

8-25-2023

## Modeling and Analysis of Metro Emergency Decision Based on Logical Game Probability Petri Net

Zhe Yan

*College of Computer Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China, 1325641380@qq.com*

Wei Liu

*College of Computer Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China, liuwei\_doctor@yeah.net*

Yuyue Du

*College of Computer Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Modeling and Analysis of Metro Emergency Decision Based on Logical Game Probability Petri Net

## Abstract

**Abstract:** In order to solve the problem that logical Petri net can not describe dynamic game process well, logical game probabilistic Petri net is proposed. The four elements of the game are integrated into the logical Petri net, and the players of the game are defined as an attribute of Token, for which the strategy set and utility function are defined, and the information database is introduced. Probability change and vector are introduced to represent the transformation relationship of empirical probability in the process of game, and fuzzy theory is introduced on the basis of Bayes formula to solve the problem of information loss in the early stage of decision making, and decision change is introduced to help rational people make decisions. Logical game probability Petri net was used to model the subway emergency decision-making process, and the system reachable graph was constructed to analyze the problem. Tina simulation was used to verify the model properties, the feasibility of the proposed method was also verified.

## Keywords

logical game probability Petri net, metro emergency decision-making, fuzzy Bayes formula, reachable graph

## Recommended Citation

Yan Zhe, Liu Wei, Du Yuyue. Modeling and Analysis of Metro Emergency Decision Based on Logical Game Probability Petri Net[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(7): 1602-1618.

# 基于逻辑博弈概率 Petri 网的地铁应急决策建模与分析

闫哲, 刘伟\*, 杜玉越

(山东科技大学 计算机科学与工程学院, 山东 青岛 266590)

**摘要:** 为解决逻辑 Petri 网不能很好地描述动态博弈过程的问题, 提出逻辑博弈概率 Petri 网。将博弈的四要素融合到逻辑 Petri 网中, 博弈的局中人被定义为 token 的一个属性, 为其定义了策略集以及效用函数, 并引入了信息库所。引入概率变迁和向量来表示博弈过程中先后验概率的转换关系, 在贝叶斯公式的基础上引入模糊理论, 以解决决策前期的信息缺失问题, 并引入决策变迁来帮助理性人作出决策。使用逻辑博弈概率 Petri 网对地铁应急决策过程进行建模, 构建系统可达图对问题进行分析, 并应用 Tina 仿真验证模型性质, 同时验证了所提出方法的可行性。

**关键词:** 逻辑博弈概率 Petri 网; 地铁应急决策; 模糊贝叶斯公式; 可达图

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2023)07-1602-17

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.22-0355

**引用格式:** 闫哲, 刘伟, 杜玉越. 基于逻辑博弈概率 Petri 网的地铁应急决策建模与分析[J]. 系统仿真学报, 2023, 35(7): 1602-1618.

**Reference format:** Yan Zhe, Liu Wei, Du Yuyue. Modeling and Analysis of Metro Emergency Decision Based on Logical Game Probability Petri Net[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(7): 1602-1618.

## Modeling and Analysis of Metro Emergency Decision Based on Logical Game Probability Petri Net

Yan Zhe, Liu Wei\*, Du Yuyue

(College of Computer Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that logical Petri net can not describe dynamic game process well, logical game probabilistic Petri net is proposed. *The four elements of the game are integrated into the logical Petri net, and the players of the game are defined as an attribute of Token, for which the strategy set and utility function are defined, and the information database is introduced. Probability change and vector are introduced to represent the transformation relationship of empirical probability in the process of game, and fuzzy theory is introduced on the basis of Bayes formula to solve the problem of information loss in the early stage of decision making, and decision change is introduced to help rational people make decisions.* Logical game probability Petri net was used to model the subway emergency decision-making process, and the system reachable graph was constructed to analyze the problem. Tina simulation was used to verify the model properties, the feasibility of the proposed method was also verified.

**Keywords:** logical game probability Petri net; metro emergency decision-making; fuzzy Bayes formula; reachable graph

收稿日期: 2022-04-14 修回日期: 2022-06-06

基金项目: 2022 年度青岛市社会科学规划研究(QDSKL2201131)

第一作者: 闫哲(1998-), 男, 硕士生, 研究方向为 Petri 网、工作流。E-mail: 1325641380@qq.com

通讯作者: 刘伟(1977-), 男, 教授, 博士, 研究方向为工作流、服务计算、Petri 网理论与应用。E-mail: liuwei\_doctor@yeah.net

## 0 引言

随着我国城市化建设的迅速推进,对城市公共交通,尤其是对地铁交通的需求也随之增长。我国的地铁建设速度以及建成总里程都位居世界最前列<sup>[1]</sup>。在地铁运行过程中,由于地铁轨道位于地下较深处,地铁站疏散出口较少等原因,当地铁中发生突发事件时,其危害性通常要比其他交通突发事件更大<sup>[2]</sup>。例如:2021年郑州地铁5号线“7·20事件”造成大量人员伤亡以及财产损失<sup>[3]</sup>。因此,对地铁突发事件应急决策系统进行建模与分析,找到损失最小的应急方案尤为重要。文献[4]通过整合轨道监控信息来提高地铁应急系统的信息共享以及应急决策能力,并且开发了专用的软件系统来帮助应急决策。文献[5]通过对地铁突发事件历史数据的整理分析,总结出了地铁突发事件的分类指标,并建立了评价地铁运行安全的成熟度模型。文献[6]针对突发事件救援过程中实时信息分离而导致的决策延误问题,研发了一种应急决策辅助系统来提升决策效率。文献[7]把地铁应急过程看作突发事件与管理者之间的动态博弈过程,利用贝叶斯规则得出地铁应急决策方案。文献[8]将各应急点看作博弈局中人,通过改进布谷鸟算法求解铁路应急资源调度模型的Nash均衡。文献[9]通过建立改进势能场模型来对地铁突发事件应急疏散进行动态仿真,从而得出应急疏散的最优决策。文献[10]通过基于最优反应动态机制的演化博弈寻找地铁车站突发大客流时应急疏散的最优出口。但上述研究都没有为地铁应急决策过程建立合适的图形化模型。

Petri网是一种应用于并行系统仿真和分析的基础系统建模工具。Petri网基于图形化的表达和数学定义,是异步、并发、分布式、并行和不确定信息处理系统<sup>[11]</sup>的有效描述和分析工具。为了更有效地解决更多问题,一些对Petri网的改进被提出,如逻辑Petri网<sup>[12]</sup>、时间Petri网<sup>[13]</sup>、颜色Petri网<sup>[14]</sup>。它们已被应用于许多领域<sup>[15]</sup>,如过程

控制、协议、生产系统、硬件和嵌入式系统。Petri网也曾被学者用于地铁突发事件的建模与分析之中,文献[16]通过构造基于随机Petri网的马尔科夫链模型,研究地铁各线路在突发事件发生时的传导规律以及耦合关系,得出了影响地铁应急系统反应能力的主要因素。文献[17]利用随机有色Petri网和层次化建模思想对地铁站的火灾应急救援流程进行建模分析,提出了地铁突发事件应急处置模型的评估标准和求解方式。但上述文献都是对地铁突发事件处理流程的建模分析,并没有对地铁应急决策过程进行建模。本文使用逻辑博弈概率Petri网对地铁突发事件的应急决策过程进行建模分析,不仅能清晰地描述应急决策中的动态博弈过程,还能通过模糊贝叶斯方法和效用函数的相结合来帮助决策者选择最优的应急方案。

本文提出的逻辑博弈概率Petri网,将Petri网与动态博弈思想以及模糊贝叶斯法则有机结合,将动态博弈中的要素映射为逻辑Petri网中的属性,引入概率向量和变迁来描述事件状态等级的概率转换关系,并引入模糊贝叶斯方法,以解决事故早期的信息缺失问题,引入决策变迁进行应急方案的选择,利用所提的逻辑博弈概率Petri网对地铁应急决策过程进行建模,利用Petri网的可达图对模型进行求解分析,使用Tina软件仿真验证了模型的性质,最后结合实际案例给出最优决策方案选择的具体过程。

## 1 基础概念

### 1.1 Petri网

Petri网<sup>[18]</sup>是由多元组定义的网状图,其定义如下:

定义1.  $N = (P, T, F)$ 是一个网,其中:

- (1)  $P$ 为一个库所的有限集合;
- (2)  $T$ 为有限的变迁集,  $P \cap T = \emptyset$ 且  $P \cup T \neq \emptyset$ ;
- (3)  $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ 是一组有向弧。

定义 2. 给定  $N = (P, T, F)$  且节点  $x \in PUT$ ,

(1)  $\bullet x = \{y | (y, x) \in F\}$  称为  $x$  的前集或输入集;

(2)  $x \bullet = \{y | (x, y) \in F\}$  称为  $x$  的后集或输出集。

定义 3.  $PN = (P, T, F, M_0)$  表示一个 Petri 网, 其中

- (1)  $N = (P, T, F)$  为一个网;
- (2)  $M \in N^P$  是标记函数,  $M_0$  为初始标记;
- (3) 具有以下变迁触发规则:

1) 如果变迁  $t \in T$ , 且  $\forall p \in \bullet t: M(p) \geq 1$ , 则变迁  $t$  在  $M$  处是使能的, 记为  $M[t >]$ ;

