

# Journal of System Simulation

---

Volume 27 | Issue 2

Article 21

---

9-2-2020

## Controller Design for Hypersonic Vehicle Based on Kalman Filter

Tao Chao

*Department of Mechanics and Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433, China;*

Jianliang Ai

*Department of Mechanics and Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>

 Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Controller Design for Hypersonic Vehicle Based on Kalman Filter

## Abstract

**Abstract:** For a generic hypersonic vehicle with unstable longitudinal and lateral-directional mode, considering the three dimensional turbulence and their gradient, all states linear dynamic equations were established. *All states  $H_\infty$  feedback control was proposed based on the discrete Kalman filter when three dimensional turbulence and system measurement noise were taken into consideration. In this way, state estimation created by the Kalman filter to the  $H_\infty$  controller was delivered. This method could guarantee the robustness when external atmospheric turbulence and itself parameter matrices perturbation caused by the flight condition variation existed.* The results show that for both the nominal system and the perturbed system,  $H_\infty$  feedback controller based on the discrete Kalman filter can restrain external disturbance and system parameter matrices perturbation effectively. So the system owns strong robustness.

## Keywords

three dimensional turbulence, hypersonic vehicle,  $H_\infty$  control, Kalman filter, robustness

## Recommended Citation

Tao Chao, Ai Jianliang. Controller Design for Hypersonic Vehicle Based on Kalman Filter[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(2): 376-383.

# 基于卡尔曼滤波的高超声速飞行器控制器设计

陶超, 艾剑良

(复旦大学力学与工程科学系, 上海 200433)

**摘要:** 针对纵向模态和横航向模态都不稳定的一种通用的高超声速飞行器, 建立了三维紊流及紊流梯度下的高超声速飞行器全状态线性化的动力学模型。在考虑三维紊流和紊流梯度干扰和系统测量噪声条件下, 提出了一种基于离散卡尔曼滤波的全状态  $H_\infty$  反馈增稳控制器。该方法通过卡尔曼滤波器将状态估计值作为反馈量传递给  $H_\infty$  控制器, 能保证存在三维大气紊流干扰, 系统测量噪声和飞行条件变化所引起的系统参数矩阵摄动时的鲁棒性。仿真结果表明, 不管是针对标称模型还是参数摄动后的模型, 基于卡尔曼滤波器的  $H_\infty$  反馈增稳控制器能有效抑制外界干扰和系统自身参数摄动, 说明该方法具有较强的鲁棒性。

**关键词:** 三维紊流; 高超声速飞行器;  $H_\infty$  控制; 卡尔曼滤波; 鲁棒性

中图分类号: TP391.9; V249.1 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2015) 02-0376-08

## Controller Design for Hypersonic Vehicle Based on Kalman Filter

Tao Chao, Ai Jianliang

(Department of Mechanics and Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** For a generic hypersonic vehicle with unstable longitudinal and lateral-directional mode, considering the three dimensional turbulence and their gradient, all states linear dynamic equations were established. All states  $H_\infty$  feedback control was proposed based on the discrete Kalman filter when three dimensional turbulence and system measurement noise were taken into consideration. In this way, state estimation created by the Kalman filter to the  $H_\infty$  controller was delivered. This method could guarantee the robustness when external atmospheric turbulence and itself parameter matrices perturbation caused by the flight condition variation existed. The results show that for both the nominal system and the perturbed system,  $H_\infty$  feedback controller based on the discrete Kalman filter can restrain external disturbance and system parameter matrices perturbation effectively. So the system owns strong robustness.

**Keywords:** three dimensional turbulence; hypersonic vehicle;  $H_\infty$  control; Kalman filter; robustness

## 引言

相比于常规的飞行器, 高超声速飞行器飞行速度快, 全球到达, 使得敌方对它的探测和拦截十分



作者简介: 陶超(1987-), 男, 江苏南京人, 博士, 研究方向为飞行力学, 飞行控制, 飞行性能等; 艾剑良(1965-), 男, 江西临川人, 教授, 博导, 研究方向为飞行器总体设计, 飞行力学与飞行控制及飞行仿真技术。

收稿日期: 2014-01-22

修回日期: 2014-04-22

困难; 突防能力强, 射程远, 打击威力大等特点使得高超声速飞行器在未来的战争中占有重要战略地位。但是其结构动力学, 推进系统, 气动热的影响以及相互之间的耦合使得高超声速飞行器的数学模型变的极其复杂。这些特征使得高超声速飞行器对于外界飞行环境的变化十分敏感。更有甚者, 高超声速飞行器本身纵向和横航向均不稳定, 即使是在巡航阶段, 一旦受到外界大气紊流干扰, 其飞

