, 样本和权值每一维的差值 $|d_{ij}| \in [0, \pi]$, 因此, 为对比公平, 我们将 BQSON 的 $\sigma_{\text{qsom}}(t)$ 除 π^2 之后再与 CSOM 的 $\sigma_{\text{csom}}(t)$ 对比。对比结果如图 8 所示。

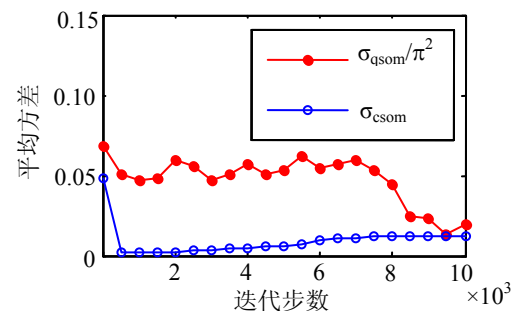


图8 BQSON和CSON输出的平均方差对比

从图 8 可知, BQSON 的输出方差明显大于 CSON 的输出方差, 这说明 BQSON 采用的 Bloch 球面距离, 比 CSON 采用的欧氏距离对于密集型样本有更好的区分能力, 从而导致其有更为优良的聚类性能。从图 4 可知, *setosa* 样本相对比较独立, 因此 4 种算法对于此类都取得了理想的聚类结果。*versicolor* 和 *virginica* 样本呈现密集型重叠分布, 此时, BQSON 同样取得了较为理想的聚类结果, 采用欧氏距离的 K-mean 和 NNC 的聚类效果不够理想, 而采用欧氏距离的 CSON 则完全没有分开。

(2) BQSON 采取了全新的权值调整方式。

CSON 直接采用样本和权值的向量差, 来调整竞争节点权值, 这种方式受学习速率的影响较大, 不易实现精细调整; 而在 BQSON 中, 采用量子比特的绕轴旋转来调整权值, 使其逐渐逼近某类样本, 由于这种旋转在三维的 Bloch 球面上进行, 因而其调整过程更为精细, 从而提高了其聚类能力。

另外, 值得指出, BQSON 的计算效率低于 CSON, 在上述实验中, 两种模型每次迭代的平均时间分别为 0.445 6 s 和 0.127 1 s。这是由于在 BQSON 中, 增加了计算旋转轴、旋转矩阵、投影测量等操作, 因此加大了计算量, 延长了运行时间, 从而降低了聚类效率。但正是由于这些操作的增加, 才大幅度提高了聚类能力。换句话说, BQSON 正是以牺牲计算效率来换取聚类能力提高的。这与无免费午餐定理是一致的。

5 结论

提出了一种量子自组织网络聚类算法, 该算法采用量子比特在 Bloch 球面上的绕轴旋转实现竞争层节点权值的调整。对比实验表明, 提出方法的聚类能力不仅明显高于普通自组织网络方法, 而且与 K-均值聚类方法相比, 其聚准率和聚全率分别提高 7.546 7% 和 8.666 7%; 与最邻近聚类算法相比, 其聚准率和聚全率分别提高 3.783 3% 和 5.333 3%。本文方法的计算效率不高, 因此, 如何提高本文算法的计算效率, 将是我们下一步要解决的问题。

参考文献:

- [1] Kak S. On quantum neural computing [J]. Information Sciences (S0020-0255), 1995, 83(3): 143-160.
- [2] Gopathy P, Nicolaos B. Quantum neural networks (QNNs) inherently fuzzy feedforward neural networks [J]. IEEE Transactions on Neural Networks (S1045-9227), 1997, 8(3): 679-693.
- [3] Ventura D, Tony M. Quantum associative memory with exponential capacity [C]// Proceedings of the IEEE International Joint Conference on Computational Intelligence. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1998:

- 509-513.
- [4] Ajit N, Tammy M. Quantum artificial neural network architectures and components [J]. Information Sciences (S0020-0255), 2000, 128(3): 231-255.
- [5] 解光军, 庄镇泉. 量子神经网络[J]. 计算机科学, 2001, 28(7): 1-6.
- [6] 解光军, 范海秋, 操礼程. 一种量子神经计算网络模型[J]. 复旦学报(自然科学版), 2004, 43(5): 700-703.
- [7] 解光军, 周典, 范海秋. 基于量子门组单元的神经网络及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(5): 113-117.
- [8] Maeda M, Suenaga M, Miyajima H. Qubit neuron according to quantum circuit for XOR problem [J]. Applied Mathematics and Computation (S0096-3003), 2007, 185(2): 1015-1025.
- [9] Li Panchi, Li Shiyong. Learning algorithm and application of quantum BP neural networks based on universal quantum gates [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics (S1004-4132), 2008, 19(1): 167-174.
- [10] 李盼池. 一种量子神经网络模型学习算法及应用[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(5): 531-534.
- [11] Li Panchi, Song Kaoping, Yang Erlong. Model and Algorithm of Neural Networks with Quantum Gated Nodes [J]. Neural Network World(S1210-0552), 2010, 20(2): 189-206.
- [12] 李盼池, 李士勇. 一种量子自组织特征映射网络模型及聚类算法[J]. 量子电子学报, 2007, 24(4): 463-468.
- [13] Li Panchi, Xiao Hong. An improved quantum-behaved particle swarm optimization algorithm [J]. Applied Intelligence (S0924-669X), 2014, 40(3): 479-496.
- [14] Li Panchi. A quantum-behaved evolutionary algorithm based on the Bloch spherical search [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (S1007-5704), 2014, 19(4): 763-771.
- [15] Giuliano B, Giulio C, Giuliano S. Principles of Quantum Computation and Information Volume I: Basic Concepts [M]. Singapore: World Scientific, 2004: 108-112.
- [16] Simon Haykin. 神经网络原理[M]. 叶世伟, 史忠植, 译. 北京: 机械工业出版社, 2004: 321-334.
- [17] 李炜. 基于 K 均值聚类的定位算法分析[J]. 广西工学院学报, 2012, 23(3): 45-48, 76.
- [18] 刘福才, 马丽叶. 基于最邻近聚类和向量模糊 c-均值的混沌预测[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(12): 2162-2165.