

11-30-2023

Adaptive Robust Trajectory Tracking Control for NSV with Multiple Stochastic Disturbances

Xiaohu Yan

Key Laboratory of Applied Mathematics and Artificial Intelligence Mechanism, Hefei University, Hefei 230601, China; Hefei Comprehensive National Science Center, Institute of Artificial Intelligence, Hefei 230088, China, xhyan@hfu.edu.cn

Yuwu Yao

Key Laboratory of Applied Mathematics and Artificial Intelligence Mechanism, Hefei University, Hefei 230601, China

Yuhua Wu

Key Laboratory of Applied Mathematics and Artificial Intelligence Mechanism, Hefei University, Hefei 230601, China

Jiangxin Xu

Key Laboratory of Applied Mathematics and Artificial Intelligence Mechanism, Hefei University, Hefei 230601, China

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation. For more information, please contact xtfzxb@126.com.

Adaptive Robust Trajectory Tracking Control for NSV with Multiple Stochastic Disturbances

Abstract

Abstract: A stochastic control scheme of adaptive robust trajectory tracking is proposed for near space vehicle (NSV) with stochastic noise input disturbances, Poisson random fluctuation disturbances, and control input saturation. The effective tracking of the height and speed reference signals is realized. For the outer loop trajectory control, the robust stochastic controller is designed for the height subsystem and the speed subsystem respectively. Additionally, the required attitude angle reference signals for the inner loop attitude control are obtained by converting the equivalent control input via numerical calculation. For the inner loop attitude control problems, an adaptive robust stochastic control scheme based on an auxiliary system is designed according to the backstepping control (BC) method, dynamic surface control (DSC) technology, and stochastic robust control method. As a result, precise attitude tracking of NSV under stochastic disturbances is realized, and the influence of multiple stochastic noise disturbances and parameter uncertainty is weakened. The satisfactory robust H^∞ tracking control performance of NSV is obtained, and numerical simulations further verify the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords

NSV, multiple stochastic disturbances, input saturation, H^∞ control, trajectory tracking

Recommended Citation

Yan Xiaohui, Yao Yuwu, Wu Yuhua, et al. Adaptive Robust Trajectory Tracking Control for NSV with Multiple Stochastic Disturbances[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(11): 2359-2372.

具有多重随机干扰的 NSV 自适应鲁棒轨迹跟踪控制

闫晓辉^{1,2*}, 姚玉武¹, 吴昱桦¹, 徐江新¹

(1. 合肥学院 应用数学与人工智能机理研究重点实验室, 安徽 合肥 230601; 2. 合肥综合性国家科学中心 人工智能研究院, 安徽 合肥 230088)

摘要: 针对具有随机噪声输入干扰、泊松随机波动干扰和控制输入饱和的近空间飞行器 (near space vehicle, NSV) 纵向轨迹控制模型, 提出一种自适应鲁棒轨迹跟踪随机控制方案, 实现对高度和速度参考信号的有效跟踪。对于外环轨迹控制, 分别针对高度子系统和速度子系统, 设计鲁棒随机控制器, 通过数值计算方法对等效控制输入转化, 得到内环姿态控制所需的姿态角参考信号。针对内环姿态控制问题, 基于反步控制 (backstepping control, BC) 方法、动态面控制 (dynamic surface control, DSC) 技术和随机鲁棒控制方法, 设计一种基于辅助系统的自适应鲁棒随机控制方案, 实现随机干扰下的 NSV 姿态精确跟踪, 衰减多重随机噪声干扰和参数不确定的影响, 获得满意的鲁棒 H_∞ 控制性能。数值仿真进一步验证了所提方案的有效性。

关键词: NSV; 多重随机干扰; 输入饱和; H_∞ 控制; 轨迹跟踪

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1004-731X(2023)11-2359-14

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.22-0736

引用格式: 闫晓辉, 姚玉武, 吴昱桦, 等. 具有多重随机干扰的 NSV 自适应鲁棒轨迹跟踪控制[J]. 系统仿真学报, 2023, 35(11): 2359-2372.

Reference format: Yan Xiaohui, Yao Yuwu, Wu Yuhua, et al. Adaptive Robust Trajectory Tracking Control for NSV with Multiple Stochastic Disturbances[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(11): 2359-2372.

Adaptive Robust Trajectory Tracking Control for NSV with Multiple Stochastic Disturbances

Yan Xiaohui^{1,2*}, Yao Yuwu¹, Wu Yuhua¹, Xu Jiangxin¹

(1. Key Laboratory of Applied Mathematics and Artificial Intelligence Mechanism, Hefei University, Hefei 230601, China;

2. Hefei Comprehensive National Science Center, Institute of Artificial Intelligence, Hefei 230088, China)

Abstract: A stochastic control scheme of adaptive robust trajectory tracking is proposed for near space vehicle (NSV) with stochastic noise input disturbances, Poisson random fluctuation disturbances, and control input saturation. The effective tracking of the height and speed reference signals is realized. For the outer loop trajectory control, the robust stochastic controller is designed for the height subsystem and the speed subsystem respectively. Additionally, the required attitude angle reference signals for the inner loop attitude control are obtained by converting the equivalent control input via numerical calculation. For the inner loop attitude control problems, an adaptive robust stochastic control scheme based on an auxiliary system is designed according to the backstepping control (BC) method, dynamic surface control (DSC) technology, and stochastic robust control method. As a result, precise attitude tracking of NSV under stochastic disturbances is realized, and the influence of multiple stochastic noise disturbances and parameter uncertainty is weakened. The satisfactory robust H_∞ tracking control performance of NSV is obtained, and numerical simulations further verify the effectiveness of the proposed scheme.

收稿日期: 2022-06-27

修回日期: 2022-09-27

基金项目: 国家自然科学基金(61903118); 安徽省自然科学基金(1908085QF290); 合肥学院人才科研基金(20RC27)

第一作者: 闫晓辉(1984-), 男, 副教授, 博士, 研究方向为非线性系统控制、飞行控制。E-mail: xhyan@hfu.edu.cn

Keywords: NSV; multiple stochastic disturbances; input saturation; H_∞ control; trajectory tracking

0 引言

近空间又被称为“临近空间”或“近太空”，一般是指地表以上 20~100 km 之间的空域，作为军事科技应用的新空间，近空间具有十分重要的应用开发价值和深远的战略意义^[1-2]。作为目前国际关注的空间技术焦点，近空间飞行器(near space vehicle, NSV)是指能够在近空间持续工作、执行给定任务的飞行器，具有生存能力强、机动性强、可重复使用、覆盖范围广等特点。在不同的飞行阶段，NSV 不可避免地会受到外部干扰和系统建模误差等诸多不确定性的影响，其系统模型表现出强耦合和非线性等特性；此外，执行器固有的物理性质也会导致输入饱和问题，所有这些因素都给 NSV 的飞行控制带来了更多的挑战。NSV 的研究与发展既是国家综合实力的体现，又是合理利用近空间资源、保障国家安全的保证。为了提高飞行性能和完成任务的能力，许多较为成熟的先进控制理论和方法被应用到飞行控制系统设计中来，并取得满意的飞行控制性能，如滑模控制^[3-6]、 H_∞ 控制^[7-8]、鲁棒自适应控制^[9-12]、有限/固定时间控制^[13-14]、最优控制^[15]等。

在任何实际控制系统中，都存在着各种形式的干扰，这些干扰不仅会给系统的控制性能带来影响，甚至会导致整个控制系统不稳定，这就使得对于控制系统设计中的干扰抑制问题研究尤为重要^[16-17]。为了解决具有不可测干扰的控制系统干扰抑制问题，国内外许多学者借助控制系统的已知信息设计了不同类型的干扰观测器(disturbance observer, DO)，利用 DO 的输出补偿干扰对控制系统的影响，获得理想的控制效果^[18-24]。因此，基于 DO 的控制方法能够很好地应用于研究飞行器抗干扰控制问题。文献[18]针对导弹纵向控制系统提出了一种基于非线性 DO 和动态逆方法的鲁棒控制方案。文献[19]结合神经网络和高增益 DO 设计了

高超声速飞行器输出反馈控制器。文献[20]提出了一种基于 DO 的鲁棒飞行控制方案，实现了对具有非匹配干扰的高超声速飞行器的纵向动态控制。文献[21]提出了一种基于滑模 DO 的新型自适应神经网络控制方案。文献[22]针对具有饱和输入约束的高超声速飞行器系统，提出了一种基于 DO 的抗干扰控制方案。文献[23]将由风引起的耦合效应视为未知干扰，设计了一种基于 DO 的神经自适应控制策略。文献[24]研究了基于非线性 DO、反馈线性化和动态面控制技术的吸气式高超声速飞行器纵向动态控制问题。此外， H_∞ 控制方法在飞行控制系统中得到很好的应用，然而，当不确定外部扰动存在于控制输入通道时， H_∞ 控制方法较为保守，仅能做到衰减扰动，不能有效抵消外部扰动的影响。为了更好地解决这一问题，结合干扰观测器技术，文献[7]设计了一种基于 DO 的混合 H_2/H_∞ 鲁棒模糊控制器，实现了高超声速飞行器的纵向跟踪控制。

