

8-20-2020

Digital Bathymetry Model for Multibeam Based on Attitude and Terrain Effect

Jiacheng Yu

1. Department of Electronics and Information Engineering, North China Institute of Science and Technology, Langfang 065201, China;;

Xueqiang Xu

2. China South Industries Research Academy, Beijing 100089, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Digital Bathymetry Model for Multibeam Based on Attitude and Terrain Effect

Abstract

Abstract: Aiming at the problems of expensive multibeam system and bumpy ship in bathymetric survey for seafloor, a digital bathymetry model based on depth data according to principle of multibeam bathymetric sonar system was designed, and a correction method of water depth survey due to effect of angular beam-width, vehicle attitude and terrain was given. Accordingly, seafloor was scanned with this model and terrain map was constructed to mimic the realtime terrain. The model and correction were verified by using practical water depth data of certain seafloor. Simulation results show that the model is in accordance with theoretical analysis and practical situation, and the correction effect of water depth is obvious. This technology has certain application value in bathymetric survey for seafloor and imitating real multibeam bathymetric sonar system.

Keywords

multibeam bathymetry model, depth correction, angular beam-width, attitude, terrain

Recommended Citation

Yu Jiacheng, Xu Xueqiang. Digital Bathymetry Model for Multibeam Based on Attitude and Terrain Effect[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(4): 824-829.

基于姿态和地形效应的多波束测深模型

于家成¹, 徐学强²

(1. 华北科技学院电子信息工程学院, 廊坊 065201; 2. 中国南方工业研究院, 北京 100089)

摘要:针对海底地形测量中多波束系统价格昂贵和测量船颠簸的问题, 以已有的海底水深数据为基础, 根据多波束系统工作原理, 建立多波束系统数字水深测量模型, 对其中波束角效应, 载体姿态效应和地形效应产生的测深影响进行改正, 进而对海底进行模拟扫描, 以改正后的水深测量数据生成实时测量地形。仿真结果表明, 该模型比较符合理论分析及实际情况, 测深改正后生成地图的精度明显提高。该载体姿态改正方法在海洋水深测量和模拟实际多波束系统中有一定的应用价值。

关键词:多波束测深模型; 测深改正; 波束角; 姿态; 地形

中图分类号: P229.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2015) 04-0824-06

Digital Bathymetry Model for Multibeam Based on Attitude and Terrain Effect

Yu Jiacheng¹, Xu Xueqiang²

(1. Department of Electronics and Information Engineering, North China Institute of Science and Technology, Langfang 065201, China;

2. China South Industries Research Academy, Beijing 100089, China)

Abstract: Aiming at the problems of expensive multibeam system and bumpy ship in bathymetric survey for seafloor, a digital bathymetry model based on depth data according to principle of multibeam bathymetric sonar system was designed, and a correction method of water depth survey due to effect of angular beam-width, vehicle attitude and terrain was given. Accordingly, seafloor was scanned with this model and terrain map was constructed to mimic the realtime terrain. The model and correction were verified by using practical water depth data of certain seafloor. Simulation results show that the model is in accordance with theoretical analysis and practical situation, and the correction effect of water depth is obvious. This technology has certain application value in bathymetric survey for seafloor and imitating real multibeam bathymetric sonar system.

Keywords: multibeam bathymetry model; depth correction; angular beam-width; attitude; terrain

引言

海底地形测量是海洋调查研究、海洋资源环境开发和海洋工程设计的工作基础, 它最基本的任务, 就是测量海水的深度, 测绘海底地形图(水深

图)^[1]。测量手段从单波束回声设备发展到多波束测深声纳系统MBSS, 这是一种由多传感器组成的进行水底地形地貌测绘的复杂系统^[2-3], 能一次给出与航向垂直的垂面内几十个甚至上百个海底被测点的水深值, 或者一定宽度的全覆盖水深条带^[4], 具有较测点的水深值, 或者一定宽度的全覆盖水深条带^[4], 具有较宽的扫描幅和较高的测点密度; 另一方面, 较窄的波束、先进的检测技术和精密的声线改正方法的采用, 也确保了测点船体坐标的归位计算精度, 从而多波束测深具有全覆盖、高精度、高