行状态就会无限发散, 从而偏离了预定的轨迹, 这大大减小了其作战效能, 甚至造成严重的后果。因此, 为高超声速飞行器研究强鲁棒稳定性的控制器显得十分重要。

近些年, 国内外的专家学者对于高超声速飞行器的控制问题做了很多研究<sup>[1-7]</sup>, 但是大多数都是对于高超声速飞行器对给定指令的跟踪性能, 没有考虑到大气紊流干扰, 更没有涉及到横航向稳定性问题。而本文针对全状态的高超声速飞行器模型, 在三维紊流及紊流梯度作用下的飞行器的  $H_\infty$  增稳控制器设计。同时考虑到  $H_\infty$  全状态反馈过程中存在的系统测量噪声, 利用离散卡尔曼滤波进行滤波, 把状态估计量的值作为反馈量传递给控制器。最后, 考虑到高超声速飞行器复杂的飞行条件, 当飞行马赫数变化所引起的系统参数矩阵发生改变时, 输入相同强度的大气紊流, 仿真结果表明, 本文所设计基于卡尔曼滤波的  $H_\infty$  增稳控制器能有效的抑制外界大气紊流干扰和系统参数变化, 具有较强的鲁棒性。

## 1 高超声速飞行器的动力学模型

本文主要讨论三维紊流以及紊流梯度对高超声速飞行器巡航状态的影响, 因此需要建立三维紊流下的高超声速飞行器 6 自由度线性化动力学模型, 由于高超声速飞行器的模型很少, 不失一般性, 所用的高超声速飞行器模型是由 NASA 兰利研究中心所设计的 Winged-cone 模型<sup>[8-9]</sup>, 文献[8]给出了详细的几何模型、空气动力学模型和发动机模型。在建立模型之前需要先建立三维大气紊流模型。

### 1.1 三维大气紊流线性模型

在飞行器的飞行过程中通常会遇到各种不同类型的大气扰动, 这种不确定的大气扰动对飞行安全带来危害。对于常规的飞行器来说, 飞行器自身的稳定性就能减弱和消除大气干扰, 而对于不稳定的高超声速飞行器来说, 一旦受到外界大气扰动, 飞行状态短时间内就会发散, 因此研究大气扰动对

高超声速巡航飞行器稳定性的影响显得十分重要。本文所用的是通用的三维 Dryden 紊流模型。三维紊流信号包括三个方向的速度分量  $w_x w_y w_z$  和三个紊流梯度分量  $w_{wx} w_{wy} w_{zx}$ , 分别表示  $x$  方向紊流、 $y$  方向紊流、 $z$  方向紊流以及  $z$  方向紊流沿  $x$  方向的梯度,  $z$  方向紊流沿  $y$  方向的梯度和  $y$  方向紊流沿  $x$  方向的梯度。

$x$  方向的紊流的作用相当于减小飞行速度, 可以表示为:  $Vw = -w_x$ 。

$y$  方向的紊流的作用相当于侧滑角的减小:  $\beta_w = -w_y / V_*$ 。

$z$  方向的紊流的作用相当于减小迎角, 可以表示为:  $\alpha_w = -w_z / V_*$ 。

紊流梯度  $w_{zx}$  在气动效果方面相当于负的俯仰角速度:  $q_w = -w_{zx}$ 。

紊流梯度  $w_{zy}$  在气动效果方面相当于负的滚转角速度  $p_w = -w_{zy}$ 。

紊流梯度  $w_{yx}$  在气动效果方面相当于正的偏航速度:  $r_w = -w_{yx}$ 。

采用功率谱的方法对紊流进行建模, 并且由白噪声输入到成形滤波器来模拟紊流风<sup>[10]</sup>。通过将三维紊流速度和紊流梯度的空间频谱密度转化为时间频率的频谱函数, 并进行分解得到所需成形滤波器的线性化状态空间模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_{wx} = -\frac{1}{T_x} x_{wx} + w & T_x = \frac{L_x}{V} \\ w_x = \frac{K_x}{T_x} x_{wx} & K_x = \sigma_x \sqrt{\frac{L_x}{\pi V}} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{wy} = -\frac{1}{T_y} x_{wy} + w & T_y = \frac{L_y}{V} \\ w_y = \frac{K_y}{T_y} x_{wy} & K_y = \sigma_y \sqrt{\frac{L_y}{\pi V}} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{wz} = -\frac{1}{T_z} x_{wz} + w & T_z = \frac{L_z}{V} \\ w_z = \frac{K_z}{T_z} x_{wz} & K_z = \sigma_z \sqrt{\frac{L_z}{\pi V}} \end{cases} \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_{wzx} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{wzx1} \\ \dot{x}_{wzx2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{T_z + T_{zx}}{T_z T_{zx}} & -\frac{1}{T_z T_{zx}} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \quad \begin{bmatrix} x_{wzx1} \\ x_{wzx2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w \\ w_{zx} = \begin{bmatrix} K_{zx} / (T_z T_{zx}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{wzx1} \\ x_{wzx2} \end{bmatrix} \\ T_{zx} = \frac{4l}{\pi V} \quad K_{zx} = \frac{K_z}{V} \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_{wzy} = -\frac{1}{T_{zy}} x_{wzy} + w \\ T_{zy} = \frac{4l}{\pi V} \\ w_{zy} = \frac{K_{zy}}{T_{zy}} x_{wzy} \\ K_{zy} = \sigma_z \sqrt{\frac{(\pi L_z / 2l)^{1/3}}{5L_z V}} \\ \dot{x}_{wyx} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{wyx1} \\ \dot{x}_{wyx2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{T_y + T_{yx}}{T_y T_{yx}} & -\frac{1}{T_y T_{yx}} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \quad \begin{bmatrix} x_{wyx1} \\ x_{wyx2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w \\ w_{yx} = \begin{bmatrix} K_{yx} / (T_y T_{yx}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{wyx1} \\ x_{wyx2} \end{bmatrix} \\ T_{yx} = \frac{3l}{\pi V} \\ K_{yx} = \frac{K_y}{V} \end{array} \right. \quad (5)$$