随着科学技术的不断发展，以及对控制系统的要求越来越高，为了提高控制性能，需要将系统存在的一些不同类型噪声考虑进来，例如外部环境噪声和系统自身测量噪声等。在飞行控制领域，随机非线性控制方法也得到了一些应用^[25-29]，例如，文献[25]提出了一种随机最优滑模控制(sliding mode control, SMC)方案，能够实现挠性飞行器的主动控制。文献[26]提出了一种基于状态观测器和 SMC 方法的鲁棒随机控制方案并应用于飞行控制系统。文献[27]针对存在随机输入力矩的刚体飞行器，利用几何随机反馈控制方法设计了一种鲁棒姿态运动镇定控制器。文献[28]针对具有连续和非连续随机波动的多输入多输出随机 Poisson 跳变扩散系统，提出了一种模糊自适应鲁棒 H_∞ 随机控制方案，并将控制策略应用于随机四旋翼飞行器轨迹跟踪控制中。在已有的飞行控制研究中，大多数控制方法只是考虑 NSV 系统中存在的外部

干扰为确定性时变干扰, 对于具有随机干扰的 NSV 的鲁棒飞行控制研究极少。在 NSV 实际飞行过程中, 通常需要沿着规划的既定轨迹飞行, 比如 NSV 进入巡航高度之前, 往往会借助超燃冲压发动机的推力作用完成爬升, 此时需要对 NSV 进行轨迹控制, 从而实现 NSV 以指定速度平稳到达巡航高度。因此, 为了保证 NSV 能顺利完成飞行制导任务, 除了设计姿态控制系统以外, 还需要对轨迹控制系统进行设计。

基于上述研究分析, 本文主要以高超声速 NSV 为研究对象, 着重考虑控制输入饱和、随机噪声输入干扰和随机波动等对飞行控制性能的影响, 设计 NSV 自适应鲁棒随机飞行控制方案, 能够为优良的飞行控制系统设计提供理论和方法支撑。

1 问题描述

1.1 多重随机干扰下的 NSV 姿态控制模型

NSV 姿态动力学模型描述为如下仿射非线性系统^[30]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{F}_1(\mathbf{x}_1) + \mathbf{G}_1(\mathbf{x}_1)\mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{F}_2(\bar{\mathbf{x}}_2) + \mathbf{G}_2(\bar{\mathbf{x}}_2)\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{x}_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in R^3$ 为系统状态向量; $\mathbf{u}, \mathbf{y} \in R^3$ 为控制输入向量和输出向量; $\bar{\mathbf{x}}_2 = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T]^T$, $\mathbf{F}_1(\mathbf{x}_1)$ 和 $\mathbf{F}_2(\bar{\mathbf{x}}_2)$ 为已知非线性函数; $\mathbf{G}_1(\mathbf{x}_1)$ 和 $\mathbf{G}_2(\bar{\mathbf{x}}_2)$ 为已知控制增益矩阵。详细的变量及相关气动参数定义可参见文献[30]。

为了后续控制器设计方便, 本文将系统状态、控制输入和输出分别记为 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u}$ 和 \mathbf{y} , 其中, $\mathbf{x}_1 = [\alpha, \beta, \mu]^T$ 为 NSV 的姿态角; $\mathbf{x}_2 = [p, q, r]^T$ 为 NSV 的姿态角速度; 控制输入 \mathbf{u} 为 NSV 的等效控制力矩。

在实际姿态控制过程中, 利用等效控制力矩计算并获得适当的舵面偏转角 $\delta_e, \delta_a, \delta_r$ 作为姿态控制指令, 再经伺服机构和执行器作用到飞行器来实现对 NSV 的姿态控制。考虑在此过程中输入通

道存在一些随机噪声干扰, 即

$$\begin{cases} \delta_e \rightarrow \delta_e + \sigma_1 \xi_{11} \\ \delta_a \rightarrow \delta_a + \sigma_2 \xi_{12} \\ \delta_r \rightarrow \delta_r + \sigma_3 \xi_{13} \end{cases}$$

其中: σ_i 为白噪声 ξ_i 的噪声强度, $i = 1, 2, 3$ 。

此外, 本文考虑气动力系数 C_L, C_Y, C_D 和气动转矩系数 C_l, C_m, C_n 存在随机摄动的影响, 即

$$\begin{cases} C_L \rightarrow C_L + \Delta_1 \xi_{21} \\ C_Y \rightarrow C_Y + \Delta_2 \xi_{22} \\ C_D \rightarrow C_D + \Delta_3 \xi_{23} \\ C_l \rightarrow C_l + \Delta_4 \xi_{24} \\ C_m \rightarrow C_m + \Delta_5 \xi_{25} \\ C_n \rightarrow C_n + \Delta_6 \xi_{26} \end{cases}$$

其中: ξ_{2i} 为一维高斯白噪声, $i = 1, 2, \dots, 6$; Δ_i 为白噪声的权值系数, 即白噪声的强度。

记 $\xi_1 = [\xi_{11}, \xi_{12}, \xi_{13}]^T, \xi_2 = [\xi_{21}, \xi_{22}, \xi_{23}, \xi_{24}, \xi_{25}, \xi_{26}]^T$, $\Sigma_1 = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 和 $\Sigma_2 = \text{diag}(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5, \Delta_6)$,

根据随机系统理论^[31], 利用 $\frac{d\mathbf{w}_1}{dt}$ 和 $\frac{d\mathbf{w}_2}{dt}$ 分别代替 ξ_1 和 ξ_2 , 其中, \mathbf{w}_1 和 \mathbf{w}_2 分别为三维和六维独立标准维纳过程向量。利用具有随机参数摄动的气动系数代替文献[30]中的相应气动系数, 并结合含有随机输入噪声的偏转角, 可以得到含随机激励项的气动力、气动力矩和等效控制力矩。因此, 具有输入饱和、随机输入噪声和气动参数随机摄动的 NSV 姿态模型可以表述为

$$\begin{cases} d\mathbf{x}_1 = (\mathbf{F}_1(\mathbf{x}_1) + \mathbf{G}_1(\mathbf{x}_1)\mathbf{x}_2)dt + \bar{\mathbf{H}}_1 \bar{\Sigma}_1 d\bar{\mathbf{w}}_1 \\ d\mathbf{x}_2 = (\mathbf{F}_2(\bar{\mathbf{x}}_2) + \mathbf{G}_2(\bar{\mathbf{x}}_2)\text{sat}(\mathbf{u}))dt + \bar{\mathbf{H}}_2 \bar{\Sigma}_2 d\bar{\mathbf{w}}_2 \\ \mathbf{y} = \mathbf{x}_1 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\bar{\mathbf{H}}_1$ 和 $\bar{\mathbf{H}}_2$ 为已知矩阵函数; $\bar{\Sigma}_1 = \Sigma_1, \bar{\Sigma}_2 = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 2 \\ 2 & \Sigma_2 \end{bmatrix}$; $\bar{\mathbf{w}}_1 = \mathbf{w}_1, \bar{\mathbf{w}}_2 = [\mathbf{w}_1^T, \mathbf{w}_2^T]^T$; $[\text{sat}(u_1) \text{sat}(u_2), \text{sat}(u_3)]^T$ 为系统饱和控制输入, 饱和函数 $\text{sat}(\cdot)$ 定义为

$$\text{sat}(u_i) = \begin{cases} \bar{u}_i \text{sign}(u_i), & |u_i| \geq \bar{u}_i \\ u_i, & |u_i| < \bar{u}_i \end{cases} \quad (3)$$

式中: \bar{u}_i 为饱和控制输入的已知界, $i = 1, 2, 3$ 。

在 NSV 实际飞行过程中, 由于飞行器燃料消

耗引起质心的变化、高温气体效应和高超声速磁流体、激波与膨胀波和随机故障等不确定因素的影响,且这些扰动因素通常具有突然发生的特性,从而引起系统内部的变化。作为一种经典的随机过程,泊松过程(又称泊松跳变过程)被认为是在短时间内突然发生的、不连续的变化过程,能够更形象地刻画NSV系统中的部分突然跳变随机扰动。