收稿日期: 2013-12-13 修回日期: 2015-01-12;
基金项目: 中央高校基本科研业务费资助项目 (2011103);
作者简介: 于家成(1967-), 男, 山东, 博士, 副教授, 研究方向为电子测量、运动体建模与仿真; 徐学强 (1977-), 男, 山东, 博士, 工程师, 研究方向为导航、制导与控制。

<http://www.china-simulation.com>

• 824 •

密度和高效率的特点。

在进行海底数字模拟试验中,通常已经知道原始的海底离散点水深数据,通过以网格数为变量的插值算法可以建立数字地形高程模型DEM^[5]。在文献[6]中,利用军用等高线地图生成三维地形,对等高线地图进行扫描、二值化、细化以及连接断点等预处理后,从等高线上读取数据。通过做穿越等高线包络的辅助线对所有采样点进行高程赋值。所使用的算法对圆形山包或圆形山凹适用,对复杂地形适应性不足。文献[7]在假定水层只有一层、忽略声线折射的影响前提下,进行了姿态和地形改正,但改正公式中横绕与俯仰单独影响,没涉及横绕和俯仰的耦合影响。文献[8]在进行海洋测深的波束角效应改正时建立了一个简易的单波束数字测深仪模型来模拟实际测量的水深数据。同时多波束系统处在一个复杂的测量环境中,影响测量精度的因素很多,这些因素包括:波束角宽度、地形的起伏、载体姿态的变化、海水温度及盐度引起的声线弯曲等,因此选用合理的方法消除这些误差和噪声,并进行优化数据处理,得到准确的测量结果是多波束测深数据处理的核心任务^[9]。文献[11]基于波束角和地形效应,建立了水深测量数字改正模型,但未对载体的姿态效应进行分析。本文以文献[4]中单平面换能器多波束系统为例进行建立水深测量数字模型,仅就载体横绕和俯仰产生的姿态效应和地形的耦合效应产生的水深测量影响进行改正。把改正效果与文献[7]进行比较,结果表明,本文算法在改正精度方面优于文献[7]算法。

1 多波束声纳测深工作原理

为了描述多波束测量海底水深,首先以波束数为16,波束角为 $2^\circ \times 2^\circ$ 的单平面换能器多波束声纳为例来说明实际多波束声纳系统的测深原理^[4]。

在图1中,系统声信号的发射和接收由方向垂直的发射阵和接收阵组成。发射阵平行船纵向(龙骨)排列,并呈两侧对称向正下方发射 2° (沿船纵向) $\times 44^\circ$ (沿船横向)的扇形脉冲声波,接收阵沿船横

向(垂直龙骨)排列,以 20° (沿船纵向) $\times 44^\circ$ (沿船横向)的16个接收波束角接收来自海底照射面积为 2° (沿船纵向) $\times 44^\circ$ (沿船横向)扇区的回波。接收指向性和发射指向性叠加后,形成沿船横向、两侧对称的16个 $2^\circ \times 2^\circ$ 波束。这种发射接收方法使多波束系统在完成一个完整发射接收过程后,形成一条一系列窄波束测点组成的、在船只正下方垂直航向排列的测深剖面^[2]。波束开角一般从 $1.5^\circ \times 1.5^\circ$ 到 $3^\circ \times 3^\circ$,如EM3000为 $1.5^\circ \times 1.5^\circ$,但也存在 $3.3^\circ \times 2^\circ$,如EM950。

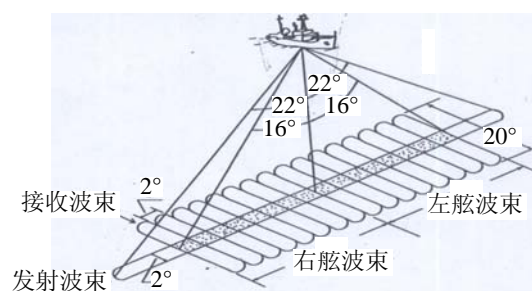


图1 多波束声纳条带测深的工作原理示意图

2 载体姿态效应产生的水深测量改正模型

2.1 当测点处为水平海底时

在多波束测深中,波束角宽度及地形起伏变化都要对测深产生影响,在图2中,第 i 个波束原来所扫描区域为 S_1S_2 ,由于载体横绕 γ 角和俯仰 φ 角,新的扫描区间为 $S'_1S'_2$,姿态变化过程中,扫描波束划过一个平行四边形区域 $S_1S'_1S'_2S_2$,从换能器到测点的记录距离 $r'_i(x_n, y_m) = |PS'_1|$ 为波束内测量的最小距离,而真实距离 $r_i(x_n, y_m) = |PS|$ 为波束中线的长度,从而产生测距变形,这种变形是由波束角、姿态角和地形共同引起的,因此,第 i 个波束从换能器到测点的真实距离