其中:  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  和  $\sigma_z$  代表 3 个方向紊流强度;  $L_x$ ,  $L_y$  和  $L_z$  代表 3 个方向紊流尺度, 而对于各向同性的紊流, 则  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$ ,  $L_x = 2L_y = 2L_z$ ,  $l$  为机翼翼展。本文中取  $\sigma_x = 20 \text{ m/s}$ ,  $L_x = 533.5 \text{ m}$ 。

## 1.2 三维大气紊流作用下高超声速飞行器动力学模型线性化

### (1) 质心动力学方程线性化

$$m\dot{V} = T \cos \alpha \cos \beta - D - mg\gamma \quad (7)$$

$$mV\dot{\gamma} = T(\sin \alpha \cos \mu + \cos \alpha \sin \beta \sin \mu) - Y \sin \mu + L \cos \mu - mg \cos \gamma \quad (8)$$

$$m(\dot{v} + ru - pw) = -D \sin \beta + Y \cos \beta + mg \sin \varphi \cos \theta \quad (9)$$

在平飞情况下,  $\beta_* = \mu_* = p_* = r_* = Y_* = \varphi_* = 0$ :

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= [T_V(V - w_x) + T_h h + T_{\delta_r} \delta_T] \cos \alpha_* - \\ &\quad T_* \sin(\alpha_*) \alpha - D_V(V - w_x) - D_h h - \\ &\quad D_\alpha(\alpha + \alpha_w) - D_{\delta_e} \delta_e - \\ &\quad D_{\delta_a} \delta_a - mg \cos(\gamma_*) \gamma \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} mV_* \frac{d\gamma}{dt} &= [T_V(V - w_x) + T_h h + T_{\delta_r} \delta_T] \sin \alpha_* + \\ &\quad T_* \cos(\alpha_*) \alpha + L_V(V - w_x) + \\ &\quad L_\alpha(\alpha + \alpha_w) + L_h h + L_{\delta_e} \delta_e + \\ &\quad L_{\delta_a} \delta_a + mg \sin(\gamma_*) \gamma \quad (11) \end{aligned}$$

考虑到:  $\alpha = \theta - \gamma$ , 则:

$$\begin{aligned} mV_* \frac{d\alpha}{dt} &= mV_* \frac{d\theta}{dt} - \\ &\quad [T_V(V - w_x) + T_h h + T_{\delta_r} \delta_T] \sin \alpha_* - \\ &\quad T_* \cos(\alpha_*) \alpha - L_V(V - w_x) - \\ &\quad L_\alpha(\alpha + \alpha_w) - L_h h - L_{\delta_e} \delta_e - \\ &\quad L_{\delta_a} \delta_a - mg \sin(\gamma_*) (\theta - \alpha) \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \left( \frac{dv}{dt} + u_* r - w_* p \right) &= -D_*(\beta - \frac{w_y}{V_*}) + \\ &\quad Y_\beta(\beta - \frac{w_y}{V_*}) + Y_p(p - w_{zy}) + \\ &\quad Y_r(r - w_{yx}) + Y_{\delta_e} \delta_e + Y_{\delta_a} \delta_a + \\ &\quad Y_{\delta_r} \delta_r + mg \cos(\theta_*) \varphi \quad (13) \end{aligned}$$

考虑到:  $\frac{dv}{dt} = V_* \frac{d\beta}{dt}$ ,  $u_* \approx V_*$ ,  $w_* \approx V_* \alpha_*$ ,

则式(13)变为:

$$\begin{aligned} mV_* \frac{d\beta}{dt} + mV_* r - mV_* \alpha_* p &= -D_*(\beta - \frac{w_y}{V_*}) + \\ &\quad Y_\beta(\beta - \frac{w_y}{V_*}) + Y_p(p - w_{zy}) + \\ &\quad Y_r(r - w_{yx}) + Y_{\delta_e} \delta_e + Y_{\delta_a} \delta_a + \\ &\quad Y_{\delta_r} \delta_r + mg \cos(\theta_*) \varphi \quad (14) \end{aligned}$$