基于以上分析,式(2)可以修正为

$$\begin{cases} dx_1 = (F_1(x_1) + G_1(x_1)x_2)dt + \bar{H}_1 \bar{\Sigma}_1 d\bar{w}_1 + \sum_{j=1}^N N_{1j}(x_1) dP_{1j}(t) \\ dx_2 = (F_2(\bar{x}_2) + G_2(\bar{x}_2) \text{sat}(u))dt + \bar{H}_2 \bar{\Sigma}_2 d\bar{w}_2 + \sum_{j=1}^N N_{2j}(\bar{x}_2) dP_{2j}(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $N_{ij} = [N_{ij1}, N_{ij2}, N_{ij3}]^T$, $i=1,2$, 且 N_{ijk} 为 Borel 可测函数, 满足局部 Lipschitz 连续性和 $N_{ijk}(0)=0$; $P_{ij}(t)$ 是定义在完备概率空间上的一维泊松过程。

考虑系统模型中存在两种类型的随机过程: 一种是维纳过程 $\bar{w}_i(t)$, 另一种是泊松过程 $P_{ij}(t)$, 且两类随机过程是相互独立的。维纳过程 $\bar{w}_i(t)$ 被看作在任意时刻是连续的但不可微的随机过程, 而泊松计数过程 $P_{ij}(t)$ 在跳变发生时是不连续的且是不可微的。

1.2 NSV 轨迹控制模型

在 NSV 轨迹控制系统模型中, 设置姿态角指令 α, β 为零。进一步可以得到高度 h , 速度 V_a 以及航迹倾斜角 γ 的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{h} = V_a \sin \gamma \\ \dot{V}_a = \frac{1}{M} (-\hat{q} SC_D + T_x \cos \alpha + T_z \sin \alpha - Mg \sin \gamma) \\ \dot{\gamma} = -\frac{1}{MV_a} (-\hat{q} SC_L - T_x \sin \alpha + T_z \cos \alpha + Mg \cos \gamma) \end{cases} \quad (5)$$

式中: M 为 NSV 的质量; \hat{q} 为动压; g 为重力加速度; 其余相关气动力参数定义见文献[30]。

考虑气动参数存在随机参数不确定, 则 V_a 和

γ 的状态方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{V}_a = F_v + G_v \bar{D} + \bar{D}_v \Delta_3 \xi_{23} \\ \dot{\gamma} = F_\gamma + G_\gamma \bar{L} + \bar{D}_\gamma \Delta_1 \xi_{21} \end{cases} \quad (6)$$

式中: $F_v = -g \sin \gamma$; $G_v = \frac{1}{M}$; $F_\gamma = \frac{-g \cos \gamma}{V_a}$; $G_\gamma = \frac{1}{MV_a}$; $\bar{D} = -\hat{q} SC_D + T_x \cos \alpha + T_z \sin \alpha$; $\bar{L} = \hat{q} SC_L + T_x \sin \alpha - T_z \cos \alpha$; $\bar{D}_v = -G_v \hat{q} S$; $\bar{D}_\gamma = G_\gamma \hat{q} S$ 。

记 $T_l = [V_a, \gamma]^T$, $U_l = [\bar{D}, \bar{L}]^T$ 和 $\xi_3 = [\xi_{21}, \xi_{23}]^T$,

并结合随机系统理论^[25]和 $\frac{dw_3}{dt} = \xi_3$, 则有:

$$dT_l = (F_l + G_l U_l)dt + H_l \Sigma_3 dw_3 \quad (7)$$

式中: $F_l = [F_v, F_\gamma]^T$; $G_l = \begin{bmatrix} G_v & 0 \\ 0 & G_\gamma \end{bmatrix}$; $H_l = \begin{bmatrix} 0 & \bar{D}_v \\ \bar{D}_\gamma & 0 \end{bmatrix}$;

$\Sigma_3 = \text{diag}(\Delta_1, \Delta_3)$; w_3 为二维独立标准维纳过程。

针对 NSV 的飞行高度 h , 令 $u_h = \sin \gamma$, 并将 u_h 看作是高度子系统的等效控制输入, 从而可将高度子系统的状态方程改写为

$$\dot{h} = V_a u_h \quad (8)$$

在纵向轨迹控制器设计时, 将分别针对速度子系统和高度子系统设计相应的控制器。高度子系统控制过程中的信号 $\gamma = \arcsin(u_h)$ 作为航迹角控制的参考信号 γ_r , 速度子系统控制过程中通过数值计算生成的信号 α 和 T 将作为姿态控制回路的一个姿态角参考信号 α_r 和推力指令。

为了便于式(4)的姿态跟踪控制模型设计, 需要给出如下几点假设和相关引理:

假设 1: 对于具有随机参数不确定和外部干扰的 NSV 姿态非线性系统, 假设控制增益矩阵 G_1 和 G_2 可逆且范数有界, 即 $\|G_j\| \leq g_j^*$, $j=1,2$, 其中, $g_j^* > 0$ 为未知正常数。

假设 2: 假设白噪声的强度 $\sigma_i (i=1,2,3)$ 和 $\Delta_j (j=1,2,\dots,6)$ 是有限的, 进一步假设强度矩阵 $\bar{\Sigma}_1$ 和 $\bar{\Sigma}_2$ 是范数有界的。又由 NSV 的物理特性及可控性可知 \bar{H}_1 和 \bar{H}_2 有界, 则一定存在正常数 $\bar{\sigma}_1 > 0$ 和 $\bar{\sigma}_2 > 0$, 使得 $\|\bar{H}_1 \bar{\Sigma}_1\|^4 \leq \bar{\sigma}_1$ 和 $\|\bar{H}_2 \bar{\Sigma}_2\|^2 \leq \bar{\sigma}_2$ 。

假设 3: 根据函数 $N_{ijk} (i=1,2, j=1,\dots,N, k=1,2,3)$ 满足局部 Lipschitz 连续性条件, 假设存在严格

递增光滑函数 $\sigma_{ijk}(\cdot)$, 其中, $\sigma_{ijk}(0)=0$, 使得 $N_{ijk}^2(\bar{x}_i) \leq \sigma_{ijk}^2(\|\bar{x}_i\|)$ 。

考虑如下 Itô 型随机微分方程^[25]:

$$dx = f(x)dt + g(x)dw, x(0) = x_0 \in R^n \quad (9)$$

式中: $x \in R^n$ 为系统状态; w 为定义在完备概率空间上的 m 维标准维纳过程, $f(x): R^n \rightarrow R^n, g(x): R^n \rightarrow R^n \times m$ 是 Borel 可测函数且关于 x 满足局部 Lipschitz 条件。

定义 1^[31]: 对任意给定函数 $V \in C^2(R^n, R_+)$ 及式(9), 定义无穷微分算子 L 为

$$LV = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2} tr(g^T(x) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} g(x)) \quad (10)$$

式中: $tr(\cdot)$ 为矩阵的迹。

对于如下随机泊松跳变扩散系统:

$$dx = f(x)dt + g(x)dw + \sum_{j=1}^N h_j(x)dP_j, x(0) = x_0 \quad (11)$$

式中: P_j 为完备概率空间上的一维泊松过程。

定义 2^[29]: 对任意给定的二次连续可微函数 $V \in C^2(R^n, R_+)$, 随机微分链式法则为

$$dV(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x)dt + \frac{1}{2} tr(g^T \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} g)dt +$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} g(x)dw + \sum_{j=1}^N (V(x+h_j(x)) - V(x))dP_j \quad (12)$$

引理 1^[32]: 对任意 $\bar{x}, \bar{y} \in R$ 和正数 $m > 0$, 存在常数 $\rho_1 > 1$ 和 $\rho_2 > 1$, 且 $(\rho_1 - 1)(\rho_2 - 1) = 1$, 使得如下不等式恒成立:

$$\bar{x}\bar{y} \leq \frac{m^{\rho_1}}{\rho_1} |\bar{x}|^{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2 m^{\rho_2}} |\bar{y}|^{\rho_2} \quad (13)$$

引理 2^[32]: 考虑随机微分方程式(9), 如果存在一正定、径向无界的 Lyapunov 函数 $V(x): R^n \rightarrow R_+$, 存在正常数 $a_0 > 0$ 和 $b_0 > 0$, 使得

$$LV(x) \leq a_0 V(x) + b_0 \quad (14)$$

则式(9)存在唯一解, 且解 $x(t)$ 是依概率有界的。

本文的控制目标为: 针对具有多重随机干扰和输入饱和的 NSV 纵向轨迹控制系统, 设计基于 BC 方法和辅助系统的自适应鲁棒随机 H_∞ 跟踪控制方案, 实现对高度和速度参考信号的有效跟踪以及 NSV 姿态的精确跟踪, 能够有效衰减多重随机噪声干扰和参数不确定的影响, 获得满意的鲁棒 H_∞ 控制性能。NSV 轨迹跟踪控制结构图如图 1 所示。