$$r_i(x_n, y_m) = |PS| = \frac{|PS'_1| \cdot \sec(i - \frac{1}{2})\theta}{\sqrt{\sec^2((i-1)\theta + \gamma) + \tan^2\varphi}} = \frac{r'_i(x_n, y_m) \cdot \sec(i - \frac{1}{2})\theta}{\sqrt{\sec^2((i-1)\theta + \gamma) + \tan^2\varphi}} \quad (1)$$

第 i 个波束的换能器下真实水深

$$Z_i = r'_i(x_n, y_m) \cdot \cos(i - \frac{1}{2})\theta = \frac{r'_i(x_n, y_m) \cdot \sec(i - \frac{1}{2})\theta}{\sqrt{\sec^2((i-1)\theta + \gamma) + tg^2\varphi}} \cdot \cos(i - \frac{1}{2})\theta \quad (2)$$

距离中心点的真实水平距离

$$Y_i = r'_i(x_n, y_m) \cdot \sin(i - \frac{1}{2})\theta = \frac{r'_i(x_n, y_m) \cdot \sec(i - \frac{1}{2})\theta}{\sqrt{\sec^2((i-1)\theta + \gamma) + tg^2\varphi}} \cdot \sin(i - \frac{1}{2})\theta \quad (3)$$

由波束角及载体横绕产生的横向位置偏移量为

$$\begin{aligned} |S_1S| &= |P_1S| - |P_1S_1| = \\ &= |PS| \cdot \sin(i - \frac{1}{2})\theta - |PS_1| \cdot \sin(i-1)\theta = \\ &= \frac{r'_i(x_n, y_m)}{\sqrt{\sec^2((i-1)\theta + \gamma) + tg^2\varphi}} \cdot \\ &\quad [tg(i - \frac{1}{2})\theta - tg(i-1)\theta \cdot \sin(i-1)\theta] \end{aligned} \quad (4)$$

由载体俯仰产生的纵向位置偏移量为

$$|P_1P'_1| = |P_1S| - |P_1S_1| = \frac{r'_i(x_n, y_m)}{\sqrt{\sec^2((i-1)\theta + \gamma) + tg^2\varphi}} \cdot tg\varphi \quad (5)$$

对平坦海底，由于只有姿态对测深产生影响，在上述式中，船体横绕角 γ ，俯仰角 φ 与波束角相互耦合，对测深的影响效果通过上述系列运算计入到新的水深值中，从而消除了姿态对测深的影响。

文献[7]中，在假定水层只有一层、忽略声线折射的影响前提下，由横摇误差引起的波束侧向水平误差和水深误差的近似值为

$$\begin{aligned} E_H &= Z \left[\tan\theta - \frac{\sin(\theta + \delta_\gamma)}{\cos\theta} \right] \\ E_V &= Z \left[\tan\theta - \frac{\sin(\theta + \delta_\gamma)}{\cos\theta} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

由纵摇误差引起的波束航向水平误差和水深误差的近似值为

$$\left. \begin{aligned} E_H &= Z \tan\delta_p \\ E_V &= Z [1 - \cos\delta_p] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式(6)(7)中， E_H 为水平误差； E_V 为水深误差； θ 为波束角； δ_γ 为横绕误差， δ_p 为纵绕误差， Z 表示测量水深。可以看出横绕与纵绕分别影响测深。从而改正后的水深为

$$Z_C = \left[1 + (1 - \cos\delta_p) \left(1 - \frac{\cos(\theta + \delta_\gamma)}{\cos\theta} \right) \right] \quad (8)$$