### (2) 绕质心转动动力学方程线性化

$$I_x \frac{dp}{dy} + (I_z - I_y) qr = l \quad (15)$$

$$I_y \frac{dq}{dt} + (I_x - I_z) rp = M \quad (16)$$

$$I_z \frac{dr}{dt} + (I_y - I_x) pq = N \quad (17)$$

在平飞情况下,  $p_* = q_* = r_* = 0$ :

$$I_x \frac{dp}{dt} = l_\beta (\beta - \frac{w_y}{V_*}) + l_p (p - w_{zy}) + l_r (r - w_{yx}) + l_{\delta r} \delta_r + l_{\delta e} \delta_e + l_{\delta a} \delta_a \quad (18)$$

$$I_y \frac{dq}{dt} = M_V(V - w_x) + M_\alpha(\alpha - \frac{w_z}{V_*}) + M_h h + M_q(q - w_{zx}) + M_{\delta e}\delta_e + M_{\delta a}\delta_a \quad (19)$$

$$I_z \frac{dr}{dt} = N_\beta (\beta - \frac{w_y}{V_*}) + N_p (p - w_{\bar{z}y}) + N_{\delta r} \delta_r + N_r (r - w_{yx}) + N_{\delta \phi} \delta_\phi + N_{\delta a} \delta_a \quad (20)$$

### (3) 绕质心运动学方程线性化:

$$\frac{d\varphi}{dt} = p + \tan \theta (q \sin \varphi + r \cos \varphi) \quad (21)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = q \cos \varphi - r \sin \varphi \quad (22)$$

在平飞情况下,  $p_* = q_* = r_* = \varphi_* = 0$ :

$$\frac{d\varphi}{dt} = p + \tan(\theta_*)r \quad (23)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = q \quad (24)$$

#### (4) 质心运动学方程线性化:

$$\frac{dz_g}{dt} = -V \sin \gamma \quad (25)$$

$$\frac{dz_g}{dt} = -\frac{dh}{dt} = -\sin(\gamma_*)V - V_* \cos(\gamma_*)(\theta - \alpha) \quad (26)$$

不失一般性，在 $M=6$ ,  $h = 23\ 200\text{ m}$ 条件下配平，并将式(10), (12), (14), (18), (19), (10), (23), (24), (26)表示成状态空间形式：

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ v &\equiv Cx + Du\end{aligned}\tag{27}$$

其中:  $x = [V \ \alpha \ \beta \ p \ q \ r \ \varphi \ \theta \ h]^T$  (28)

$$w = [w_u \ w_v \ w_r \ w_{ru} \ w_{rv} \ w_{rv}]^T \quad (29)$$

$$x \quad y \quad z \quad zx \quad zy \quad yx \vdash$$

$x = [\delta_T \ \delta_e \ \delta_a \ \delta_r]^T$  (30)

$x$  为高超声速飞行器飞行状态矢量,  $V, \alpha, \beta, p, q, r, \varphi, \theta, h$  分别表示飞行速度、迎角、侧滑角、滚转角速度、俯仰角速度、偏航角速度、滚转角、俯仰角和高度。

$w$  代表三维紊流和紊流梯度。

$u$  表示控制输入量,  $\delta_T$ ,  $\delta e$ ,  $\delta a$ ,  $\delta r$ , 分别表示油门输入、左右升降副翼输入量和方向舵输入量。

$$A = \begin{bmatrix} -6.0693e-4 & -6.7836 & 0 & 0 & 0 \\ -4.7716e-06 & -0.1004 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -6.0204e-2 & 4.6363e-2 & 0 \\ 0 & 0 & -14.4009 & -0.1469 & 0 \\ -6.5351e-06 & 1.6424 & 0 & 0 & -0.1118 \\ 0 & 0 & -1.6072 & 1.6037e-2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1770.4490 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9.7289 & 0 & 2.9629e-4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.4170e-07 & 0 \\ -0.9989 & 0 & 5.4892e-3 & 0 & 0 \\ 1.0204 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1319 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4.6413e-2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1770.4490 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 21.8546 & 2.7101e-2 & 2.7101e-2 & 3.3407e-4 \\ -5.7293e-4 & 4.1864e-5 & 4.18644e-5 & 0 \\ 0 & -1.0989e-7 & 1.0989e-7 & 3.2806e-5 \\ 0 & -4.9333e-2 & 4.9333e-2 & 3.2129e-2 \\ 0 & 1.1000e-2 & 1.1000e-2 & -4.4831e-7 \\ 0 & 1.5255e-5 & -1.5255e-5 & -1.3007e-2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

由此可以得到飞机本体特征根:

$$\lambda = -1.388, 1.176, -3.666e-2, 3.460e-2, 1.452e-3, 0.911, -1.010, 6.883e-2, -0.309$$

像传统飞行器一样, 将纵向和横航向解耦, 前 5 个根代表纵向模态, 与传统 4 阶模态不同, 本文中考虑了高度, 并且出现了不稳定的正根; 后 4 个根代表横航向模态, 通常的滚转收敛模态, 螺旋模态和荷兰滚模态已经出现了不同程度的蜕变, 也出现了不稳定的正根。在这种情况下, 即使是巡航状态, 飞行器一旦遇到扰动, 飞行状态会就会发散, 这严重影响了高超声速飞行器的跟踪精度和打击力度。因此, 为高超声速飞行器设计鲁棒控制器显得十分重要。

## 2 带有卡尔曼滤波器的 $H_\infty$ 控制系统设计

考虑如下广义线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ y &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ z &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \end{aligned} \quad (31)$$