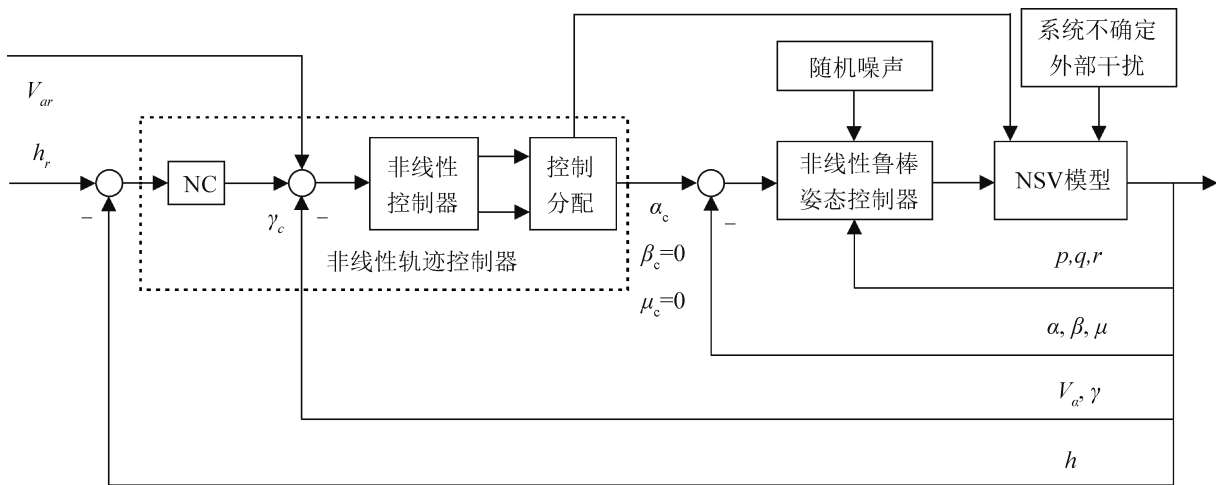


图 1 NSV 轨迹跟踪控制系统结构图

Fig. 1 NSV trajectory tracking control system structure diagram

2 NSV 轨迹跟踪鲁棒随机控制

2.1 高度子系统控制器设计

定义高度误差为 $e_h = h - h_r$ ，可得误差动态系统为

$$\dot{e}_h = V_a u_h - \dot{h}_r \quad (15)$$

设计如下形式的高度跟踪控制器：

$$u_h = -\frac{1}{V_a} (k_h e_h - \dot{h}_r) \quad (16)$$

式中： $k_h > 0$ 为控制增益调节参数。由于 u_h 为等效控制输入，实际高度控制输入为 $\gamma_c = \arcsin(u_h)$ ，所以需要通过选取适当的 k_h 保证控制信号 u_h 满足 $-1 \leq u_h \leq 1$ 。

考虑如下形式的 Lyapunov 候选函数：

$$V_h = \frac{1}{2} e_h^2 \quad (17)$$

对 V_h 求导，并结合式(6)，可得：

$$\dot{V}_h = -k_h e_h^2 \leq -\kappa_h V_h \quad (18)$$

式中： $\kappa_h < 2k_h$ 。

2.2 速度子系统控制器设计

针对 NSV 轨迹控制速度子系统，设计速度和航迹角跟踪控制器。定义跟踪误差变量为 $e_1 = T_1 - T_{1r}$ ，其中， $T_{1r} = [V_{ar}, \gamma_r]^T$ ， V_{ar} 和 γ_r 分别为速度和航迹角的参考信号。根据 $It\hat{o}$ 公式，可得如下误差动态系统：

$$de_1 = (F_1 + G_1 U_1 - \dot{T}_{1r}) dt + H_1 \Sigma_3 dw_3 \quad (19)$$

设计如下形式的控制律 U_1 和自适应更新律：

$$U_1 = -G_1^{-1} (K_1 e_1 + F_1 - \dot{T}_{1r} + \frac{3\eta_{11} \hat{\sigma}_1}{2} e_1) \quad (20)$$

$$\dot{\hat{\sigma}}_1 = \frac{3\eta_{11}}{2} \|e_1\|^4 - \lambda_1 \hat{\sigma}_1 \quad (21)$$

式中： $K_1 > 0$ 为设计的正定矩阵； $\hat{\sigma}_1$ 为 $\bar{\sigma}_1$ 的估计； η_{11} 为设计的正常数。

结合式(19)，(20)，可得

$$de_1 = (-K_1 e_1 - \frac{3\eta_{11} \hat{\sigma}_1}{2} e_1) dt + H_1 \Sigma_3 dw_3 \quad (22)$$

定义自适应估计误差为 $\tilde{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_1$ ，并选取 Lyapunov 候选函数为

$$V_l = \frac{1}{4} (e_1^T e_1)^2 + \frac{1}{2} \tilde{\sigma}_1^2 \quad (23)$$

根据定义 1，则有

$$LV_l = -e_1^T e_1 e_1^T K_1 e_1 - \frac{3\eta_{11}}{2} \|e_1\|^4 \hat{\sigma}_1 - \tilde{\sigma}_1 \dot{\hat{\sigma}}_1 + \frac{1}{2} tr\{\Sigma_3^T H_1^T (2e_1 e_1^T + e_1^T e_1 I) H_1 \Sigma_3\} \quad (24)$$

基于 Frobenius 范数的定义和相容性，可得

$$tr\{\Sigma_3^T H_1^T (2e_1 e_1^T + e_1^T e_1 I) H_1 \Sigma_3\} \leq 3 \|H_1 \Sigma_3\|^2 \|e_1\|^2 \leq \frac{3}{2\eta_{11}} + \frac{3\eta_{11}}{2} \|e_1\|^4 \bar{\sigma}_1 \quad (25)$$

将式(21)，(25)代入式(24)，则有

$$LV_l \leq -e_1^T e_1 e_1^T K_1 e_1 + \frac{3}{2\eta_{11}} + \lambda_1 \tilde{\sigma}_1 \hat{\sigma}_1 \quad (26)$$

又由如下不等式成立：

$$\lambda_1 \tilde{\sigma}_1 \hat{\sigma}_1 \leq -\frac{\lambda_1}{2} \tilde{\sigma}_1^2 + \frac{\lambda_1}{2} \bar{\sigma}_1^2 \quad (27)$$

进一步可得

$$LV_l \leq -\lambda_{\min}\{K_1\} (e_1^T e_1)^2 - \frac{\lambda_l}{2} \tilde{\sigma}_1^2 + \frac{\lambda_l}{2} \bar{\sigma}_1^2 + \frac{3}{2\eta_{11}} \leq -\kappa_l V_l + \bar{\Xi}_l \quad (28)$$

式中： $\kappa_l = \min\{4\lambda_{\min}\{K_1\}, \lambda_l\}$ ， $\bar{\Xi}_l = \frac{\lambda_l}{2} \bar{\sigma}_1^2 + \frac{3}{2\eta_{11}}$ 。

对于 NSV 纵向轨迹跟踪问题而言，通常不考虑横侧向的影响，然而在实际飞行过程中，难免会受到来自各个方向扰动的影响。因此，从实际角度出发，在后续的姿态控制系统设计时，不仅需要迎角 α 能够精确跟踪轨迹系统所产生的参考信号 α_r ，同时还要保证将其他两个姿态角 β_r, μ_r 能够镇定到零，即对于后续的姿态控制而言，其参考跟踪信号可以设置为 $\Omega_r = [\alpha_r, 0, 0]^T$ 。

2.3 NSV 姿态自适应随机 H_∞ 跟踪控制器

由于系统存在输入饱和和非线性，从而在实际操纵过程中，系统实际控制输入 u 和饱和控制输入 $sat(u)$ 存在一定的差距，记 $\Delta(u) = [\Delta_1(u_1), \Delta_2(u_2), \Delta_3(u_3)]^T$ ，则有 $sat(u) = u - \Delta(u)$ 。为了处理输入饱和和并补偿饱和现象的影响，构造如下辅助系统：

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = -C_1 \zeta_1 + G_1 \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 = -C_2 \zeta_2 + G_2 \Delta(u) \end{cases} \quad (29)$$

式中: ζ_1 和 ζ_2 为所设计辅助系统的状态; $C_1 > 0$ 和 $C_2 > 0$ 是设计的正定矩阵。

为了利用 BC 方法设计 NSV 鲁棒 H_∞ 随机跟踪控制方案, 首先定义新的误差变量为

$$e_1 = x_1 - y_r - \zeta_1, e_2 = x_2 - \dot{h} - \zeta_2 \quad (30)$$

式中: $\dot{h} = [\dot{h}_1, \dot{h}_2, \dot{h}_3]^T, \dot{h}_j$ 为待设计滤波器输出, $j = 1, 2, 3$ 。