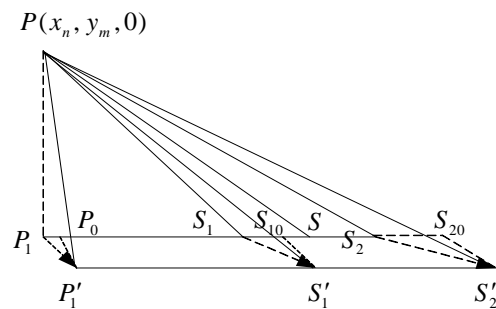


图 2 右舷第 i 个波束投射平面海底示意图

2.2 当测点处为倾斜海底时

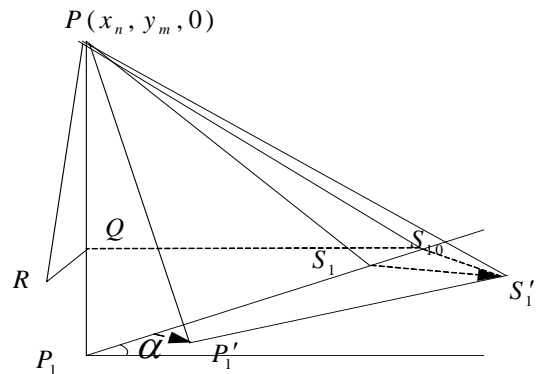


图 3 右舷第 i 个波束投射倾斜海底示意图

情形1，如图3所示，当 $\alpha < (i-1)\theta$ 时，测量波束左侧边缘取得最小值，此时，经过姿态变化，第 i 个波束从换能器到测点的记录距离 $r'_i(x_n, y_m) = |PS'_1|$ ，

$$PQ = PS_{10} \sec((i-1)\theta + \gamma) \quad (9)$$

在直角三角形 ΔPQR 中，

$$QR = PQ \cdot tg\varphi = PS_{10} \sec((i-1)\theta + \gamma) tg\varphi \quad (10)$$

在直角三角形 $\Delta PS_{10}S'_1$ 中, $S_{10}S'_1 = QR$, 根据勾股定理有:

$$PS_{10}^2 + S_{10}S_1'^2 = (r'_i(x_n, y_m))^2 \quad (11)$$

可得

$$PS_{10} = \frac{r'_i(x_n, y_m)}{\sqrt{1 + \sec^2((i-1)\theta + \gamma)tg^2\varphi}} \quad (12)$$

在三角形 $\Delta P P_1 S_{10}$ 中,

$$P P_1 = \frac{\sin(90^\circ + \alpha - (i-1)\theta - \gamma)}{\sin(90^\circ - \alpha)} PS_{10} \quad (13)$$

在三角形 $\Delta P P_1 S_1$ 中,

$$\begin{aligned} PS_1 &= \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin(90^\circ + \alpha - (i-1)\theta)} P P_1 = \\ &= \frac{\sin(90^\circ + \alpha - (i-1)\theta - \gamma)}{\sin(90^\circ + \alpha - (i-1)\theta)} PS_{10} = \\ &= \frac{\sin(90^\circ + \alpha - (i-1)\theta - \gamma)}{\sin(90^\circ + \alpha - (i-1)\theta)} \cdot \\ &= \frac{r'_i(x_n, y_m)}{\sqrt{1 + \sec^2((i-1)\theta + \gamma)tg^2\varphi}} \end{aligned} \quad (14)$$

根据文献[11], 其真实距离

$$\begin{aligned} r_i(x_n, y_m) &= PS_1 \cdot \cos((i-1)\theta - \alpha) \cdot \sec((i - \frac{1}{2})\theta - \alpha) = \\ &= \frac{r'_i(x_n, y_m)}{\sqrt{1 + \sec^2((i-1)\theta + \gamma)tg^2\varphi}} \cdot \frac{\sin(90^\circ + \alpha - (i-1)\theta - \gamma)}{\sin(90^\circ + \alpha - (i-1)\theta)} \cdot \\ &= \cos((i-1)\theta - \alpha) \cdot \sec((i - \frac{1}{2})\theta - \alpha) \end{aligned} \quad (15)$$

情形2, 如图2所示, 当 $\alpha > i\theta$, 但此时为倾斜海底, 测量波束右侧边缘取得最小值, 此时, 经过姿态变化, 第*i*个波束从换能器到测点的记录距离 $r'_i(x_n, y_m) = |PS'_2|$, 同理可以得到其真实距离

$$\begin{aligned} r_i(x_n, y_m) &= PS_2 \cdot \cos(\alpha - i\theta) \cdot \sec(\alpha - (i - \frac{1}{2})\theta) = \\ &= \frac{r'_i(x_n, y_m)}{\sqrt{1 + \sec^2(i\theta + \gamma)tg^2\varphi}} \cdot \frac{\sin(90^\circ + \alpha - i\theta - \gamma)}{\sin(90^\circ + \alpha - i\theta)} \cdot \\ &= \cos(\alpha - i\theta) \cdot \sec(\alpha - (i - \frac{1}{2})\theta) \end{aligned} \quad (16)$$