其中:  $x$  是状态变量;  $u$ ,  $y$ ,  $z$  分别是控制信号, 测量输出信号和被调输出信号;  $w$  是具有有限能量的外部输入信号, 包括指令信号和干扰信号。该系统标准  $H_\infty$  控制问题的目标是寻找反馈增益  $K$  满足以下条件:

- (1) 使得所有闭环系统稳定;
- (2) 从扰动输入到被调输出的系统闭环传递函数的  $H_\infty$  范数小于 1,  $\|T_{wz}(s)\|_\infty < 1$ 。具有这样性质的控制  $K$  成为上述广义系统的  $H_\infty$  控制器。

通常对于大多数问题来说, 对于标准的  $H_\infty$  控

制问题, 我们很难求出问题的解, 一般通过合适的变换, 将标准  $H_\infty$  控制问题转换为次优化的  $H_\infty$  控制问题, 使得系统的闭环传递函数的  $H_\infty$  范数小于给定的  $\gamma$ , 或者通过对  $\gamma$  的搜索, 可以求取使得闭环系统扰动抑制度  $\gamma$  最小化的控制器, 这样的控制问题称为系统(31)的最优  $H_\infty$  控制问题<sup>[11]</sup>。

假设, 系统所有的状态都可以直接测量, 即  $y=x$ 。对于系统(31), 我们可以设计状态反馈控制器:

$$u = Kx$$

使得系统(31)满足上述 2 个条件。

引理<sup>[11]</sup>: 对于系统(31), 当且仅当存在一个对称正定的矩阵  $P = P^T \in \Re^{n \times n}$  和矩阵  $Q$  满足以下不等式:

$$\begin{bmatrix} AP + B_2 Q + (AP + B_2 Q)^T & B_1 \\ B_1^T & -I \\ C_1 P + D_{12} Q & D_{11} \\ (C_1 P + D_{12} Q)^T & D_{11} \\ D_{11} & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

那么, 系统的反馈增益为:

$$K = QP^{-1} \quad (33)$$

然而, 如果对于给定的性能  $\gamma$ , 可以进行如下变换:

$$\|T_{wz}(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \|\gamma^{-1}T_{wz}(s)\|_\infty < 1$$

分别用  $\gamma^{-1}C_1$ ,  $\gamma^{-1}D_{11}$  和  $\gamma^{-1}D_{12}$  代替不等式(32)中的  $C_1$ ,  $D_{11}$  和  $D_{12}$ , 再将两边同时乘以  $\text{diag}\{I, I, \gamma I\}$ , 那么不等式(32)变成以下形式:

$$\begin{bmatrix} AP + B_2 Q + (AP + B_2 Q)^T & B_1 \\ B_1^T & -I \\ C_1 P + D_{12} Q & D_{11} \\ \gamma^{-1}(C_1 P + D_{12} Q)^T & D_{11} \\ D_{11} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (34)$$

因此, 对于系统(31), 能够寻找最小的正数  $\gamma$ , 以及一个对称正定矩阵  $P$  和矩阵  $Q$  使得不等式(34)成立, 则系统具有最优  $H_\infty$  控制器。

然而, 对于上述全状态反馈  $H_\infty$  控制器是建立

在所有状态能直接测量的基础上设计的, 而实际上有些飞行状态很难准确测量, 如飞行迎角, 侧滑角等, 此时需利用估计值代替。本文中利用离散型卡尔曼滤波对飞行状态进行估计。紊流噪声输入协方差矩阵为  $Q=1$ ; 测量噪声的协方差矩阵为:  $R=10^{-4} \times diag([1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1])$ 。整个控制系统结构框图如图 1 所示, 其中  $C_1$  是单位阵,  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $D_{21}$  和  $D_{22}$  为 0 矩阵。与传统  $H_\infty$  状态反馈控制器不同的是, 在存在系统测量噪声的情况下, 卡尔曼滤波器通过有效的算法将最优状态估计值作为反馈量传递给  $H_\infty$  控制器, 从而能有效的减小系统测量噪声对整个控制系统的影响。

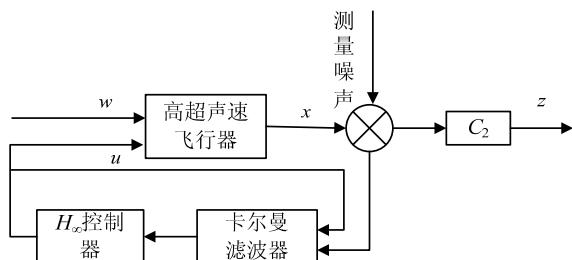


图 1 控制系统结构图

### 3 仿真与分析

针对高超声速飞行器全状态动力学模型, 在三维紊流及紊流梯度输入条件下, 采用 Matlab 的仿真工具 Simulink 进行仿真:

选择被调输出为:

$$z = [V \ \alpha \ \beta \ \theta \ \varphi \ h]^T \quad (35)$$

运用上述线性矩阵不等式方法求得最终  $H_\infty$  状态反馈增益  $K$  为:

$$K = \begin{bmatrix} -2.8512 & -705.22 & 0.01134 & -0.000693 \\ 8.0253 & 316610.86 & -312.64 & 44.876 \\ 8.0266 & 316660.86 & 311.81 & -44.872 \\ -0.00304 & -120.00 & -679.28 & 44.995 \\ 4.2971 & -0.0049036 & 727.33 & -0.000341 & -0.78779 \\ -1889.2 & 103.83 & -3.26032 & 105.18 & 376.80 \\ -1889.5 & -103.32 & -3.26083 & -105.20 & 376.88 \\ 0.59397 & 282.91 & 123.09 & 23.936 & -0.18854 \end{bmatrix}$$

### 3.1 卡尔曼滤波估计值

为了验证存在紊流和测量噪声的情况下卡尔曼滤波的准确性, 将滤波估计值与理论值进行比较, 以迎角为例, 如图 2 所示。

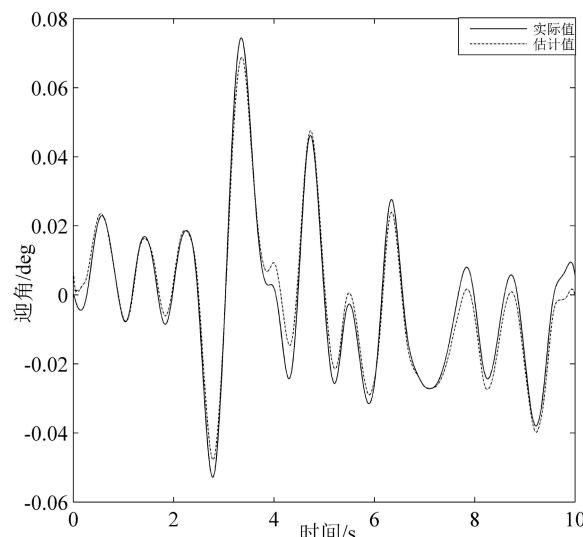


图 2 迎角估计值与实际值比较图

从图中可以看出滤波器估计值与实际值几乎保持一致, 因此本文所设计的卡尔曼滤波器对整个控制系统的滤波是可行的。

### 3.2 标称模型仿真结果

从仿真结果图 3~4 可以看出, 虽然不带卡尔曼滤波器的  $H_\infty$  控制器对外界三维紊流干扰和紊流梯度干扰有很明显的抑制作用, 飞行速度高度以及飞机的姿态角, 都几乎保持不变。尽管角速度变化频率过快, 但幅值很小, 而带有卡尔曼滤波器的  $H_\infty$  控制器对角速率的变化频率抑制更加明显。但是从图 5 可以看出, 不带卡尔曼滤波器的控制输入量较大, 尤其是升降副翼偏角, 并且变化频率很快, 这只是理论上的可能, 而实际中舵机根本达不到这样的速度, 而经过卡尔曼滤波的控制器输入不仅能有效的减少输入幅值, 还能明显的减小舵偏角的变化频率。进一步可以看出, 带有卡尔曼滤波的  $H_\infty$  控制器能有效解决高超声速飞行器的紊流干扰问题, 同时能有效地抑制了测量噪声引起的飞行状态测量值与真实值之间的偏差, 对于原本不稳定的高超声速飞行器起到了明显的增稳效果。