2) 如果变迁  $t$  在标识  $M$  下可以引发, 并一个新的标记  $M'$  由  $M$  生成, 记为  $M[t > M']$ , 并且

$$M'(p) = \begin{cases} M(p) + 1, & p \in t \bullet - \bullet t \\ M(p) - 1, & p \in \bullet t - t \bullet \\ M(p), & \text{others} \end{cases} \quad (1)$$

### 1.2 逻辑 Petri 网

逻辑 Petri 网(logical Petri net, LPN)是一种抽象的高级 Petri 网。LPN 能够很好地建模和分析协同问题中的批处理函数和传值非确定性。逻辑 Petri 网的定义<sup>[19]</sup>如下:

定义 4.  $LN = (P, T, F, I, O)$ ,  $LLPN = (LN, M)$ , 且需满足以下条件:

- (1)  $P$  为一个库所的有限集。
- (2)  $T = T_D \cup T_I \cup T_O$  为一个有限的变迁集,  $PUT \neq \emptyset$ ,  $t \in T_I \cup T_O: \bullet t \cap t \bullet = \emptyset$ , 其中,  $T_D$  为普通的 Petri 网变迁;  $T_I$  为 LPN 的逻辑输入变迁集, 且  $\forall t \in T_I$ , 由一个逻辑输入表达式  $f_i$  限制  $t$  全部的输入库所;  $T_O$  为 LPN 的逻辑输出变迁集, 且  $\forall t \in T_O$ , 由一个逻辑输出表达式  $f_o$  限制  $t$  全部的输出库所。
- (3)  $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$  为一个有限的弧集。
- (4)  $I$  为逻辑输入限制函数, 且对  $\forall t \in T_I$ ,  $I(t) = f_i$  为逻辑输入表达式。
- (5)  $O$  为逻辑输出限制函数, 且对  $\forall t \in T_O$ ,  $O(t) = f_o$  表示逻辑输出表达式。
- (6)  $M: P \rightarrow \{0, 1\}$  为标识函数, 且  $\forall p \in P$ ,  $M(p)$  为库所  $p$  中的 token 数量。

(7) 变迁引发的规则如下:

1) 对  $\forall t \in T_D$ , 变迁的引发规则需满足式(1)。

2) 对  $\forall t \in T_I$ ,  $I(t) = f_i$ , 若  $f_i | M = \bullet T \bullet$ , 即若  $\bullet t$  在标记  $M$  下能够满足逻辑输入表达式  $f_i$ , 则称  $t$  在  $M$  下使能; 如果  $t$  使能, 那么它能够引发, 并且  $t$  在  $M$  处引发后变为新的标记  $M'$ :  $\forall p \in \bullet t: M'(p) = M(p) - 1$ ,  $\forall p \in t \bullet: M'(p) = M(p) + 1$ ,  $\forall p \notin \bullet t \cup t \bullet: M'(p) = M(p)$ 。

3) 对  $\forall t \in T_O$ ,  $O(t) = f_o$ , 若  $\forall p \in \bullet t, M(p) = 1$ , 则  $t$  在  $M$  使能; 若  $t$  使能, 则它可以引发, 且  $t$  从  $M$  引发后演变到新的标记  $M'$ :  $\forall p \in \bullet t: M'(p) = M(p) - 1$ ,  $\forall p \in t \bullet: M'(p) = M(p) + 1$ ,  $\forall p \notin \bullet t \cup t \bullet: M'(p) = M(p)$ 。对于  $t \bullet$ , 应满足  $f_o | M' = \bullet T \bullet$ , 即  $t \bullet$  在  $M'$  必须满足逻辑表达式  $f_o$ 。

### 1.3 模糊贝叶斯公式

定义 5. 根据贝叶斯公式<sup>[20]</sup>, 得出地铁突发事件等级  $i$  发生的后验概率:

$$p(N_j | E_i) = \frac{p(E_i | N_j) p(N_j)}{p(E_i)} = \frac{p(E_i | N_j) p(N_j)}{\sum_{j=1}^n p(E_i | N_j) p(N_j)} \quad (2)$$

式中:  $N$  为地铁突发事件状态,  $N_j (j=1, 2, \dots, n)$  为地铁突发事件对应的等级;  $E_i (i=1, 2, \dots, n)$  为决策组判定的等级; 专家应急决策组在突发事件刚发生时并不知道具体的突发事件等级  $N_j$ , 但可以得到突发事件属于等级  $N_j$  的先验概率  $p(N_j)$ 。然后根据历史数据和专家经验不断修改先验概率。式(2)即为当实际事件等级为  $N_j$  而决策组判定为  $E_i$  的后验概率  $p(N_j | E_i)$ 。

地铁突发事件起因众多, 类型繁复, 变化迅速。在地铁突发事件刚发生时, 信息繁多、不确定甚至缺失, 专家应急决策组无法作出精准的判断。因此在贝叶斯公式的基础上加入模糊理论, 用以解决决策组在决策时由于信息的不确定性而不能准确判断的问题。

定义 6. 给定离散样本时, 模糊事件的贝叶斯公式<sup>[21]</sup>:

$$F_p(\tilde{N}_j|\tilde{E}) = \frac{\sum_h \sum_k (\tilde{E} \times \tilde{N}_j)(x_h, y_k) p(y_k) p(x_h|y_k)}{\sum_{j=1}^n \sum_h \sum_k (\tilde{E} \times \tilde{N}_j)(x_h, y_k) p(y_k) p(x_h|y_k) - \sum_{j=1}^{n-1} \sum_h \sum_k (\tilde{E} \times \tilde{N}_j) \cap (\tilde{E} \times \tilde{N}_{j+1})(x_h, y_k) p(y_k) p(x_h|y_k)},$$

$$j=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

式中:  $p(y_k)$ 为先验概率;  $p(x_h|y_k)$ 为条件概率;  $E(x)$ 为决策组判定突发事件等级  $E$  的隶属函数;  $N_j(y)$ 为突发事件实际等级的隶属函数。

## 2 地铁应急决策过程的动态博弈分析

地铁突发事件发生之后, 现有的资源需要在尽可能少的时间内被合理地分配到事件发生地点。资源的有效性和决策的紧要性是地铁应急过程中存在的主要矛盾, 运用博弈论中动态博弈的思想可以帮助解决矛盾。

本文提到的地铁突发事件应急决策的动态博弈过程主要有以下特征<sup>[22]</sup>: ①地铁突发事件是一个动态发展的过程, 突发事件本身的演化规律以及应对方案的选择的共同作用促使突发事件由一种状态演化到下一种状态; ②随着地铁突发事件应急决策方案的选定和实施, 突发事件信息不断清晰、逐渐完善; ③地铁突发事件应急救援过程是一个不断演化的动态过程, 突发事件刚发生时信息模糊不完善, 应急方案实施, 突发事件信息补充清晰后, 地铁突发事件应急决策主体通过判断事件状态以及取得的成果适时调整决策方案。

地铁突发事件应急决策中的动态博弈分析过程如下:

假设动态博弈过程中的两个局中人分别为“突发事件”和“地铁突发事件应急决策组”。并假设  $T_0$  为突发事件的发生时刻,  $T_1, T_2, T_3$  分别为应急决策时刻。

$T_0$ 时刻, 地铁突发事件发生并生成自己的初始状态;

$T_0 \sim T_1$ 阶段, 地铁突发事件不断发展, 造成地铁内大量人员伤亡。

$T_1$ 时刻, 地铁突发事件决策组通过现场得到

的实时信息和现场反馈的实际情况得出地铁突发事件当前状态等级的先验概率; 但是由于事件早期信息的模糊性, 应急决策组需要马上召开研判会议, 通过最新得到的信息和专家的研判等大致判断出突发事件当前所处状态等级; 然后通过模糊贝叶斯方法得到在当前判断下的突发事件实际等级的后验概率; 并通过后验概率和效用函数得到各方案的期望效用; 然后专家组遵守效益最大化原则, 从所有应急方案中选出最合适的方案实行。

$T_1 \sim T_2$ 阶段, 地铁突发事件在上一阶段地铁突发事件应急决策组选定的方案和本身演化规律的作用下, 演化到新的状态。

$T_2$ 时刻, 地铁应急决策组对突发事件当前状态进行阶段性评估, 通过实时得到的信息和专家最新研判对突发事件所处状态重新判断, 当突发事件的影响逐渐减弱直至消失时, 应急救援结束; 当突发事件的影响需要进一步消除时, 将上一阶段的后验概率作为本阶段先验概率, 同样根据模糊贝叶斯方法得出在专家组当前判断下的突发事件实际所处状态等级的后验概率, 然后根据效用最大化准则, 选取新的最佳方案继续救灾。

$T_2$ 时刻之后, 事件继续演化, 并在之后的决策时刻重复  $T_2$ 时刻的行动, 直到专家组判定应急过程结束。

地铁突发事件应急决策动态博弈过程的流程如图1所示。

根据动态博弈理论, 地铁突发事件应急决策主、客体之间博弈过程中的局中人、策略、信息和效用函数等主要因素分析如下:

### (1) 参与人

地铁突发事件应急决策动态博弈过程中的两

个局中人，分别假设为“地铁应急决策组”和“地铁突发事件”。第一个局中人“地铁应急决策组”主要包括地方政府、地铁公司等管理组织部门，把“火灾”“水灾”“机械故障”等统归为第二个局中人“地铁突发事件”。