根据式(7), 式(29), (30) 和 $It\hat{o}$ 随机微分公式, 随机动态跟踪误差系统可以表示为

$$de_1 = (F_1 + G_1 e_2 + G_1 \dot{h} - \dot{y}_r + C_1 \zeta_1) dt + \bar{H}_1 \bar{\Sigma}_1 d\bar{w}_1 + \sum_{j=1}^N N_{1j} dP_{1j}(t) \quad (31)$$

$$de_2 = (F_2 + G_2 u - \dot{h} + C_2 \zeta_2) dt + \bar{H}_2 \bar{\Sigma}_2 d\bar{w}_2 + \sum_{j=1}^N N_{2j} dP_{2j}(t) \quad (32)$$

根据文献[25], [26], [33], 鲁棒非线性 H_∞ 随机跟踪性能可以描述为

$$\frac{E[\int_{t=0}^{t=t_f} \sum_{i=1}^2 J_i(\phi_i^T e_i)^2 dt]}{E[\int_{t=0}^{t=t_f} \Xi_H dt]} \leq \gamma^2, i = 1, 2 \quad (33)$$

式中: ϕ 为权重; J_i 为权重; γ 为鲁棒随机跟踪系统的预设衰减水平指标; Ξ_H 为外部干扰、干扰估计误差、系统不确定逼近误差等对跟踪控制系统影响的不确定项, 且满足能量有限, 即 $E[\int_{t=0}^{t=t_f} \Xi_H dt] < \infty$ 。考虑跟踪系统的初始条件, 式(33)可改写为

$$E[\int_{t=0}^{t=t_f} \sum_{i=1}^2 J_i(e_i^T e_i)^2 dt] \leq V^*(0) + \gamma^2 E[\int_{t=0}^{t=t_f} \Xi_H dt] \quad (34)$$

式中: $V^*(0)$ 为跟踪控制系统的初始能量。

选取如下形式的 Lyapunov 候选函数:

$$V_i = \frac{1}{4} (e_i^T e_i)^2, i = 1, 2 \quad (35)$$

根据 $It\hat{o}$ -Levy 随机微分公式, 可得

$$dV_1 = e_1^T e_1 e_1^T (F_1 + G_1 e_2 + G_1 \dot{h} - \dot{y}_r + C_1 \zeta_1) dt + \frac{1}{2} tr\{\bar{H}_1^T \bar{\Sigma}_1^T (2e_1 e_1^T + e_1^T e_1 I) \bar{H}_1 \bar{\Sigma}_1\} dt +$$

$$e_1^T e_1 e_1^T \bar{H}_1 \bar{\Sigma}_1 d\bar{w}_1 + \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{1}{4} [(e_1 + N_{1j})^T (e_1 + N_{1j})]^2 - \frac{1}{4} (e_1^T e_1)^2 \right\} dP_{1j}(t) \quad (36)$$

$$dV_2 = e_2^T e_2 e_2^T (F_2 + G_2 u - \dot{h} + C_2 \zeta_2) dt + \frac{1}{2} tr\{\bar{H}_2^T \bar{\Sigma}_2^T (2e_2 e_2^T + e_2^T e_2 I) \bar{H}_2 \bar{\Sigma}_2\} dt + e_2^T e_2 e_2^T \bar{H}_2 \bar{\Sigma}_2 d\bar{w}_2 + \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{1}{4} [(e_2 + N_{2j})^T (e_2 + N_{2j})]^2 - \frac{1}{4} (e_2^T e_2)^2 \right\} dP_{2j}(t) \quad (37)$$

对式(36), (37)两端取期望, 又由 $E[d\bar{w}_i] = 0$ 和 $E[dP_{ij}] = \lambda_{ij} dt$, 则有

$$E[dV_1] = E[e_1^T e_1 e_1^T (F_1 + G_1 e_2 + G_1 \dot{h} - \dot{y}_r + C_1 \zeta_1)] dt + E[\frac{1}{2} tr\{\bar{H}_1^T \bar{\Sigma}_1^T (2e_1 e_1^T + e_1^T e_1 I) \bar{H}_1 \bar{\Sigma}_1\}] dt + E[\sum_{j=1}^N \left\{ \frac{1}{4} [(e_1 + N_{1j})^T (e_1 + N_{1j})]^2 - \frac{1}{4} (e_1^T e_1)^2 \right\} \lambda_{1j}] dt \quad (38)$$

$$E[dV_2] = E[e_2^T e_2 e_2^T (F_2 + G_2 u - \dot{h} + C_2 \zeta_2)] dt + E[\frac{1}{2} tr\{\bar{H}_2^T \bar{\Sigma}_2^T (2e_2 e_2^T + e_2^T e_2 I) \bar{H}_2 \bar{\Sigma}_2\}] dt + E[\sum_{j=1}^N \left\{ \frac{1}{4} [(e_2 + N_{2j})^T (e_2 + N_{2j})]^2 - \frac{1}{4} (e_2^T e_2)^2 \right\} \lambda_{2j}] dt \quad (39)$$

基于 Frobenius 范数的定义和相容性, 则有

$$e_1^T e_1 e_1^T G_1 e_2 \leq \frac{3\eta_{11}^{4/3}}{4} (e_1^T e_1)^2 + \frac{\|G_1\|^4}{4\eta_{11}^4} (e_2^T e_2)^2$$

$$tr\{\bar{H}_1^T \bar{\Sigma}_1^T (2e_1 e_1^T + e_1^T e_1 I) \bar{H}_1 \bar{\Sigma}_1\} \leq 3 \|\bar{H}_1\|^2 \|\bar{\Sigma}_1\|^2 \|e_1\|^2 \leq \frac{3\eta_{12} \|e_1\|^4}{2} \bar{\sigma}_1 + \frac{3}{2\eta_{12}}$$

$$tr\{\bar{H}_2^T \bar{\Sigma}_2^T (2e_2 e_2^T + e_2^T e_2 I) \bar{H}_2 \bar{\Sigma}_2\} \leq 3 \|\bar{H}_2\|^2 \|\bar{\Sigma}_2\|^2 \|e_2\|^2 \bar{\sigma}_2 \leq \frac{3\eta_{13} \|e_2\|^4}{2} \bar{\sigma}_2 + \frac{3}{2\eta_{13}}$$

$$\frac{1}{4} \{[(e_k + N_{kj})^T (e_k + N_{kj})]^2 - (e_k^T e_k)^2\} \lambda_{kj} = \frac{1}{4} \{[e_k^T e_k + N_{kj}^T e_k + e_k^T N_{kj} + N_{kj}^T N_{kj}]^2 - (e_k^T e_k)^2\} \lambda_{kj}$$

$$\leq \{(\mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_k + \mathbf{N}_{kj}^T \mathbf{N}_{kj})^2 - \frac{1}{4} (\mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_k)^2\} \lambda_{kj}$$

$$\leq \frac{7\lambda_{kj}}{4} (\mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_k)^2 + 2\lambda_{kj} (\mathbf{N}_{kj}^T \mathbf{N}_{kj})^2$$

式中: $k=1,2$; $\eta_{11}, \eta_{12}, \eta_{13}$ 为设计的正常数。

将上述不等式分别代入式(38), (39), 并记 $V=V_1+V_2$, 则有

$$E[dV] \leq E[\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^T (\mathbf{F}_1 + \mathbf{G}_1 (\dot{\mathbf{h}} - \mathbf{a}_c) + \mathbf{G}_1 \mathbf{a}_c - \dot{\mathbf{y}}_r + \mathbf{C}_1 \zeta_1)] dt + E[\frac{3\eta_{11}^{\frac{4}{3}}}{4} (\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1)^2 + \frac{\|\mathbf{G}_1\|^4}{4\eta_{11}^4} (\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2)^2 + \frac{3\eta_{12}\|\mathbf{e}_1\|^4}{4} \bar{\sigma}_1 + \frac{3}{4\eta_{12}}] dt + E[\sum_{j=1}^N (\frac{7\lambda_{1j}}{4} (\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1)^2 + 2\lambda_{1j} (\mathbf{N}_{1j}^T \mathbf{N}_{1j})^2)] dt + E[\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2^T (\mathbf{F}_2 + \mathbf{G}_2 \mathbf{u} - \dot{\mathbf{h}} + \mathbf{C}_2 \zeta_2)] dt + E[\frac{3\eta_{13}\|\mathbf{e}_2\|^4}{4} \bar{\sigma}_2 + \frac{3}{4\eta_{13}}] dt + E[\sum_{j=1}^N (\frac{7\lambda_{2j}}{4} (\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2)^2 + 2\lambda_{2j} (\mathbf{N}_{2j}^T \mathbf{N}_{2j})^2)] dt \quad (40)$$