同理分析 $(i-1)\theta \leq \alpha \leq i\theta$ 及 $\alpha < 0$ 的情况。

2.3 海底倾斜角 α 的求取

如情形1中图3所示, 当 $\alpha < (i-1)\theta$ 时, 测量波束左侧边缘取得最小值, 此时第*i*个波束从换能器到测点的记录距离 $r'_i(x_n, y_m) = |PS'_1|$, 恢复成姿态

未变化时为 $r'_i(x_n, y_m) = |PS_1|$, 在波束剖面三角形 $\Delta S_1 PS_2$ 中, 根据余弦定理, 得

$$|S_1 S_2| = \sqrt{|PS_1|^2 + |PS_2|^2 - 2|PS_1| \cdot |PS_2| \cdot \cos \angle S_1 PS_2} = \sqrt{|r''_i|^2 + |r''_{i+1}|^2 - 2|r''_i| \cdot |r''_{i+1}| \cdot \cos \theta} \quad (17)$$

根据正弦定理得

$$\sin \beta = \frac{r''_i \cdot \sin \theta}{\sqrt{|r''_i|^2 + |r''_{i+1}|^2 - 2|r''_i| \cdot |r''_{i+1}| \cdot \cos \theta}} \quad (18)$$

从而得到

$$\alpha = 90^\circ - (180^\circ - i\theta - \beta) = i\theta + \beta - 90^\circ \quad (19)$$

当 $\alpha > 0$ 时对应斜坡向上情况, 当 $\alpha < 0$ 时对应斜坡向下情况。

对倾斜海底, 测深要受到船体姿态和倾斜地形的共同影响。船体的横绕角 γ 、俯仰角 φ 可以通过导航手段得到, 地形对测深的影响主要以沿船体横向的倾斜角 α 来体现, 根据(19)计算 α , 计入到式(15)(16)中获得换能器到测点的真实距离, 进而计算真实水深和脚印位置。

3 测深模型扫描算法仿真

3.1 生成模拟海底地形

为进行海底扫描, 首先要生成模拟海底地形, 由于原始水深数据格网间距较大为463m, 一般先要对原始测深数据进行精密插值, 形成DTM。在插值函数中双三B-样条曲面插值能形成2阶连续可微的曲面, 比较符合实际中多数地形曲面平滑的特点, 因此选择双三次B-样条曲面插值作为插值函数, 经过插值格网间距较小, 以保证在一个波束内能够至少跨越一个网格点。本文采用某海域实际海图进行试验仿真, 原始水深数据为纬度范围: 25.601 751°~25.639 282°, 经度范围: 125.128 128°~125.165 657°, 水深范围: -1 448.968m~-965.132m, 10×10共100个网格点, 平均格网间距463m。为了模拟实际测深, 对海图进行样条插值形成1001×1001格网模拟实际水深值, 插值后的格网间距为4m, 在该海域具有一条海脊和一条海沟。

3.2 离散点搜索

在纬度 25.612 972 769 处沿纬度方向，应用本文设计的数字测深模型由西向东进行扫描，波束角 2° ，波束数 16，扫描长度 101 个点，测船具有 0.2° 的俯仰和横绕。在进行地图扫描时，先把换能器中心归结到最近网格点，以该点为中心，以 $2\max |z| \cdot \text{tg}(i\theta)$ 为边长建立正方形作为搜索区域，搜索区域足够大，以保证满足波束扫描的网格点在搜索区域内，搜索点数为 $\text{int}(\frac{2\max |z| \cdot \text{tg}(i\theta)}{\text{grid}}) + 1$ (grid 为网格间距)，如图 4 所示，按照搜索条件 $(i-1)\theta \angle (\overline{PS}_1, \overline{PS}_i) \leq i\theta$ 进行搜索，从而得到所有记录水深 $r'_i(x_n, y_m)$ 。

将得到的第一个波束的最近纬度网格点，作为下一个投射波束搜索起点；对右舷第 i 个波束，从第 $i-1$ 个波束所在网格点处依次增大纬度进行搜索。如果插值过粗，在一个波束内没有网格点时，把前一个波束扫描所获得的水深作为当前波束探测得到的水深。