(2) 行动策略

第一个局中人“地铁应急决策组”的策略空间就是根据地铁突发事件的级别，从所有可行的应急方案中选取并执行一种应急方案。局中人“地铁突发事件”的策略空间即可为突发事件级别。

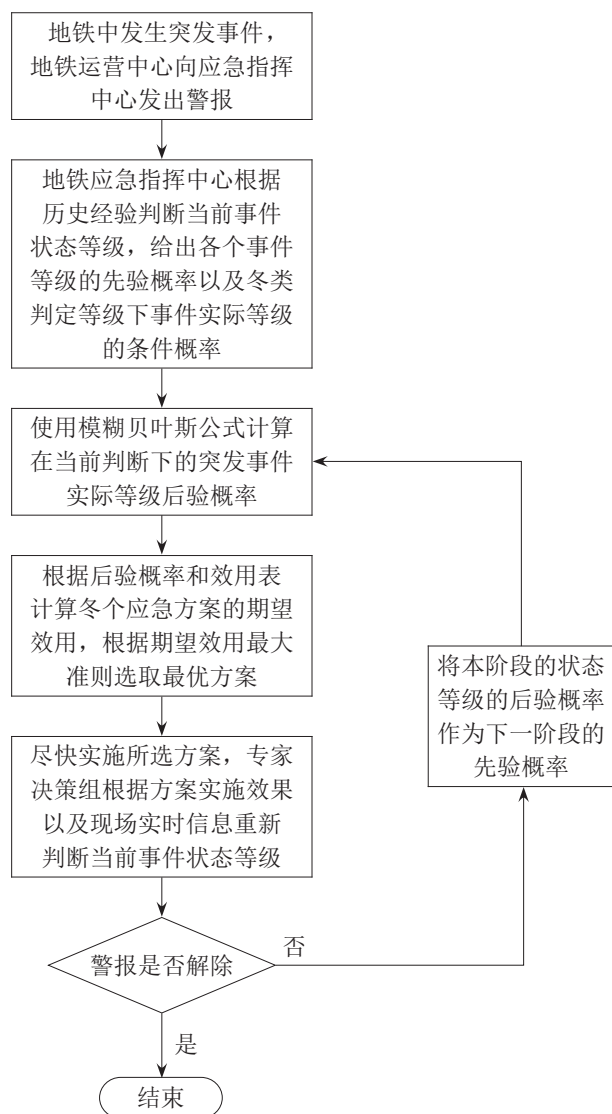


图 1 地铁突发事件应急管理决策流程图

Fig. 1 Decision-making flow chart of metro emergency management

(3) 信息

“地铁应急决策组”得到的有关事件属性、事件等级和突发事件所带来的后果等信息。不仅包括决策组在应急决策之前掌握的历史信息，还包括突发事件发生后即时获得和分析得到的信息。“地铁应急决策组”通过这些信息判断突发事件的当前状态和演化趋势，并借此选择合适的应急方案。

(4) 效用函数

假设“地铁应急决策组”与“地铁突发事件”之间的动态博弈为零和博弈。即“地铁突发事件”的收益就是“地铁应急决策组”的成本。因此，在地铁应急决策动态博弈中，只需确定“地铁应急决策组”的效用函数即可。

(5) 目标函数

地铁专家决策组的目的是通过选取最优的应急救援方案  $d_i(i=1, 2, \dots, n)$ ，来使自己获得最大的期望收益，因此该动态博弈的目标函数为

$$f(U) = \max \left\{ \sum_{j=1}^m u_{ij} p_j \right\}, i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

### 3 逻辑博弈概率 Petri 网

为了更清晰地描述地铁突发事件应急决策中的动态博弈过程，将动态博弈理论与模糊贝叶斯方法以及逻辑 Petri 网的思想结合起来并加以改进，提出了逻辑博弈概率 Petri 网(logical game probability Petri nets)，其形式化定义如下：

定义 7.  $LGPPN=(P, T, F, H, C, U, Pri, Pos, B, D, DB, M)$

$P$  为一个有限的库所集，表示博弈局中人当前状态的集合， $P=P_0 \cup P_{Pri} \cup P_{Pos} \cup P_c$ 。其中， $P_0$  为简单 Petri 网中的普通库所集； $P_{Pri}$  为前验概率库所集，用来记录当前事件发生的前验概率； $P_{Pos}$  表示后验概率库所集，用来记录事件的后验概率； $P_c$  为计数库所。

$T$  为有限的变迁集，用来表示博弈参与人能

够选择的策略集合,  $T=T_R \cup T_D \cup T_P \cup T_H$ 。其中,  $T_R$  为简单Petri网中的普通变迁集, 其引发规则与简单Petri网中变迁引发规则相同;  $T_D$  为决策变迁集, 用来做出行动的决策;  $T_P$  为概率变迁集, 在得到先验概率和条件概率后使用模糊贝叶斯方法计算后验概率;  $T_H$  为逻辑变迁集,  $T_H=T_O \cup T_I \cup T_{I_0}$ ,  $T_O$  为逻辑输出变迁集,  $T_I$  为逻辑输入变迁集,  $T_{I_0}$  为逻辑输入输出变迁集。

$F$  为一个有限的弧集, 其中  $F \subseteq (P \cdot T) \cup (T \cdot P)$ 。

$H$  为逻辑函数, 逻辑函数作用于逻辑变迁集  $T_H$  上,  $H=I \cup O$ ,  $I$  为逻辑输入限制函数, 当变迁的前集满足逻辑输入函数  $I$  时, 变迁方能引发,  $O$  表示逻辑输出限制表达式, 当变迁引发后, token 需要输出到逻辑输出表达式  $O$  限制的后集库所。

$C$  为参与博弈的局中理性人的集合,  $C=\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ ,  $c \in C$ ,  $n=|2|$ , 即本文只考虑“地铁应急决策组”和“地铁突发事件”两个参与者。

$U$  为博弈参与人的效用函数, 效用函数用于计算各个局中理性人的期望效用,  $U_c$  表示理性人  $C$  的效用函数。

$Pri$  为一组先验概率向量,  $Pri=\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ , 其中  $\alpha_i \in [0, 1]$ , 表示事件状态等级的前验概率。

$Pos$  为一组后验概率向量,  $Pos=\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ , 其中  $\beta_i \in [0, 1]$ , 表示事件状态等级的后验概率。

$B$  为模糊贝叶斯函数, 函数定义于概率变迁集  $T_P$  上, 在得到事件先验概率向量后, 与现场实时的判断情况以及当前判断下事件发生的条件概率相结合, 利用模糊贝叶斯方法得出事件状态发生的后验概率。

$D$  为局中人有限的决策集, 在本文中分别表示“地铁应急决策组”可以选择的应急方案和“地铁突发事件”所处的状态等级。

$DB$  为局中人的决策函数, 函数定义于决策变迁集  $T_D$  上, 函数可以比较各个行动方案的期望效用, 从而决策出最符合博弈参与者利益的行动方案。

$M$  表示Petri网的标识集, 其中  $M_0$  表示Petri网

的初始状态。

定义8. 变迁引发规则

(1) 对  $\forall t \in T_R \cup T_H$ , 其引发规则与普通逻辑Petri网中变迁引发规则相同。

(2) 对  $\forall t \in T_D$ ,  $\forall p \in \bullet t$ ,  $|M(p)| \geq 1$ , 且每个前集库所中的token都有代表期望收益的属性, 则称  $t$  在  $M$  下使能; 如果  $t$  使能, 则其可引发。  $t$  从  $M$  引发后产生新的标识  $M'$ ,  $\forall p \in \bullet t$ ,  $M'(p) = M(p) - 1$ , 同时删除token中的收益属性;  $t$  在引发时, 决策变迁调用决策函数, 判断出期望效用最大的方案, 并将token输出到其相应的库所中, 即  $p \in t \bullet$ , 且  $p$  为代表最优方案的库所, 则  $M'(p) = M(p) + 1$ 。

(3) 对  $\forall t \in T_P$ ,  $\forall p \in \bullet t$ ,  $|M(p)| \geq 1$ ,  $\exists \bullet t \in P_{Pri}$  且其中有先验概率向量  $Pri$ , 则称  $t$  在  $M$  下使能; 如果  $t$  使能, 则其可引发。  $t$  从  $M$  引发后产生新的标识  $M'$ ,  $\forall p \in \bullet t$ ,  $M'(p) = M(p) - 1$ , 同时删除  $\bullet t$  中的先验概率向量  $Pri$ ;  $t$  在引发时, 概率变迁调用模糊贝叶斯函数, 计算出事件等级的后验概率,  $\forall p \in t \bullet$ ,  $M'(p) = M(p) + 1$ , 且将后验概率向量  $Pos$  写入  $p$  中。

定义9. 计数库所  $P_c$

$P_c$  能够控制token的数量。将  $P_c$  中允许的最大token数记为  $C_{max}$ 。对  $\forall p \in P_c$ ,  $\forall t \in \bullet p$ ,  $t$  从  $M$  引发后产生新的标识  $M'$ : 若  $M(p) < C_{max}$ , 则  $M'(p) = M(p) + 1$ ; 如果  $M(p) = C_{max}$ , 则  $M'(p) = M(p)$ 。

定义10. 模糊贝叶斯函数  $B$

在逻辑博弈概率Petri网LGPPN中,  $\forall t \in T_P$ ,  $\forall P \in P_{Pri}$ , 局中理性人可以利用模糊贝叶斯函数得出事件状态等级的后验概率。