由于式(4)中函数 N_{ij} 满足局部 Lipschitz 连续性, 并根据假设 3, 则有

$$(\mathbf{N}_{1j}^T \mathbf{N}_{1j})^2 \leq [\sigma_{1j1}^2 (\|\mathbf{x}_1\|) + \sigma_{1j2}^2 (\|\mathbf{x}_1\|) + \sigma_{1j3}^2 (\|\mathbf{x}_1\|)]^2 \leq 3 \sum_{k=1}^3 \sigma_{1jk}^4 (\|\mathbf{x}_1\|) \quad (41)$$

$$(\mathbf{N}_{2j}^T \mathbf{N}_{2j})^2 \leq [\sigma_{2j1}^2 (\|\bar{\mathbf{x}}_2\|) + \sigma_{2j2}^2 (\|\bar{\mathbf{x}}_2\|) + \sigma_{2j3}^2 (\|\bar{\mathbf{x}}_2\|)]^2 \leq 3 \sum_{k=1}^3 \sigma_{2jk}^4 (\|\bar{\mathbf{x}}_2\|) \quad (42)$$

把式(41)~(42)代入式(40), 则有

$$E[dV] \leq E[\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^T (\mathbf{F}_1 + \mathbf{G}_1 (\dot{\mathbf{h}} - \mathbf{a}_c) + \mathbf{G}_1 \mathbf{a}_c - \dot{\mathbf{y}}_r + \mathbf{C}_1 \zeta_1)] dt + E[\frac{3\eta_{11}^{\frac{4}{3}}}{4} (\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1)^2 + \frac{\|\mathbf{G}_1\|^4}{4\eta_{11}^4} (\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2)^2 + \frac{3\eta_{12}\|\mathbf{e}_1\|^4}{4} \bar{\sigma}_1 + \frac{3}{4\eta_{12}}] dt + E[\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^T \bar{\mathbf{H}}_1 + \bar{\Delta}_1] dt + E[\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2^T (\mathbf{F}_2 + \mathbf{G}_2 \mathbf{u} - \dot{\mathbf{h}} + \mathbf{C}_2 \zeta_2)] dt + E[\frac{3\eta_{13}\|\mathbf{e}_2\|^4}{4} \bar{\sigma}_2 + \frac{3}{4\eta_{13}}] dt + E[\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2^T \bar{\mathbf{H}}_2 + \bar{\Delta}_2] dt \quad (43)$$

接下来, 设计虚拟控制律 \mathbf{a}_c 、控制器 \mathbf{u} 和自适应更新律, 表示为

$$\mathbf{a}_c = -\mathbf{G}_1^{-1} [\mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1 + \frac{\eta_{14}}{2} \|\mathbf{G}_1\|^2 (\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1) \mathbf{e}_1 + \frac{3\eta_{12}}{4} \bar{\sigma}_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{F}_1 - \dot{\mathbf{y}}_r + \mathbf{C}_1 \zeta_1 + \bar{\mathbf{H}}_1] \quad (44)$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{G}_2^{-1} [\mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 + \mathbf{F}_2 - \dot{\mathbf{h}} + \mathbf{C}_2 \zeta_2 + \frac{\|\mathbf{G}_1\|^4}{4\eta_{11}^4} \mathbf{e}_2 + \frac{3\eta_{13}}{4} \bar{\sigma}_2 \mathbf{e}_2 + \bar{\mathbf{H}}_2] \quad (45)$$

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{3\eta_{12}}{4} \|\mathbf{e}_1\|^4 - \lambda_{\sigma_1} \hat{\sigma}_1 \quad (46)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{3\eta_{13}}{4} \|\mathbf{e}_2\|^4 - \lambda_{\sigma_2} \hat{\sigma}_2 \quad (47)$$

式中: λ_{σ_i} 为设计的正常数, $i=1,2$ 。

为了解决对虚拟控制律 \mathbf{a}_c 重复求导的问题, 采用 DSC 技术, 将 \mathbf{a}_c 通过一阶滤波器, 可以表示为

$$\mathbf{F} \dot{\mathbf{h}} + \mathbf{h} = \mathbf{a}_c, \mathbf{h}(0) = \mathbf{a}_c(0), \quad (48)$$

式中: $\mathbf{F} = \text{diag}(\varsigma_1, \varsigma_2, \varsigma_3) > 0$, ς_1, ς_2 和 ς_3 为设计的正常数。

定义误差 $\chi = \mathbf{h} - \mathbf{a}_c$, 则有 $\dot{\mathbf{h}} = -\mathbf{F}^{-1} \chi$ 。基于式(48), 有

$$d\chi = -\mathbf{F}^{-1} \chi dt + \mathbf{B}(\mathbf{e}_1, \mathbf{y}_r, \dot{\mathbf{y}}_r, \ddot{\mathbf{y}}_r, \hat{\sigma}, \zeta_1) dt + \mathbf{C}(\mathbf{e}_1, \mathbf{y}_r, \dot{\mathbf{y}}_r, \ddot{\mathbf{y}}_r, \hat{\sigma}, \zeta_1) d\bar{\mathbf{w}}_1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{D}(\mathbf{e}_1, \mathbf{N}_{1j}) dP_{1j}(t) \quad (49)$$

式中: $\mathbf{B}(\cdot) = -\frac{\partial \mathbf{a}_c}{\partial \mathbf{e}_1} \dot{\mathbf{e}}_1 - \frac{\partial \mathbf{a}_c}{\partial \mathbf{y}_r} \dot{\mathbf{y}}_r - \frac{\partial \mathbf{a}_c}{\partial \dot{\mathbf{y}}_r} \ddot{\mathbf{y}}_r - \frac{\partial \mathbf{a}_c}{\partial \hat{\sigma}_1} \dot{\hat{\sigma}}_1 -$

$$\frac{\partial \mathbf{a}_c}{\partial \zeta_1} \dot{\zeta}_1, \mathbf{C}(\cdot) = \frac{\partial \mathbf{a}_c}{\partial \mathbf{e}_1} \bar{\mathbf{H}}_1 \text{ 和 } \mathbf{D} = \mathbf{a}_c(\mathbf{e}_1 + \mathbf{N}_{1j}) - \mathbf{a}_c(\mathbf{e}_1)$$

是连续函数向量, 且满足 $\|\mathbf{B}(\cdot)\| \leq \bar{B}, \|\mathbf{C}(\cdot)\| \leq \bar{C}$ 和 $\|\mathbf{D}(\cdot)\| \leq \bar{D}, \bar{B} > 0, \bar{C} > 0$ 和 $\bar{D} > 0$ 为正常数。

为了分析闭环系统的稳定性和鲁棒 H_∞ 随机控制性能, 考虑如下 Lyapunov 候选函数:

$$V^* = V + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \bar{\sigma}_i^2 + \frac{1}{2} \chi^T \chi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \zeta_i^T \zeta_i \quad (50)$$

根据 Itô-Levy 随机微分式, 对 V^* 取微分可得

$$dV^* = dV + \sum_{i=1}^2 \tilde{\sigma}_i \hat{\sigma}_i dt + \chi^T [-F^{-1} \chi + B(\cdot)] dt + \text{tr}\{C^T C\} dt + \chi^T C(\cdot) d\bar{w}_1 + \chi^T \sum_{j=1}^N D(\cdot) dP_{1j}(t) + (-\zeta_1^T C_1 \zeta_1 + \zeta_1^T G_1 \zeta_2 - \zeta_2^T C_2 \zeta_2 + \zeta_2^T G_2 \Delta(u)) dt \quad (51)$$

对式(51)两端取期望, 并结合式(43), 且 $E[d\bar{w}_1] = 0$ 和 $E[dP_{1j}] = \lambda_{1j}$, 则有

$$E[dV^*] \leq E[e_1^T e_1 e_1^T (F_1 + G_1 (\hat{h} - a_c) + G_1 a_c - \dot{y}_r + C_1 \zeta_1)] dt + E[\frac{3\eta_{11}^{\frac{4}{3}}}{4} (e_1^T e_1)^2 + \frac{\|G_1\|^4}{4\eta_{11}^4} (e_2^T e_2)^2 + \frac{3\eta_{13}\|e_1\|^4}{4} \bar{\sigma}_1 + \frac{3}{4\eta_{13}}] dt + E[e_1^T e_1 e_1^T \bar{H}_1 + \bar{\Delta}_1] dt + E[e_2^T e_2 e_2^T (F_2 + G_2 u - \dot{h} + C_2 \zeta_2)] dt + E[\frac{3\eta_{14}\|e_2\|^4}{4} \bar{\sigma}_2 + \frac{3}{4\eta_{14}}] dt + E[e_2^T e_2 e_2^T \bar{H}_2 + \bar{\Delta}_2] dt - E[\sum_{i=1}^2 \tilde{\sigma}_i \hat{\sigma}_i + \chi^T (-F^{-1} \chi + B(\cdot))] + \text{tr}\{C^T C\} + \chi^T \sum_{j=1}^N D(\cdot) \lambda_{1j} dt + E[-\zeta_1^T C_1 \zeta_1 + \zeta_1^T G_1 \zeta_2 - \zeta_2^T C_2 \zeta_2 + \zeta_2^T G_2 \Delta(u)] dt \quad (52)$$