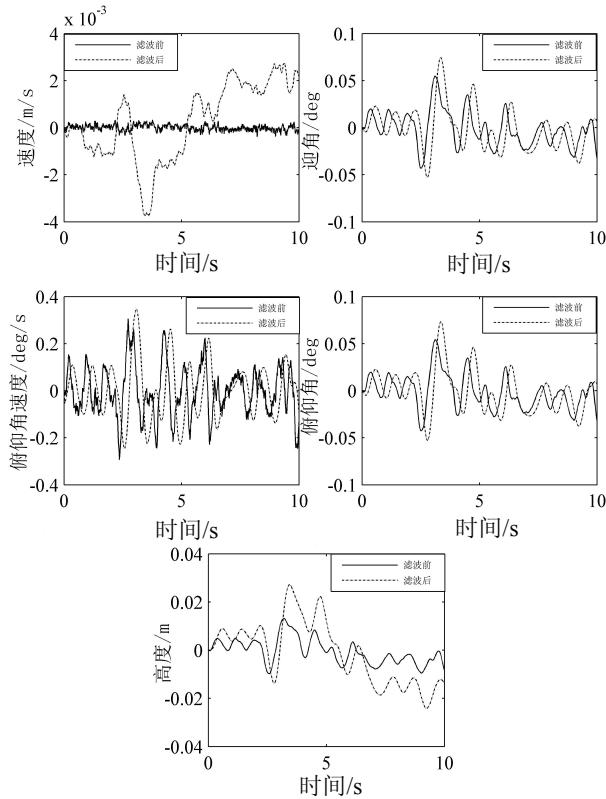


图 3 纵向状态变化曲线

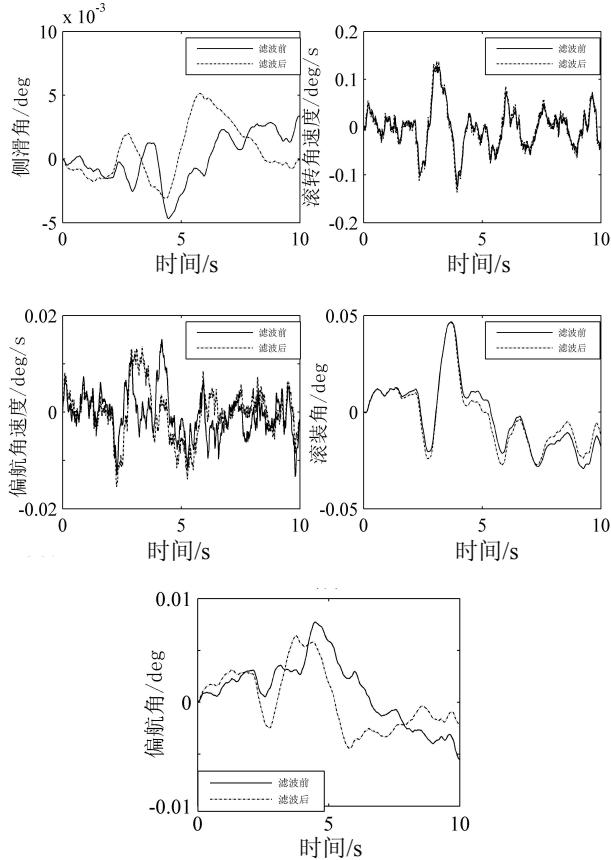


图 4 横航向状态变化曲线

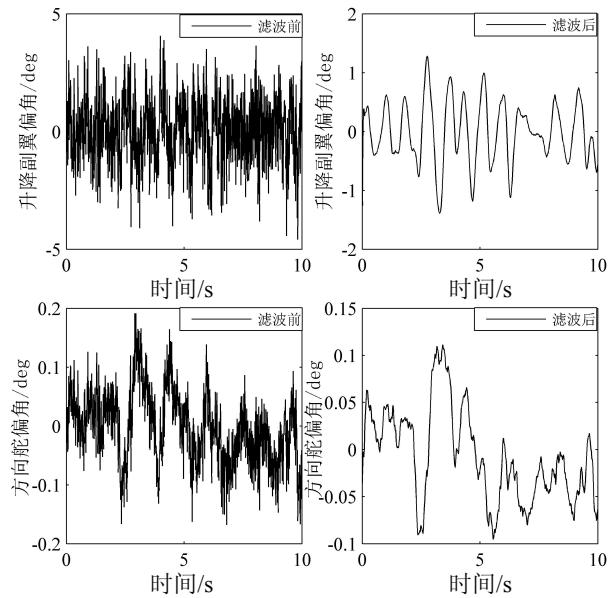


图 5 舵偏角输入曲线

### 3.3 鲁棒性验证

当高超声速飞行器飞行速度由  $M=6$  变化到  $M=7$  时飞行状态发生改变, 则所对应的系统矩阵( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{B}_2$ )也相应地发生改变。此时, 输入与  $M=6$  相同强度的外界大气紊流和紊流梯度, 利用上述同样的反馈增益  $K$ , 经过仿真后结果如图 6~7 所示。