$B(x, y) = f(E(x), N_j(y), p(y_k), p(x_h|y_k))$

式中:  $E(x)$  为应急专家决策组判定突发事件等级  $E$  的隶属函数;  $N_j(y)$  为地铁突发事件实际等级的隶属函数;  $p(y_k)$  为突发事件等级的前验概率;  $p(x_h|y_k)$  为在专家组已经判断为突发事件等级为  $E$  的前提下, 突发事件实际等级为  $N_j$  的条件概率; 下标  $h$ ,  $x=0, 1, \dots, n$ , 用来表示  $x$  和  $y$  是离散的。



定义 11. 前验概率与后验概率的转换

$\forall t \in T_p, P_1 \in \bullet t, P_2 \in t \bullet$ , 且  $P_1 \in P_{Pri}, P_2 \in P_{Pos}$ ,  $t$  从  $M$  引发后演变到新的标识  $M'$ , 库所  $P_1$  中的先验概率向量  $Pri$  经过概率变迁  $t$  转变为  $P_2$  中的后验概率向量  $Pos$ ; 然后  $P_1$  中的向量值更新以便下一阶段决策,  $Pri=Pos$ , 即在下一阶段的计算中的先验概率就是本阶段的后验概率。

在没有获得突发事件具体信息时, 地铁突发事件应急专家组根据历史数据和专家经验对新发生的地铁突发事件有初步的判断, 即为地铁突发事件的前验概率。当现场实时事故信息和救援信息不断反馈到决策中心后, 专家组就可以根据实时信息适时调整地铁突发事件状态等级发生的概率分布, 由此而来的概率即为事件等级的后验概率。等当前阶段的应急方案选择结束之后, 如果应急专家组判断突发事件的影响还在持续, 需要进行下一阶段的应急决策, 则下一阶段的先验概率就是当前阶段计算出的后验概率。

定义 12. 效用函数  $U$

在逻辑博弈概率 Petri 网 LGPPN 中, 局中理性人可以依据效用函数计算出的各方案期望效用来进行应急方案的决策。

$U(D_c^i)$  表示局中理性人  $C$  在选择决策  $D_c^i$  时的效用函数。

定义 13. 决策集  $D$  和决策函数  $DB$

$D$  为可供博弈参与者选择的有限决策集,  $D = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$ 。本文中  $|n|=2$ , 即本文只考虑两个博弈参与者的决策集。局中理性人“地铁突发事件”的决策集  $D_1$  即为突发事件所处的级别; 局中理性人“地铁应急决策组”的决策集  $D_2 = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ , 即其决策集为根据地铁突发事件的级别, 从所有可能的应急方案中选择。

决策函数  $DB=f(C, D_c, U)$ , 即决策函数  $DB$  助理性人  $C$  根据效用函数  $U$  从当前理性人的决策集  $D_c$  中选出相应的策略。

定义 14. 个体决策  $D_c$

在逻辑博弈概率 Petri 网 LGPPN 中, 局中理性人  $C$  使用决策函数从自身的决策集中选择出合适的行动方案, 称作个体决策  $D_c$ 。

定义 15. 个体最优决策  $D_c^b$

个体决策  $D_c^b \in D_c$ , 且对  $\forall D_c^i \in D_c$ , 都有  $U(D_c^b) \geq U(D_c^i)$ , 则称决策  $D_c^b$  为该局中理性人  $C$  在当前阶段的最优决策, 即在某一阶段的最优决策为当前阶段期望效用最大的决策。

定义 16. 集体决策  $D_G$

在逻辑博弈概率 Petri 网 LGPPN 的任一标记  $M$  下, 所有局中理性人同时或者轮流作出决策, 使得  $M[t_1, t_2, \dots, t_n > M'$ , 那么把这  $n$  个决策组成的决策集合称为集体决策  $D_G, n < \infty$ 。

在一次集体决策中每个局中理性人都作且仅作一次决策。该集体决策的效用可以用所有理性人的个体决策之和表示:

$$U(D_G) = \sum_{i=1}^n U(D_{c_i})$$

定义 17. 纳什均衡最优决策  $D_G^{\text{nash}}$

在逻辑博弈概率 Petri 网 LGPPN 中,  $n$  个博弈参与者分别做出决策, 如果存在一个集体决策, 在不改变其他  $n-1$  个参与人的决策的前提下, 使得所有局中理性人在这个集体决策下, 不存在任何一个局中理性人可以通过更改自己的决策而使自己的期望效益提高, 那么称该集体决策为纳什均衡最优决策  $D_G^{\text{nash}}$ 。

定义 18. 标记集  $M$

在逻辑博弈概率 Petri 网 LGPPN 中,  $M$  表示 LGPPN 所处状态的集合,  $\forall p \in P, M_i(p)$  表示现阶段状态  $M_i$  下库所  $P$  中所有的 token, token 类型分别有局中理性人、先验概率向量、后验概率向量以及各个决策方案的期望效用值。

通常用  $M_0$  表示初始标记, 用  $M_c$  表示终止标记, 即网的最后一个标识。

本文所使用的库所和变迁的图形化表示如图 2 所示。

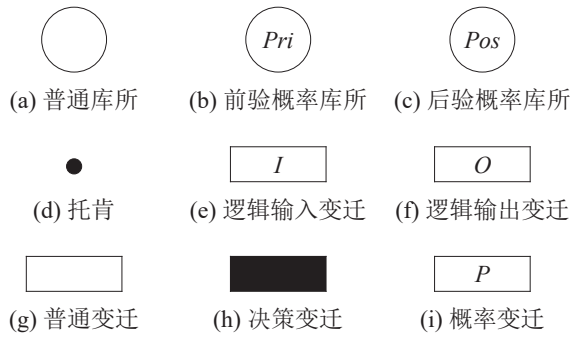


图2 逻辑博弈概率Petri网模型中的元素表示  
Fig. 2 Representation of elements in logical game probabilistic Petri net model

#### 算法1. 可达图算法

输入:  $LGPPN=(P, T, F, H, C, U, Pri, Pos, B, D, DB, M)$

输出: 状态标识可达图  $RG(LGPPN)$ 。

(a) 设可达图  $RG(LGPPN)$  的根部节点为初始标识  $M_0$ , 并将其标记为 *new*, 设  $M_{RG}$  为可达标识集。

(b) 随机选取标记为 *new* 的节点, 将其设为  $M$ 。

(c) IF 在  $M_0$  到  $M$  的路径上存在标识等于  $M$  的节点, THEN 将  $M$  标记为 *old*, 并重复步骤(a)。

(d)  $\forall t \in T$  使得  $M[t > M'$

a) IF  $M'$  和  $M_{RG}$  中任何一个标识  $M_{rg}$  相等, THEN 绘制  $M$  至  $M_{rg}$  有向弧, 并标记  $t$ , 且把  $M$  标记为 *old*。

b) IF  $M'$  和  $M_{RG}$  中任何一个标识都不相等, THEN 标注  $M'$  为 *new*, 标注  $M$  为 *old*。连接  $M$  到  $M'$  的有向弧, 标记  $t$ , 且把  $M$  放到  $M_{RG}$  中。并返回步骤(a)。

(e) IF  $\neg M[t]$ , THEN 标记  $M$  为终止节点 *endnode*, 返回到步骤(a)直到  $M_{RG}$  中不存在 *new* 标记。

#### 算法2. 纳什均衡最优决策算法

输入:  $LGPPN=(P, T, F, H, C, U, Pri, Pos, B, D, DB, M)$

输出: 纳什均衡最优决策  $D_G^{nash}$

(a) 初始化决策函数  $DB$  以及效用函数  $U$ 。

(b) IF 当前阶段为应急救援的第一阶段,

THEN 初始化先验概率  $Pri$ , 并将  $Pri$  放入前验概率库所集  $P_{Pri}$ ;

ELSE 将前一阶段的后验概率向量  $Pos$  作为本阶段的先验概率向量  $Pri$  放入前验概率库所集  $P_{Pri}$ 。

(c) IF  $\forall t \in T_p, \bullet t \neq \emptyset, M(p) > 1$ ,

THEN  $M[t]$ , 并且在概率变迁引发过程中, 使用模糊贝叶斯方法结合事件状态的前验概率和条件概率等已知条件输出当前状态等级的后验概率到后继库所;

ELSE  $t$  变迁不引发。

(d) 使用效用函数  $U$  计算在当前状态等级后验概率下的各应急方案的期望效用。

(e) IF  $\forall t \in T_d, \bullet t \neq \emptyset, M(p) > 1$ ,

THEN  $M[t]$ , 决策变迁比较各方案的期望效用, 并将 *token* 输出到期望效用最大的方案对应的库所;

ELSE  $t$  变迁不引发。

(f) 马上部署并实施所选方案, 并观察方案实施效果以及现场实时信息。

(g) 根据现场信息判断当前事件状态。

IF 当前状态恢复正常,

THEN 应急救援结束, 并根据过程中的事件状态变化以及方案选择得出纳什均衡最优决策  $D_G^{nash}$ ;

ELSE

返回步骤(b)。

## 4 使用逻辑博弈概率Petri网建模并分析地铁应急决策过程

### 4.1 基于逻辑博弈概率Petri网的地铁应急决策模型

根据我国实行的《生产安全事故报告和调查处理条例》可知, 地铁突发事件可以分为重大事故  $S_1$ 、较大事故  $S_2$  和一般事故  $S_3$  三种类型, 而事件等级则可以分为 I、II、III 三级, 各种事故类型对