根据引理 1 和 Frobenius 范数相容性, 则有

$$e_1^T e_1 e_1^T G_1 \chi \leq \frac{\eta_{14}\|G_1\|^2}{2} (e_1^T e_1)^3 + \frac{1}{2\eta_{14}} \|\chi\|^2 \quad (53)$$

$$\chi^T B(\cdot) \leq \frac{\eta_{15}}{2} \|\chi\|^2 + \frac{\bar{B}^2}{2\eta_{15}} \quad (54)$$

$$\chi^T \sum_{j=1}^N D(\cdot) \lambda_{1j} \leq \frac{\eta_{16}\|\chi\|^2}{2} + \frac{\sum_{j=1}^N \lambda_{1j}^2 N \bar{D}^2}{2\eta_{16}} \quad (55)$$

$$\zeta_1^T G_1 \zeta_2 \leq \frac{\eta_{17}g_1^*}{2} \zeta_1^T \zeta_1 + \frac{g_1^*}{2\eta_{17}} \zeta_2^T \zeta_2 \quad (56)$$

$$\zeta_2^T G_2 \Delta(u) \leq \frac{\eta_{18}g_2^*}{2} \zeta_2^T \zeta_2 + \frac{g_2^* \bar{\Delta}^2}{2\eta_{18}} \quad (57)$$

式中: $\eta_{14}, \eta_{15}, \eta_{16}, \eta_{17}, \eta_{18} > 0$, 为设计正常数。

式(44)~(47), (53)~(57)代入式(52), 则有

$$E[dV^*] \leq E[-e_1^T e_1 e_1^T K_1 e_1 - e_2^T e_2 e_2^T K_2 e_2 +$$

$$\frac{3\eta_{11}^{\frac{4}{3}}}{4} (e_1^T e_1)^2 + \sum_{i=1}^2 \lambda_{\sigma_i} \tilde{\sigma}_i \hat{\sigma}_i] dt +$$

$$E[-\chi^T F^{-1} \chi + \frac{1}{2\eta_{14}} \|\chi\|^2 + \frac{\eta_{15}}{2} \|\chi\|^2 + \frac{\eta_{16}\|\chi\|^2}{2}] dt + E[\frac{3}{4\eta_{12}} + \frac{3}{4\eta_{13}} + \bar{\Delta}_1 + \bar{\Delta}_2 + \frac{\bar{B}^2}{2\eta_{15}} + \bar{C}^2 + \frac{\sum_{j=1}^N \lambda_{1j}^2 N \bar{D}^2}{2\eta_{16}}] dt + E[-\zeta_1^T C_1 \zeta_1 - \zeta_2^T C_2 \zeta_2 + \frac{\eta_{17}g_1^*}{2} \zeta_1^T \zeta_1 + \frac{g_1^*}{2\eta_{17}} \zeta_2^T \zeta_2 + \frac{\eta_{18}g_2^*}{2} \zeta_2^T \zeta_2 + \frac{g_2^* \bar{\Delta}^2}{2\eta_{18}}] dt \quad (58)$$

再由如下不等式成立:

$$\tilde{\sigma}_i \hat{\sigma}_i = \frac{1}{2} (\bar{\sigma}_i^2 - \tilde{\sigma}_i^2 - \hat{\sigma}_i^2) \leq \frac{1}{2} (\bar{\sigma}_i^2 - \tilde{\sigma}_i^2) \quad (59)$$

将式(59)代入式(58), 整理可得

$$E[dV^*] \leq E[-\sum_{i=1}^2 \kappa_i (e_i^T e_i)^2 + \Xi_H] dt \quad (60)$$

式中: $\nu^2 \leq 1, \kappa_1 = \lambda_{\min}\{K_1\} - \frac{3\eta_{11}^{\frac{4}{3}}}{4} \geq \frac{1}{2}, \kappa_2 = \lambda_{\min}\{K_2\} \geq$

$$\frac{2}{1^2}, \kappa_\chi = \lambda_{\min}\{F^{-1}\} - \frac{1}{2\eta_{14}} - \frac{\eta_{15} + \eta_{16}}{2} > 0, \kappa_{\zeta_1} = \lambda_{\min}(C_1) -$$

$$\frac{\eta_{17}g_1^*}{2} > 0, \kappa_{\zeta_2} = \lambda_{\min}(C_2) - \frac{g_1^*}{2\eta_{17}} - \frac{\eta_{18}g_2^*}{2} > 0, \Xi_H =$$

$$\sum_{i=1}^2 \frac{\lambda_{\sigma_i} \bar{\sigma}_i^2}{2} + \frac{3}{4\eta_{12}} + \frac{3}{4\eta_{13}} + \bar{\Delta}_1 + \bar{\Delta}_2 + \frac{\bar{B}^2}{2\eta_{15}} + \bar{C}^2 +$$

$$\frac{\sum_{j=1}^N \lambda_{1j}^2 N \bar{D}^2}{2\eta_{16}} + \frac{g_2^* \bar{\Delta}^2}{2\eta_{18}}.$$

为了分析整个闭环系统的稳定性和鲁棒 H_∞ 随机跟踪控制性能, 将上述基于 BC(backstepping control)方法、DSC(dynamic surface control)技术和辅助系统的自适应鲁棒 H_∞ 随机控制器设计过程总结为如下定理:

定理 1: 针对具有白噪声激励的随机干扰、泊松随机波动干扰和控制输入饱和的 NSV 姿态控制系统见式(7), 满足假设条件 1~3, 设计辅助系统见式(29)和一阶滤波器见式(48), 虚拟控制信号见式(44)、自适应鲁棒随机控制器见式(45), 以及自适应更新律见式(46)~(47), 通过选取合适的设计控制器参数, 则对于给定干扰衰减度 $\mathcal{Q}^2 \leq 1$, 能够获得如下鲁棒 H_∞ 随机跟踪性能:

$$E\left[\int_{t=0}^{t=t_f} \sum_{i=1}^2 J_i (e_i^T e_i)^2 dt\right] \leq V^*(0) + \varrho^2 E\left[\int_{t=0}^{t=t_f} \Xi_H dt\right] \quad (61)$$

证明：选取 Lyapunov 候选函数为(50)，根据式(60)，则有

$$E[dV^*] \leq E\left[-\sum_{i=1}^2 \kappa_i (e_i^T e_i)^2 + \Xi_H\right] dt \quad (62)$$

为了验证 H_∞ 跟踪控制性能，对式(60)在 $[0, t_f]$ 上计算积分，且 $\kappa_i \geq \frac{J_i}{\varrho^2}, \varrho \leq 1$ ，则有

$$E\left[\int_{t=0}^{t=t_f} \sum_{i=1}^2 \kappa_i (e_i^T e_i)^2 dt\right] \leq V^*(0) + \varrho^2 E\left[\int_{t=0}^{t=t_f} \Xi_H dt\right] \quad (63)$$

因此，可知对于给定的干扰衰减度 $\varrho^2 \leq 1$ ，能够获得满意的鲁棒 H_∞ 跟踪性能。

基于 H_∞ 理论的鲁棒控制器设计的基本要求是需要满足 $E\left[\int_{t=0}^{t=t_f} \Xi_H dt\right] < \infty$ 。根据 Ξ_H 定义，可知 Ξ_H 包含参考信号 y_r 、辅助系统状态 ζ_1 和 ζ_2 、滤波器状态 h 以及常值参数，为了实现 NSV 姿态跟踪控制目标，这些信号都是假设连续有界的，因此， $E\left[\int_{t=0}^{t=t_f} \Xi_H dt\right] < \infty$ 能够得到保证。

为了充分考虑输入饱和的影响，构造辅助系统如式(29)，并且辅助系统信号 ζ_1 和 ζ_2 将分别用于设计虚拟控制律 a_c 和姿态跟踪鲁棒随机控制器 u ，本文将辅助系统状态 ζ_1 和 ζ_2 引入进来设计相应的 Lyapunov 函数，证明了所有闭环系统信号的概率有界性，进而跟踪误差的有界性等效于式(30)定义的误差变量 e_1 和 e_2 的有界性。此外，不同于本文所设计的辅助系统，文献[34]和[35]所设计的辅助系统避开了控制器 u 对 ζ_1 和 ζ_2 的有界性依赖。

3 NSV 轨迹跟踪控制仿真结果

在数值仿真中，假定 NSV 系统模型中的气动力系数 C_D, C_L, C_Y 和气动力矩系数 C_l, C_m, C_n 存在一定程度的随机摄动，选取 $\sigma_{2i} = 0.0001, i = 1, 2, \dots, 6$ ，且 ζ_{2i} 是通过 Simulink 中的单位强度的有限带宽白噪声模块模拟生成。此外，在姿态控制快回路系统加入随机输入噪声干扰，且设定白噪声的强度系数为 $\sigma_{11} = \sigma_{12} = \sigma_{13} = 0.05$ ；与此同时，在快回路