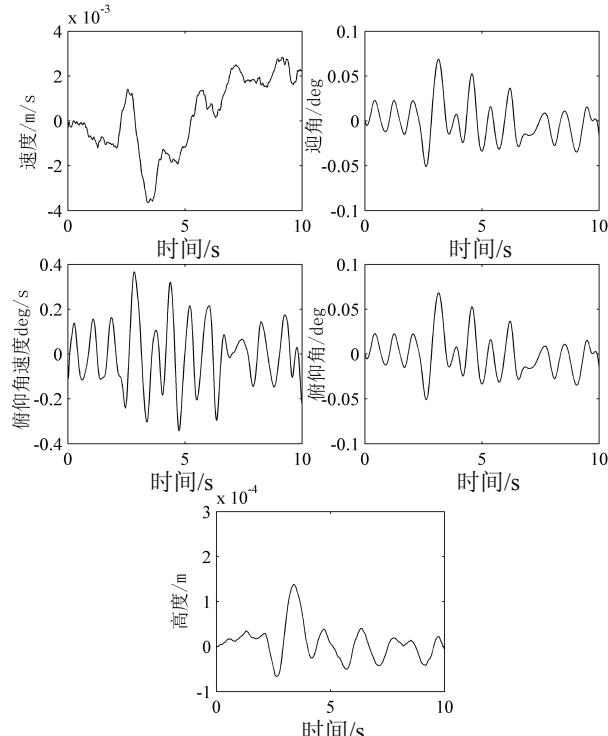


图 6 系统参数摄动下纵向状态变化曲线

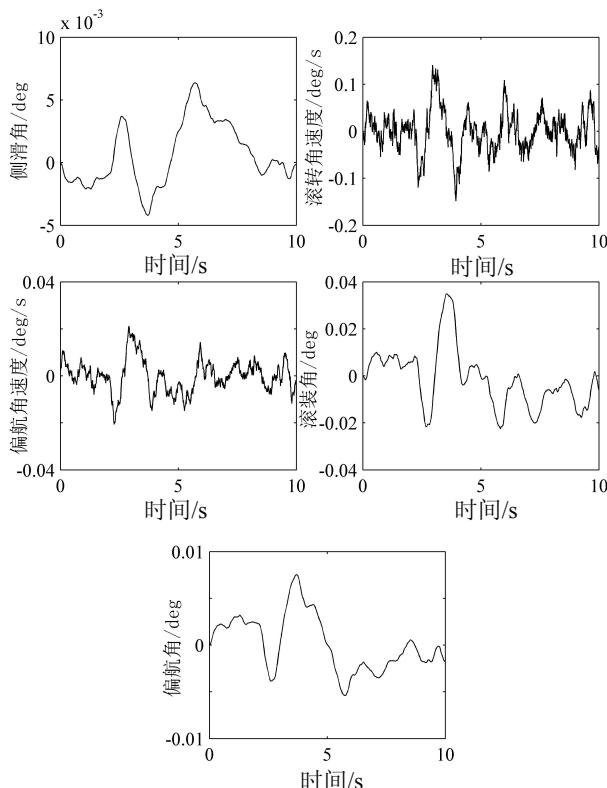


图 7 系统参数摄动下衡航向状态变化曲线

从上述结果可以看出,当高超声速飞行器飞行速度由  $M=6$  变化到  $M=7$  时所对应的系统矩阵发生变化时,本文所设计的  $H_\infty$  控制器仍然能够很好的抑制外界紊流干扰,由此说明所设计的  $H_\infty$  控制器对于系统参数变化和外界紊流干扰具有较强的鲁棒性。

## 4 结论

本文针对巡航阶段纵向和横向均不稳定的高超声速飞行器设计出基于离散卡尔曼滤波器的  $H_\infty$  控制器, 在三维紊流及紊流梯度作用下, 飞行器的状态几乎保持不变, 有效地提高了飞行器在大气紊流作用下的精确制导能力, 大大提高了作战效能。同时, 考虑到系统存在测量噪声的情况下, 设计的离散卡尔曼滤波器能有效的抑制测量噪声引起的飞机状态测量值与实际值之间的偏差, 最后, 考虑到高超声速飞行器复杂的飞行条件, 当飞行马赫数由 6 变为 7 时的所引起的系统参数矩阵的变化时, 所设计的  $H_\infty$  控制器仍然能够很好的抑制外界

紊流干扰, 说明系统较强的鲁棒性, 而不需要像传统的方法一样需要通过插值来调节控制器增益。

## 参考文献:

- [1] 王倩, 艾剑良. 高超声速飞行器动态面控制系统设计与仿真 [J]. 系统仿真学报, 2012, 24(11): 2388-2392.  
(Wang Qian, Ai Jianliang. Dynamic Surface Control Designing and Simulation for Hypersonic Vehicle [J]. Journal of System Simulation (S1004-731X), 2012, 24(11): 2388-2392).
- [2] 曲鑫, 任章, 宋剑爽, 等. 基于扰动观测器的高超声速飞行器建模及控制 [J]. 上海交通大学学报, 2011, 45(2): 272-276.
- [3] Hess R A. Frequency Domain-Based Pseudo Sliding Mode Flight Control Design [J]. Journal of Aircraft (S0021-8669), 2012, 49(6): 2077-2088.
- [4] Sun H F, Yang Z L, Zeng J P. New Tracking-Control Strategy for Airbreathing Hypersonic Vehicles [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics (S0731-5090), 2013, 36(3): 846-859.
- [5] Pu Z Q, Tan X M, Fan G L and Yi J Q. Uncertainty analysis and robust trajectory linearization control of a flexible air-breathing hypersonic vehicle [J]. Acta Astronautica (S0094-5765), 2013, 101(8): 16-32.
- [6] Wang J, Zong Q, Su R, Tian B L. Continuous high order sliding mode controller design for a flexible air-breathing hypersonic vehicle [J]. ISA Transactions (S0019-0578), 2014, 53(3): 690-698.
- [7] Xu B, Pan Y P, Wang D W, Sun F C. Discrete-time hypersonic flight control based on extreme learning machine [J]. Neurocomputing (S0925-2312), 2014, 128(27): 232-241.
- [8] Keshmiri S, Mirmirani M D. Six-DOF Modeling and Simulation of a Generic Hypersonic Vehicle for Conceptual Design Studies [C]// AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, Rhode Island, USA. USA: AIAA, 2004: 1-12.
- [9] Shaughnessy J D, Pinckney S Z, McMinn J D, et al. Hypersonic Vehicle Simulation Model: Winged-Cone Configuration [C]// NASA Technical Memorandum 102610, 1990. USA: NASA, 1990.
- [10] 赵震炎, 肖业伦, 施毅坚. Dryden 大气紊流模型的数字仿真技术 [J]. 航空学报, 1986, 7(5): 433-443.
- [11] 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.