各级事故等级有相应的隶属函数。假设 Q 市政府和地铁管理部门事先有应急决策预案  $d_1, d_2, d_3$ 。

针对可能出现的警报误报情况，规定专家组连续两次判断应急结束，系统才结束运行，模型中通过计数库所实现。将专家组判断应急结束记为事故等级 0，不采取任何应急方案记为  $d_0$ 。

根据第 2 节对地铁应急决策过程的动态博弈过程的分析，使用第 3 节所述逻辑博弈概率 Petri 网对其建模可得模型如图 3，其中计数库所  $P_8$  的最大容量  $C_{max}$  设为 1。图中库所和变迁含义如表 1 和表 2 所示。

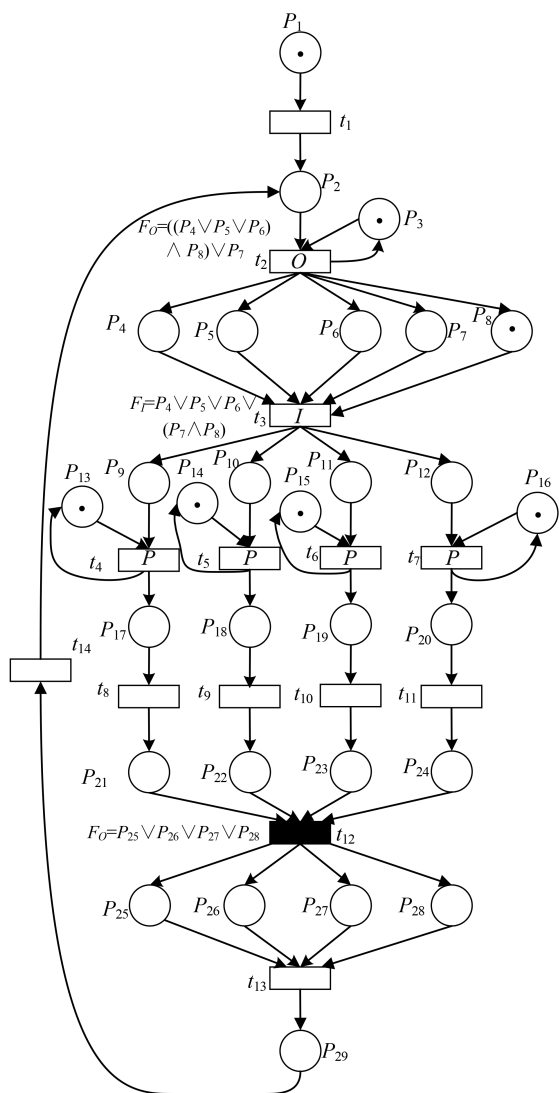


图 3 地铁突发事件应急决策过程 LGPPN 模型  
Fig. 3 LGPPN model of subway emergency decision-making process

表 1 库所含义示意表

Table 1 Schematic table of library meanings

库所	库所含义
$P_1$	地铁突发事件
$P_2$	地铁应急决策组
$P_3$	地铁突发事件历史数据
$P_4$	决策组判断事故等级为 I 级
$P_5$	决策组判断事故等级为 II 级
$P_6$	决策组判断事故等级为 III 级
$P_7$	决策组判断应急结束
$P_8$	计数库所
$P_9$	准备计算 I 级概率
$P_{10}$	准备计算 II 级概率
$P_{11}$	准备计算 III 级概率
$P_{12}$	准备计算 0 级概率
$P_{13}$	事故等级 I 的前验概率和条件概率
$P_{14}$	事故等级 II 的前验概率和条件概率
$P_{15}$	事故等级 III 的前验概率和条件概率
$P_{16}$	事故等级 0 的前验概率和条件概率
$P_{17}$	事故等级 I 的后验概率
$P_{18}$	事故等级 II 的后验概率
$P_{19}$	事故等级 III 的后验概率
$P_{20}$	事故等级 0 的后验概率
$P_{21}$	选择应急方案 1 的效用
$P_{22}$	选择应急方案 2 的效用
$P_{23}$	选择应急方案 3 的效用
$P_{24}$	不选择应急方案的效用
$P_{25}$	选择应急方案 1
$P_{26}$	选择应急方案 2
$P_{27}$	选择应急方案 3
$P_{28}$	不选择应急方案
$P_{29}$	实施所选应急方案

4.2 系统可达图

系统可达图<sup>[23]</sup>可以清楚并直观地判断出突发事件所处状态和状态的先验后验概率以及参与者之间的动态博弈过程。根据算法 1 和 2 可以得出如图 4 所示的系统可达图。表 3~9 中  $\alpha, \beta$  分别表示前验概率向量和后验概率向量， $U_{ij}^k$  表示在第  $i$  阶段专家组判断为  $k$  级事件时实施方案  $j$  的期望效用。

表2 变迁含义示意表  
Table 2 Schematic table of transition meanings

变迁	含义
$t_1$	警报
$t_2$	等级分类
$t_3$	传送专家组判断
$t_4$	计算在决策组判断为I级事故时实际等级的后验概率
$t_5$	计算在决策组判断为II级事故时实际等级的后验概率
$t_6$	计算在决策组判断为III级事故时实际等级的后验概率
$t_7$	计算在决策组判断为III级事故时实际等级的后验概率
$t_8$	计算在决策组判断为I级事故时各应急方案的期望效用
$t_9$	计算在决策组判断为II级事故时各应急方案的期望效用
$t_{10}$	计算在决策组判断为III级事故时各应急方案的期望效用
$t_{11}$	计算在决策组判断为0级事故时各应急方案的期望效用
$t_{12}$	选择应急方案
$t_{13}$	实施应急方案
$t_{14}$	将实时信息汇总

从图4可以得到地铁突发事件应急决策的过程以及概率转移情况,从而可以得到各应急预案的期望效用,根据期望效用可以帮助决策组做出最优决策。

### 4.3 模型仿真

使用Tina仿真软件对上述决策模型进行仿真分析。从专家组接收到警报信息开始仿真,其仿真结果如图5所示。

图5选项栏中的 bounded: Y, live: Y 以及 reversible: Y 分别表明地铁应急决策模型是活的、有界的、可逆的,即通过仿真验证了模型性质。

### 4.4 算例分析

不同突发事件等级下,相应应急方案的收益如表10所示。

表3 警报发出到决策组判断  
Table 3 Alerts issued to decision group judgment

状态	数值
$M_0$	$[1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_1$	$[0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$

表4 决策组第一阶段判断为I级突发事件  
Table 4 Decision group at the first stage judged that it was a level I emergency

状态	数值
$M_2$	$[0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_3$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, (1, I), (1, I), (1, I), (1, I), (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_4$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), (1, \beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1n}), (1, \beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2n}), (1, \beta_{31}, \beta_{32}, \dots, \beta_{3n}), (1, \beta_{01}, \beta_{02}, \dots, \beta_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_5$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, (1, U_{11}^1), (1, U_{12}^1), (1, U_{13}^1), (1, U_{10}^1), 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_6$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]$
$M_7$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0]$
$M_8$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0]$
$M_9$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0]$

表 5 决策组第一阶段判断为II级突发事件  
Table 5 Decision group at the first stage judged that it was a level II emergency

状态	数值
$M_{10}$	$[0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{11}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, (1, II), (1, II), (1, II), (1, II), (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{12}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), (1, \beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1n}), (1, \beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2n}), (1, \beta_{31}, \beta_{32}, \dots, \beta_{3n}), (1, \beta_{01}, \beta_{02}, \dots, \beta_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{13}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, (1, U_{11}^{II}), (1, U_{12}^{II}), (1, U_{13}^{II}), (1, U_{10}^{II}), 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{14}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]$
$M_{15}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]$
$M_{16}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0]$
$M_{17}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0]$

表 6 决策组第一阶段判断为III级突发事件  
Table 6 Decision group at the first stage judged that it was a level III emergency

状态	数值
$M_{18}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{19}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, (1, III), (1, III), (1, III), (1, III), (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{20}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), (1, \beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1n}), (1, \beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2n}), (1, \beta_{31}, \beta_{32}, \dots, \beta_{3n}), (1, \beta_{01}, \beta_{02}, \dots, \beta_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{21}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, (1, U_{11}^{III}), (1, U_{12}^{III}), (1, U_{13}^{III}), (1, U_{10}^{III}), 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{22}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]$
$M_{23}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0]$
$M_{24}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0]$
$M_{25}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0]$

地铁专家应急决策小组根据历史经验给出重大事故、较大事故、一般事故和应急结束对突发事件等级 I 的隶属度分别为 1, 0.1, 0, 0。则决策小组判断突发事件等级  $\tilde{E}_I$  的隶属函数为

$$\tilde{E}_I(x) = \frac{0}{\text{应急结束}} + \frac{0}{\text{一般事故}} + \frac{0.1}{\text{较大事故}} + \frac{1}{\text{重大事故}}$$

类似的专家应急决策小组判断突发事件等级  $\tilde{E}_{II}$ 、 $\tilde{E}_{III}$  和  $\tilde{E}_0$  的隶属函数分别为