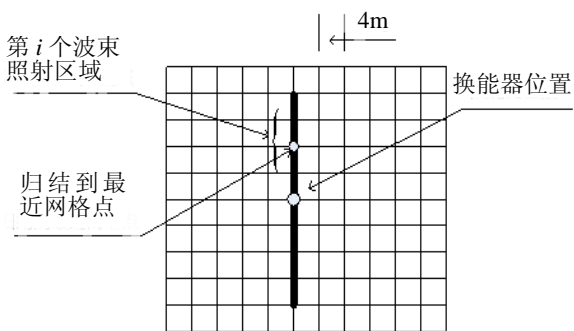


图 4 多波束扫描图

3.3 获得倾斜角 α

根据所获得记录水深，按照式(14)、(15)、(16)求水深所在位置处的倾斜角 α ，当 $\alpha < (i-1)\theta$ 时，按照式(12)对记录的水深值进行校正；当 $\alpha > i\theta$ 时，按照式(13)对记录的水深值进行校正。

3.4 求脚印所在网格点

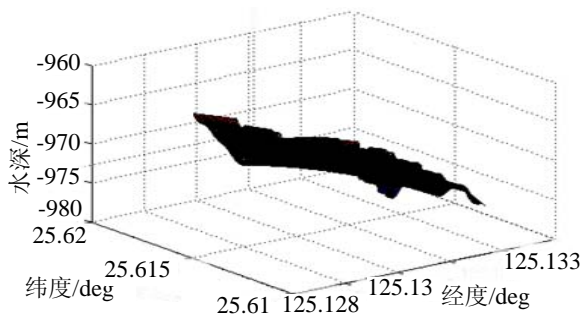
脚印位置 Y_i 位于波束中线上，由于网格作为位置最小单位，因此需要把脚印归结到最近网格点。

3.5 按脚印重插值

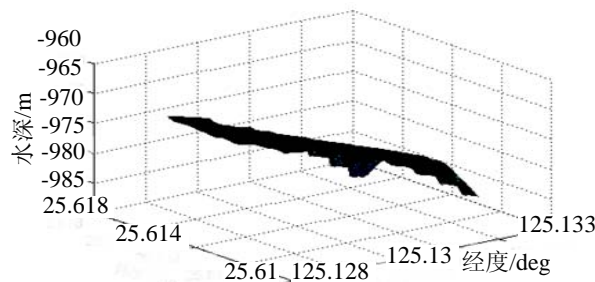
将产生的脚印位置按照插值后的格网间距进行重新插值。由于在归结过程中，归结到的网格点水深是经过改正后的测量水深值，而不是原地图的水深值，第二部分网格点未被归结到，为了获得未被归结到的网格点水深，需要以测量改正后的水深值进行重新插值，对波束一次扫描到的深度值按照插值后的格网间距进行重采样，按照网格数沿径向进行一维样条插值，插值时以纬度网格数为单位，如果以度为单位，由于数据较长，容易产生极大的运算累积误差，建立多波束系统在一个位置得到的垂直船体纵向的水深窄条。

3.6 获得水深测量实时地图

经过船体运动，把多波束系统多个位置的水深窄条连接一起形成水深条带。取出水深条带中间部分模拟产生实际水深测量地图。由于边缘脚印位置不是矩形，为了得到矩形地图，我们取出扫描图的中间矩形区域部分作为测量得到的水深地图，如图 5 所示，相对改正前，改正后的地形更显平滑。