表 7 决策组判断为警报误报  
Table 7 Decision group judged that it was a false alarm

状态	数值
$M_{26}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{27}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, (1, 0), (1, 0), (1, 0), (1, 0), (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{28}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), (1, \beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1n}), (1, \beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2n}), (1, \beta_{31}, \beta_{32}, \dots, \beta_{3n}), (1, \beta_{01}, \beta_{02}, \dots, \beta_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{29}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, (1, U_{11}^0), (1, U_{12}^0), (1, U_{13}^0), (1, U_{10}^0), 0, 0, 0, 0, 0, 0]$
$M_{30}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0]$
$M_{31}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]$
$M_{32}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0]$
$M_{33}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0]$

表 8 实施第一阶段所选应急方案(系统正常)  
Table 8 Implementation of emergency options selected for phase 1(The system is normal)

状态	数值
$M_{34}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]$

表 9 实施第一阶段所选应急方案(系统误报)  
Table 9 Implementation of emergency options selected for phase 1(The system is false)

状态	数值
$M_{35}$	$[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, (1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n}), (1, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2n}), (1, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{3n}), (1, \alpha_{01}, \alpha_{02}, \dots, \alpha_{0n}), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{II}(x) &= \frac{0}{\text{应急结束}} + \frac{0.2}{\text{一般事故}} + \frac{1}{\text{较大事故}} + \frac{0.1}{\text{重大事故}} \\ \tilde{E}_{III}(x) &= \frac{0.1}{\text{应急结束}} + \frac{1}{\text{一般事故}} + \frac{0.2}{\text{较大事故}} + \frac{0}{\text{重大事故}} \\ \tilde{E}_0(x) &= \frac{1}{\text{应急结束}} + \frac{0.1}{\text{一般事故}} + \frac{0}{\text{较大事故}} + \frac{0}{\text{重大事故}} \end{aligned}$$

根据地铁站拥挤度划分判定方法, 得出地铁突发事件实际等级  $N_j$  的隶属函数为

$$\begin{aligned} \tilde{N}_I(y) &= \frac{0}{0\sim 1} + \frac{0}{1\sim 3} + \frac{0.2}{3\sim 5} + \frac{1}{5\sim} \\ \tilde{N}_{II}(y) &= \frac{0}{0\sim 1} + \frac{0.1}{1\sim 3} + \frac{1}{3\sim 5} + \frac{0.1}{5\sim} \\ \tilde{N}_{III}(y) &= \frac{0.1}{0\sim 1} + \frac{1}{1\sim 3} + \frac{0.1}{3\sim 5} + \frac{0}{5\sim} \\ \tilde{N}_0(y) &= \frac{1}{0\sim 1} + \frac{0.1}{1\sim 3} + \frac{0}{3\sim 5} + \frac{0}{5\sim} \end{aligned}$$

(1) 第一阶段应急方案选择

通过相关历史数据, 得出地铁突发事件处于各个等级的前验概率分别为

$$\begin{aligned} p(y_0^1) &= 0.05, \quad p(y_3^1) = 0.6, \\ p(y_2^1) &= 0.3, \quad p(y_1^1) = 0.05, \end{aligned}$$

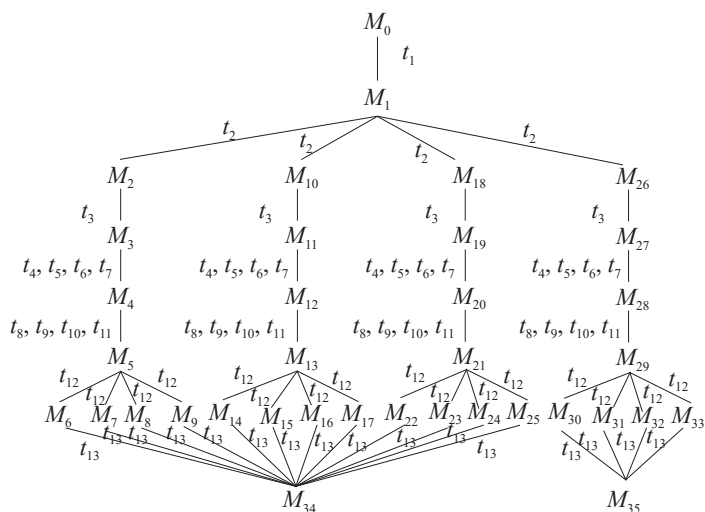


图 4 地铁突发事件应急决策过程可达图

Fig. 4 Reachable graph of metro emergency decision-making process

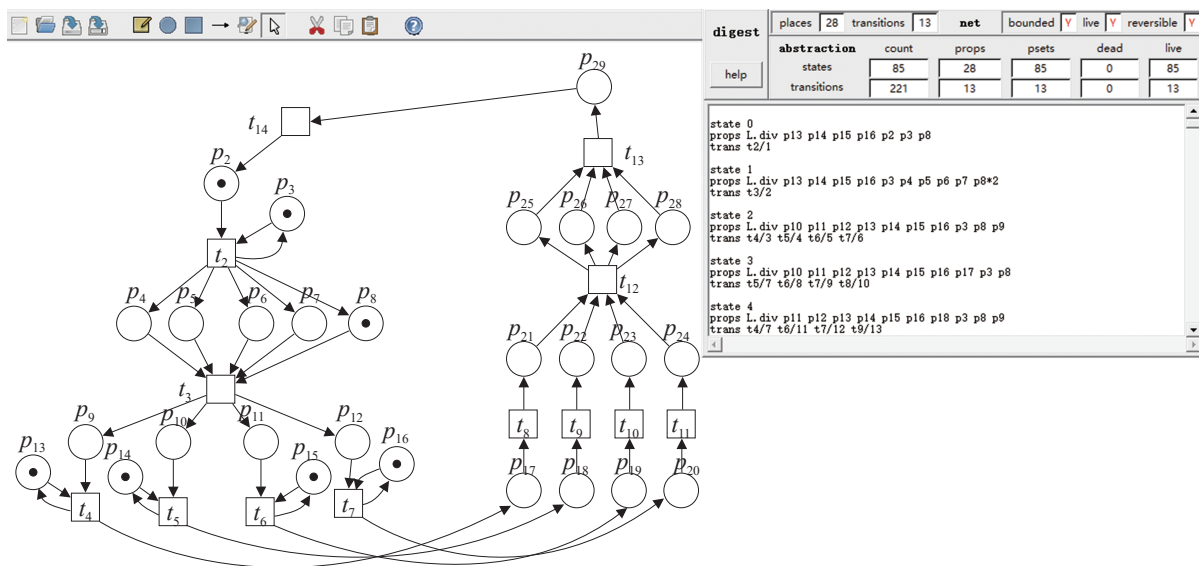


图 5 地铁突发事件应急决策模型仿真

Fig. 5 Simulation of metro emergency decision-making model

表 10 可选应急方案收益表

Table 10 Income statement of alternative emergency scenarios

方案等级	$d_{11}$	$d_{12}$	$d_{13}$	$d_{10}$
I	80	40	10	5
II	30	50	20	10
III	10	30	50	20
0	5	10	40	100

当地铁突发事件所属的实际等级为  $N_j$  时, 地铁突发事件专家决策小组判断为  $M_i$  的条件概率  $p(x_h|y_k)$

如表 11 所示。

地铁管理部门发出地铁突发事件 II 级预警。使用模糊贝叶斯方法, 计算处于 4 个状态等级的后验概率。

通过专家应急决策小组判断突发事件等级和突发事件实际等级的隶属函数, 可知地铁突发事件实际为 I 级, 应急专家组判断为 II 级的隶属度函数为

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_I(x, y) = & \left[ \frac{0 \wedge 0}{\text{应急结束} \times (0 \sim 1)} + \frac{0 \wedge 0}{\text{应急结束} \times (1 \sim 3)} + \frac{0 \wedge 0.2}{\text{应急结束} \times (3 \sim 5)} + \frac{0 \wedge 1}{\text{应急结束} \times (5 \sim)} \right] + \\ & \left[ \frac{0.2 \wedge 0}{\text{一般事故} \times (0 \sim 1)} + \frac{0.2 \wedge 0}{\text{一般事故} \times (1 \sim 3)} + \frac{0.2 \wedge 0.2}{\text{一般事故} \times (3 \sim 5)} + \frac{0.2 \wedge 1}{\text{一般事故} \times (5 \sim)} \right] + \\ & \left[ \frac{1 \wedge 0}{\text{较大事故} \times (0 \sim 1)} + \frac{1 \wedge 0}{\text{较大事故} \times (1 \sim 3)} + \frac{1 \wedge 0.2}{\text{较大事故} \times (3 \sim 5)} + \frac{1 \wedge 1}{\text{较大事故} \times (5 \sim)} \right] + \\ & \left[ \frac{0.1 \wedge 0}{\text{重大事故} \times (0 \sim 1)} + \frac{0.1 \wedge 0}{\text{重大事故} \times (1 \sim 3)} + \frac{0.1 \wedge 0.2}{\text{重大事故} \times (3 \sim 5)} + \frac{0.1 \wedge 1}{\text{重大事故} \times (5 \sim)} \right] = \\ & \left[ \frac{0}{\text{应急结束} \times (0 \sim 1)} + \frac{0}{\text{应急结束} \times (1 \sim 3)} + \frac{0}{\text{应急结束} \times (3 \sim 5)} + \frac{0}{\text{应急结束} \times (5 \sim)} \right] + \\ & \left[ \frac{0}{\text{一般事故} \times (0 \sim 1)} + \frac{0}{\text{一般事故} \times (1 \sim 3)} + \frac{0.2}{\text{一般事故} \times (3 \sim 5)} + \frac{0.2}{\text{一般事故} \times (5 \sim)} \right] + \\ & \left[ \frac{0}{\text{较大事故} \times (0 \sim 1)} + \frac{0}{\text{较大事故} \times (1 \sim 3)} + \frac{0.2}{\text{较大事故} \times (3 \sim 5)} + \frac{1}{\text{较大事故} \times (5 \sim)} \right] + \\ & \left[ \frac{0}{\text{重大事故} \times (0 \sim 1)} + \frac{0}{\text{重大事故} \times (1 \sim 3)} + \frac{0.1}{\text{重大事故} \times (3 \sim 5)} + \frac{0.1}{\text{重大事故} \times (5 \sim)} \right] \end{aligned}$$

表 11 条件概率表

Table 11 Conditional probability table

条件概率	$y_0$	$y_3$	$y_2$	$y_1$
$p(x_0 y_k)$	0.80	0.10	0.05	0.05
$p(x_3 y_k)$	0.10	0.70	0.15	0.05
$p(x_2 y_k)$	0.05	0.15	0.50	0.30
$p(x_1 y_k)$	0.05	0.05	0.30	0.60

为了简便起见, 略去分母, 但不改变次序, 则模糊事件“突发事件实际 I 级, 判断为 II 级”的隶属函数:

$$\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_I(x, y) = \left[ \begin{aligned} & (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0.2, 0.2), \\ & (0, 0, 0.2, 1), (0, 0, 0.1, 0.1) \end{aligned} \right]$$

类似的, 可以得到突发事件实际 II 级, 专家组判断为 II 级的隶属函数:

$$\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{II}(x, y) = \left[ \begin{aligned} & (0, 0, 0, 0), (0, 0.1, 0.2, 0.1), \\ & (0, 0.1, 1, 0.1), (0, 0.1, 0.1, 0.1) \end{aligned} \right]$$

突发事件实际 III 级, 专家组判定为 II 级和 0 级的隶属函数为

$$\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{III}(x, y) = \left[ \begin{aligned} & (0, 0, 0, 0), (0.1, 0.2, 0.1, 0), \\ & (0.1, 1, 0.1, 0), (0.1, 0.1, 0.1, 0) \end{aligned} \right]$$

$$\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_0(x, y) = \left[ \begin{aligned} & (0, 0, 0, 0), (0.2, 0.1, 0, 0), \\ & (1, 0.1, 0, 0), (0.1, 0.1, 0, 0) \end{aligned} \right]$$

进一步可以得到:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_I(x, y) \cap \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{II}(x, y) = & \left[ \begin{aligned} & (0 \wedge 0, 0 \wedge 0, 0 \wedge 0, 0 \wedge 0), (0 \wedge 0, 0 \wedge 0.1, 0.2 \wedge 0.2, \\ & 0.2 \wedge 0.1), (0 \wedge 0, 0 \wedge 0.1, 0.2 \wedge 1, 1 \wedge 0.1), (0 \wedge 0, \\ & 0 \wedge 0.1, 0.1 \wedge 0.1, 0.1 \wedge 0.1) \end{aligned} \right] = \\ & [(0, 0, 0, 0), (0, 0, 0.2, 0.1), \\ & (0, 0, 0.2, 0.1), (0, 0, 0.1, 0.1)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_I(x, y) \cap \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{III}(x, y) = & [(0, 0, 0, 0), (0, 0.1, 0.1, 0), \\ & (0, 0.1, 0.1, 0), (0, 0.1, 0.1, 0)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_I(x, y) \cap \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_0(x, y) = & [(0, 0, 0, 0), (0.1, 0.1, 0, 0), \\ & (0.1, 0.1, 0, 0), (0.1, 0.1, 0, 0)] \end{aligned}$$

结合前文给出的地铁突发事件实际等级的先验概率和条件概率, 可以得到以下概率:

$$\begin{aligned} F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_I(x, y)) = & \sum_{h=1}^4 \sum_{k=1}^4 (\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_I)(x_h, y_k) p(y_k) p(x_h|y_k) = 0.0665 \end{aligned}$$

同样可得,

$$F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{II}(x, y)) = 0.2268$$

$$F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{III}(x, y)) = 0.2065$$

$$F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_0(x, y)) = 0.0578$$

$$F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_I(x, y) \cap \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{II}(x, y)) = 0.0528$$



$$F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{II}(x, y) \cap \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{III}(x, y)) = 0.0825$$

$$F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{III}(x, y) \cap \tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_0(x, y)) = 0.055$$

从而可以得到

$$F_p(\tilde{N}_I | \tilde{E}_{II}) = \frac{F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_I)}{F_p(\tilde{E}_{II})} = 0.1811$$

$$F_p(\tilde{N}_{II} | \tilde{E}_{II}) = \frac{F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{II})}{F_p(\tilde{E}_{II})} = 0.6174$$

$$F_p(\tilde{N}_{III} | \tilde{E}_{II}) = \frac{F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_{III})}{F_p(\tilde{E}_{II})} = 0.5623$$

$$F_p(\tilde{N}_0 | \tilde{E}_{II}) = \frac{F_p(\tilde{E}_{II} \times \tilde{N}_0)}{F_p(\tilde{E}_{II})} = 0.1572$$

即通过计算可以得到，当专家决策组通过历史经验和信息判断地铁突发事件级别为 II 级时，4 种级别的状态发生的后验概率分别为 0.1811，0.6174，0.5623 和 0.1572。

通过效用表可以得到各个应急方案的期望效用分别为

$$U(d_1) = 0.1811 \times 80 + 0.6174 \times 30 + 0.5623 \times 10 + 0.1572 \times 5 = 39.419$$

$$U(d_2) = 0.1811 \times 40 + 0.6174 \times 50 + 0.5623 \times 30 + 0.1572 \times 10 = 56.555$$

$$U(d_3) = 0.1811 \times 10 + 0.6174 \times 20 + 0.5623 \times 50 + 0.1572 \times 40 = 48.562$$

$$U(d_0) = 0.1811 \times 5 + 0.6174 \times 10 + 0.5623 \times 20 + 0.1572 \times 100 = 34.046$$

所以按照期望效用最大准则，地铁专家决策组在第一阶段应该选择应急方案  $d_2$ ，并且马上实施并观察方案实施效果。

### (2) 第二阶段应急方案选择

第一阶段的应急方案实施结束之后，地铁专家决策组依据第一阶段的方案实施效果和现场实时信息对突发事件等级重新判定，并把第一阶段得到的地铁突发事件状态等级的后验概率作为本阶段先验概率，则第二阶段的先验概率为

$$p(y_0^1) = 0.1572, p(y_3^1) = 0.5623,$$

$$p(y_2^1) = 0.6174, p(y_1^1) = 0.1811$$

假设本阶段地铁专家决策组根据实际情况，判定当前阶段地铁突发事件处于 III 级，则根据前文给出的隶属度函数，可以得到专家组判断突发事件为 III 级时的隶属函数分别为

$$\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_I(x, y) = \left[ (0, 0, 0.1, 0.1), (0, 0, 0.2, 1), (0, 0, 0.2, 0.2), (0, 0, 0, 0) \right]$$

$$\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{II}(x, y) = \left[ (0, 0.1, 0.1, 0.1), (0, 0.1, 1, 0.1), (0, 0.1, 0.2, 0.1), (0, 0, 0, 0) \right]$$

$$\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{III}(x, y) = \left[ (0.1, 0.1, 0.1, 0), (0.1, 1, 0.1, 0), (0.1, 0.2, 0.1, 0), (0, 0, 0, 0) \right]$$

$$\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_0(x, y) = \left[ (0.1, 0.1, 0, 0), (1, 0.1, 0, 0), (0.2, 0.1, 0, 0), (0, 0, 0, 0) \right]$$

$$\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_I(x, y) \cap \tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{II}(x, y) = \left[ (0, 0, 0.1, 0.1), (0, 0, 0.2, 0.1), (0, 0, 0.2, 0.1), (0, 0, 0, 0) \right]$$

$$\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{II}(x, y) \cap \tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{III}(x, y) = \left[ (0, 0.1, 0.1, 0), (0, 0.1, 0.1, 0), (0, 0.1, 0.1, 0), (0, 0, 0, 0) \right]$$

$$\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{III}(x, y) \cap \tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_0(x, y) = \left[ (0.1, 0.1, 0, 0), (0.1, 0.1, 0, 0), (0.1, 0.1, 0, 0), (0, 0, 0, 0) \right]$$

结合本阶段先验概率和条件概率，可以得到以下概率：

$$F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_I(x, y)) = 0.1042$$

$$F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{II}(x, y)) = 0.2181$$

$$F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{III}(x, y)) = 0.4743$$

$$F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_0(x, y)) = 0.0833$$

$$F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_I(x, y) \cap \tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{II}(x, y)) = 0.0906$$

$$F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{II}(x, y) \cap \tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{III}(x, y)) = 0.0966$$

$$F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{III}(x, y) \cap \tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_0(x, y)) = 0.0684$$