(a) 改正前重插值产生立体图

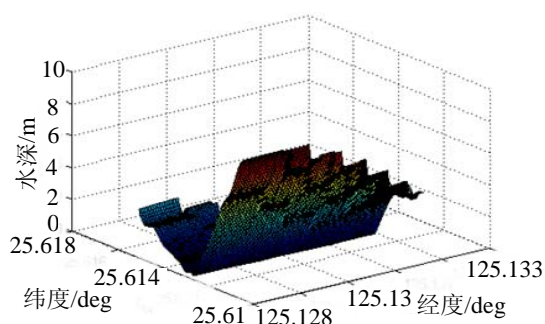


(b) 改正后重插值产生立体图

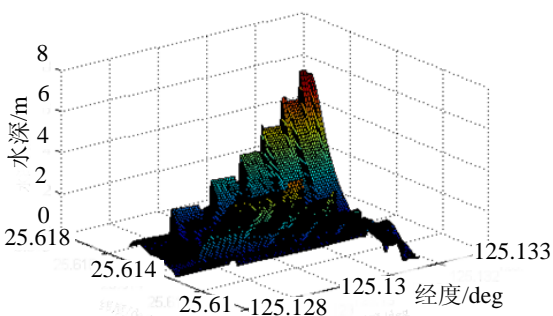
图 5 重插值生成立体图

4 测量误差分析

对取出的中间矩形区域, 将改正前与改正后的地图分别与原地图进行相减, 获得该区域每个网格点的水深误差曲面, 如图6所示, 同时记录该误差数据记录如表1所示, 经度范围: $125.128\ 128^{\circ} \sim 125.131\ 880\ 9^{\circ}$ 。从图6中可以发现, 中心波束改正效果明显, 边缘波束改正稍弱, 这主要是因为边缘波束较大倾斜的照射海底, 照射面较宽, 获得的离散点较多原因所致。相对与文献[7]中的改正算法, 本文算法改正效果更明显, 精度比文献[7]中更高, 这也从表1中的数据显示出来。



(a) 改正前误差曲面



(b) 改正后误差曲面

图 6 测深误差曲面

表 1 所建地图与真实地图之间误差

	平均误差(m)	最大误差(m)	纬度范围($^{\circ}$)
原测量	2.213 2	8.537 1	25.610 5~25.615 6
本文算法	1.623 6	7.113 1	25.610 5~25.615 6
文献算法	1.644 3	8.218 5	25.610 5~25.615 6

5 结论

本文针对单平面换能器多波束系统存在姿态

情况下建立测深模型, 并对姿态和地形效应进行改正。首先分析多波束系统的工作原理, 并充分考虑波束立体特征以及海底的二维区域特征, 建立了多波束系统测量模型, 详细给出了形成海底模拟地图的步骤, 对载体姿态效应及地形效应对测深产生的影响通过海底倾斜角 α 进行了改正。进而通过某海域实际数据海图进行仿真, 由表1及图6(a)(b)中可见, 经过测深改正的地图精度提高了0.6m, 由图5(a)(b)中可以发现, 改正后的地图相对以前的地图获得了更好的平滑, 测深扫描图形与理论分析及实际情况比较符合。由于船体航行, 姿态和地形信息不断变化, 算法还可以根据变化情况自动调整, 以具有更好的适应性。

参考文献:

- [1] 孙革. 多波束测深系统声速校正方法研究及应用 [M]. 青岛: 中国海洋大学, 2007.
- [2] 丁继胜, 周兴华, 等. 多波束测深声纳系统的工作原理 [J]. 海洋测绘, 1999 (3): 15-22.
- [3] Eric Hammerstad. Multibeam Echo Sounder for EEZ Mapping [C]// OCEANS '97. MTS/IEEE Conference Proceedings. USA: IEEE, 1997, 2: 1255-1259.
- [4] 李家彪. 多波束勘测原理技术与方法 [M]. 北京: 海洋出版社, 1999.
- [5] John A Bunce, Marian O Clough. Multibeam Seabed Topographic Classification [C]// OCEANS '97. MTS/IEEE Conference Proceedings. USA: IEEE, 1997, 2: 1260-1265.
- [6] 郭晓刚, 黄先祥, 仲启媛, 等. 基于辅助线的等高线生成三维地形算法研究 [J]. 系统仿真学报, 2011, 23(6): 1191-1194.
- [7] 阳凡林, 李家彪, 吴自银, 等. 多波束测深瞬时姿态误差的改正方法 [J]. 测绘学报, 2009, 38(5): 450-456.
- [8] 刘雁春, 陈永奇. 海洋测深的波束角效应及其改正 [J]. 海洋测绘, 1999 (2): 20-27.
- [9] Okino M, Higashi Y. Measurement of Seabed Topography by Multibeam Sonar Using CFFT [J]. Oceanic Engineering, IEEE Journal (S0364-9059), 1986, 11(4): 474-479.
- [10] 郑彤, 周亦军, 边少锋. 多波束测深数据处理及成图 [J]. 海洋通报, 2009, 28(6): 112-117.
- [11] 于家成, 宋春雷, 晏磊, 等. 多波束声纳数字测深与改正模型 [J]. 北京大学学报(自然科学版), 2008, 44(3): 429-433.