从而可以得到

$$F_p(\tilde{N}_I | \tilde{E}_{III}) = \frac{F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_I)}{F_p(\tilde{E}_{III})} = 0.1670$$

$$F_p(\tilde{N}_{II} | \tilde{E}_{III}) = \frac{F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{II})}{F_p(\tilde{E}_{III})} = 0.3494$$

$$F_p(\tilde{N}_{III}|\tilde{E}_{III}) = \frac{F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_{III})}{F_p(\tilde{E}_{III})} = 0.7597$$

$$F_p(\tilde{N}_0|\tilde{E}_{III}) = \frac{F_p(\tilde{E}_{III} \times \tilde{N}_0)}{F_p(\tilde{E}_{III})} = 0.1334$$

即通过计算可以得到, 当第二阶段专家决策组通过第一阶段实施结果和现场实时信息判断地铁突发事件级别为Ⅲ级时, 4种级别的状态发生的后验概率分别为0.1670, 0.3494, 0.7597和0.1334。

假设本阶段可选择的方案和各方案效用均与第一阶段相同, 则结合效用表和本阶段后验概率可以得到本阶段各个应急方案的期望效用分别为

$$U(d_1) = 0.1670 \times 80 + 0.3494 \times 30 + 0.7597 \times 10 + 0.1334 \times 5 = 32.106$$

$$U(d_2) = 0.1670 \times 40 + 0.3494 \times 50 + 0.7597 \times 30 + 0.1334 \times 10 = 48.275$$

$$U(d_3) = 0.1670 \times 10 + 0.3494 \times 20 + 0.7597 \times 50 + 0.1334 \times 40 = 51.979$$

$$U(d_0) = 0.1670 \times 5 + 0.3494 \times 10 + 0.7597 \times 20 + 0.1334 \times 100 = 32.863$$

因此按照期望效用最大准则, 地铁专家决策组在第二阶段应该选择应急方案 $d_3$ , 并且马上部署实施。

当第二阶段的应急方案实施结束之后, 地铁专家决策组继续根据第二阶段的方案实施效果和现场实时信息对突发事件等级进行重新判定, 后续阶段的步骤与第二阶段相同, 直到计数库所中无token可用且专家组判断地铁突发事件应急结束。

## 5 结论

本文提出了逻辑博弈概率Petri网, 并建立基于逻辑博弈概率Petri网的地铁突发事件应急决策模型, 然后使用模糊贝叶斯方法对模型进行了分析。逻辑博弈概率Petri网将逻辑Petri网、动态博弈以及模糊贝叶斯方法有机结合起来, 不仅引入的决策变迁能够清晰描述动态博弈过程的协同问

题和不确定问题, 而且加入的概率向量和变迁等可以对模糊贝叶斯方法的求解过程进行描述和分析。通过地铁突发事件应急决策模型的可达图, 既可以清晰的看出地铁突发事件状态等级的前后验概率, 还描述出了突发事件的动态博弈过程以及各个应急策略期望效用。与普通Petri网相比, 逻辑博弈概率Petri网可以更方便有效的描述具有博弈过程以及概率转换关系的问题。对地铁突发事件应急博弈过程的策略空间以及效用函数的选取需要进一步讨论。

## 参考文献:

- [1] 田野, 刘宏, 张智峰, 等. 中国地下空间学术研究发展综述[J]. 地下空间与工程学报, 2020, 16(6): 1596-1610.  
Tian Ye, Liu Hong, Zhang Zhifeng, et al. A Summary of the Development of Underground Space Academic Research in China[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2020, 16(6): 1596-1610.
- [2] 林晓飞, 喻箫, 侯正波, 等. 地铁应急疏散影响因素研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2020, 16(增1): 41-45.  
Lin Xiaofei, Yu Xiao, Hou Zhengbo, et al. Research on Influencing Factors of Emergency Evacuation in Subway[J]. Journal of Safety Science and Technology, 2020, 16(S1): 41-45.
- [3] 佚名. 郑州地铁5号线"7·20事件"中有14人不幸遇难[J]. 城市轨道交通研究, 2021, 24(8): 164.  
Anon. 14 People Were Killed in the "July 20 Incident" of Zhengzhou Metro Line 5[J]. Urban Mass Transit, 2021, 24(8): 164.
- [4] Zhang Ming, Li Ping, Wang Fuzhang. The Emergency Decision Support Platform of Urban Rail Transit Based on Information Sharing and Digitalized Plan[C]//Tenth International Conference of Chinese Transportation Professionals (ICCTP). Reston, VA, USA: ASCE, 2010: 287-294.
- [5] Kyriakidis M, Hirsch R, Majumdar A. Metro Railway Safety: An Analysis of Accident Precursors[J]. Safety Science, 2012, 50(7): 1535-1548.
- [6] Wang Haiyong, Zhang Yanpeng, Gao Jieqiong, et al. Research on the Mobile Assistant Decision-making System Based on Service-oriented Architecture for Transport Accident Rescue[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2018, 10(4): 1687814018767256.
- [7] 王付宇, 王骏. 基于精炼贝叶斯均衡的地铁站突发事件应急管理[J]. 齐齐哈尔大学学报(哲学社会科学版),

- 2018(1): 18-21.
- Wang Fuyu, Wang Jun. Emergency Management of Subway Station Emergency Based on Refined Bias Equilibrium[J]. Journal of Qiqihar University(Philosophy & Social Science Edition), 2018(1): 18-21.
- [8] 郑云水, 穆然, 林俊亭, 等. 铁路应急资源动态多阶段调度决策模型及算法研究[J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(20): 213-219, 233.
- Zheng Yunshui, Mu Ran, Lin Junting, et al. Research of Dynamic Multi-stage Scheduling Decision Model and Algorithm for Railway Emergency Resources[J]. Computer Engineering and Applications, 2015, 51(20): 213-219, 233.
- [9] 洪玲, 高佳, 邱树涵, 等. 基于改进势能场模型的地铁站站应急疏散动态仿真[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2020, 48(3): 398-406.
- Hong Ling, Gao Jia, Qiu Shuhan, et al. Dynamic Simulation on Emergency Evacuation in Metro Stations Based on Improved Potential Energy Field Model[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2020, 48(3): 398-406.
- [10] 朱小马. 地铁车站突发性大客流应急疏散研究[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2017.
- Zhu Xiaoma. Study on Emergency Evacuation of Sudden Passenger Flow on Subway Station[D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2017.
- [11] Li Shiqi, Uzam M, Yin Li, et al. Robust Diagnosability Analysis of Discrete Event Systems Using Labeled Petri Nets[J]. IEEE Access, 2021, 9: 163504-163515.
- [12] 刘伟, 史晓浩, 孙红伟. 基于逻辑混合Petri网的混合系统建模与分析[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2021, 40(4): 65-75.
- Liu Wei, Shi Xiaohao, Sun Hongwei. Modeling and Analysis of Hybrid Systems Based on Logic Hybrid Petri Nets[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science), 2021, 40(4): 65-75.
- [13] He Zhou, Dong Yuying, Ren Gongchang, et al. Path Planning for Automated Guided Vehicle Systems With Time Constraints Using Timed Petri Nets[J]. Measurement and Control, 2020, 53(9/10): 2030-2040.
- [14] Zhao Jiantao, Chen Zengqiang, Liu Zhongxin. Modeling and Analysis of Colored Petri Net Based on the Semi-tensor Product of Matrices[J]. Science China Information Sciences, 2018, 61(1): 010205.
- [15] 陈金栋, 刘伟, 冯新, 等. 基于逻辑 workflow 网的有限无死锁组合[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2020, 39(5): 89-97.
- Chen Jindong, Liu Wei, Feng Xin, et al. Finite Deadlock-free Combination Based on Logical Workflow Network[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2020, 39(5): 89-97.
- [16] 张艺凡, 陈文瑛. 地铁运营突发事件应急响应模式的马尔科夫链分析[J]. 中国安全科学学报, 2015, 25(2): 165-170.
- Zhang Yifan, Chen Wenying. Markov Chain Analysis of Metro Network in Responding to Emergency[J]. China Safety Science Journal, 2015, 25(2): 165-170.
- [17] 袁俊辉. 基于SCPN的地铁车站火灾应急处置流程建模研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2017.
- Yuan Junhui. Research on Modeling of Subway Station Fire Emergency Response Process Based on SCPN[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017.
- [18] You Dan, Wang Shouguang, Zhou Mengchu, et al. Supervisory Control of Petri Nets in the Presence of Replacement Attacks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(3): 1466-1473.
- [19] Feng Xin, Lin Mao, Liu Wei, et al. Modeling and Analysis for Uncertainty in Logistic Chains Based on Logical Time Petri Nets[J]. IEEE Access, 2020, 8: 61665-61671.
- [20] Mohammadian M, Aminifar F, Amjady N, et al. Data-driven Classifier for Extreme Outage Prediction Based on Bayes Decision Theory[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(6): 4906-4914.
- [21] 宋瑶. 基于动态博弈的智慧城市灾害应急决策研究[D]. 天津: 天津大学, 2017.
- Song Yao. Research on the Emergency Decision-making of Disasters in Smart City Based on Dynamic Game Theory[D]. Tianjin: Tianjin University, 2017.
- [22] Zazo S, Valcarcel M S, Matilde Sánchez-Fernández, et al. Dynamic Potential Games With Constraints: Fundamentals and Applications in Communications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(14): 3806-3821.
- [23] 王振, 杜玉越, 亓亮. 扩展颜色逻辑Petri网及其可达性分析[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2020, 39(3): 84-98.
- Wang Zhen, Du Yuyue, Qi Liang. Extended Colored Logic Petri Net and Its Reachability Analysis[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2020, 39(3): 84-98.