系统中还加入了泊松跳变随机波动干扰，模拟生成 3 个独立的泊松跳变过程 $P_{2j}(t), j = 1, 2, 3$ ，设定泊松跳变密度为 $\lambda_{2j} = 0.1$ ，仿真中泊松跳变过程如图 2 所示。

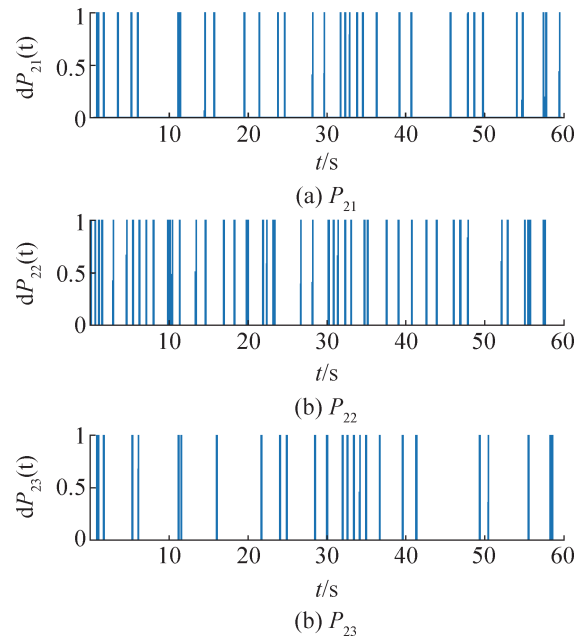


图 2 独立的泊松跳变随机过程

Fig. 2 Independent Poisson jump stochastic process

给定 NSV 的相关参数如下：初始巡航飞行速度和高度分别为 $V_0 = 3000$ m/s 和 $H_0 = 22$ km，飞行初始姿态角及姿态角速率为 $\alpha_0 = 0.5^\circ, \beta_0 = 0.5^\circ, \mu_0 = 0.5^\circ, p_0 = q_0 = r_0 = 0^\circ/s$ 。根据 NSV 的特性，控制输入力矩的饱和值为 $\bar{u} = [2000, 20000, 20000]^T$ kN·m。考虑完成初始爬升任务，目标高度和速度指令信号分别为 $h_r = 22200$ m 和 $V_r = 3200$ m/s。

选取高度与速度控制器的相关参数为 $K_h = 5, K_l = \text{diag}(0.1, 0.05), \eta_{l1} = 1, \lambda_{l1} = 0.1$ ；一阶滤波器时间常数为 $\tau_\gamma = \tau_a = 2.5$ 。为了补偿输入饱和的影响，设计辅助系统(式(29))，选取 $C_1 = \text{diag}(10, 10, 10)$ 和 $C_2 = \text{diag}(50, 50, 50)$ 。

为了验证 H_∞ 控制性能，在鲁棒 H_∞ 随机控制器设计过程中，给定预设衰减水平 $\varrho = 0.2$ ，设定权值为 $J_1 = J_2 = 1$ ，仿真过程中的自适应鲁棒控制矩阵选取为 $K_1 = \text{diag}(50, 50, 50)$ 和 $K_2 = \text{diag}(250, 250, 250)$ ，能够满足 $\kappa_i \geq J_i / \varrho^2$ 。其他的参

数 设置 为 $\eta_{11}=\eta_{12}=\eta_{13}=\eta_{14}=\eta_{15}=\eta_{16}=1, \mathbf{F}=\text{diag}(1, 1, 1), \lambda_{\sigma 1}=\lambda_{\sigma 2}=0.1$ 。

通过选取合适的控制参数, NSV 纵向轨迹跟踪仿真实验结果如图 3~7 所示。图 3 刻画了含随机摄动的气动参数响应情况; 图 4 和图 5 描述了 NSV 飞行高度与速度的跟踪响应曲线。由此可见, 所设计的鲁棒随机轨迹跟踪控制方案具有良好的控制效果, 使得在随机干扰影响及饱和约束下 NSV 高度与速度能够快速有效地跟踪相应的参考信号。

由图 6~7 可以看到 NSV 姿态角的跟踪效果, 系统输出信号能够快速跟踪上期望参考姿态角信号, 且刻画了 NSV 姿态跟踪性能, 可见跟踪误差信号能够快速收敛到一个小的邻域内。因此, 通过对上述仿真结果的分析可见, 本节所提出的基

于 BC 和随机控制方法的自适应鲁棒 H_{∞} 随机轨迹跟踪控制方案, 能够很好地完成 NSV 的轨迹跟踪任务。

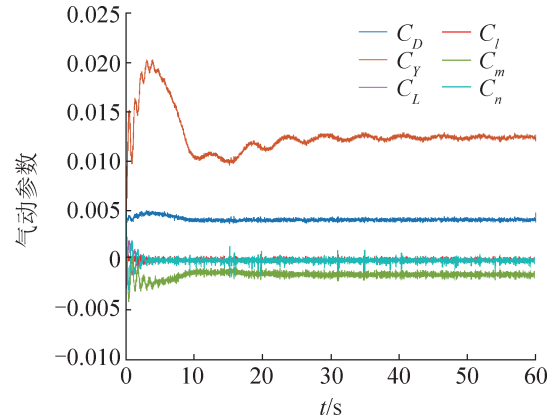


图 3 含随机摄动的气动参数
Fig. 3 Aerodynamic parameters with random perturbation

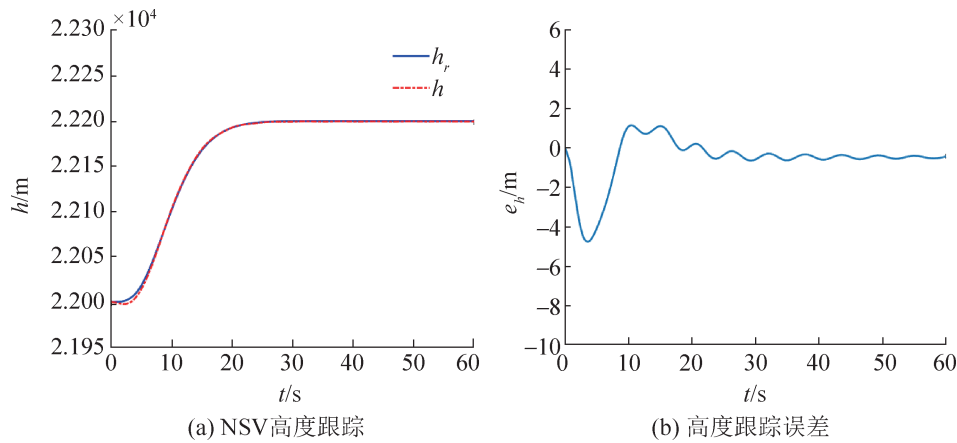


图 4 NSV 高度跟踪及其跟踪误差响应曲线图
Fig. 4 NSV height tracking result and tracking error response curve

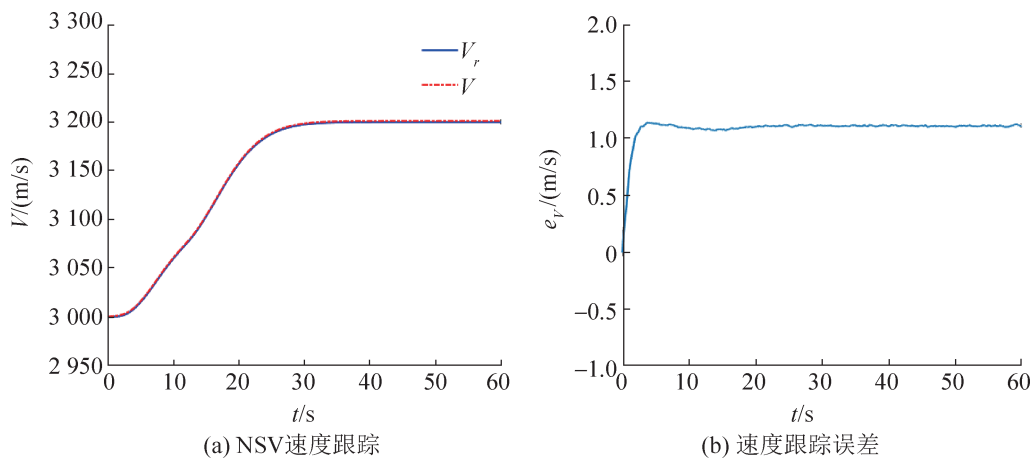


图 5 NSV 速度跟踪及其跟踪误差响应曲线图
Fig. 5 NSV velocity tracking result and tracking error response curve

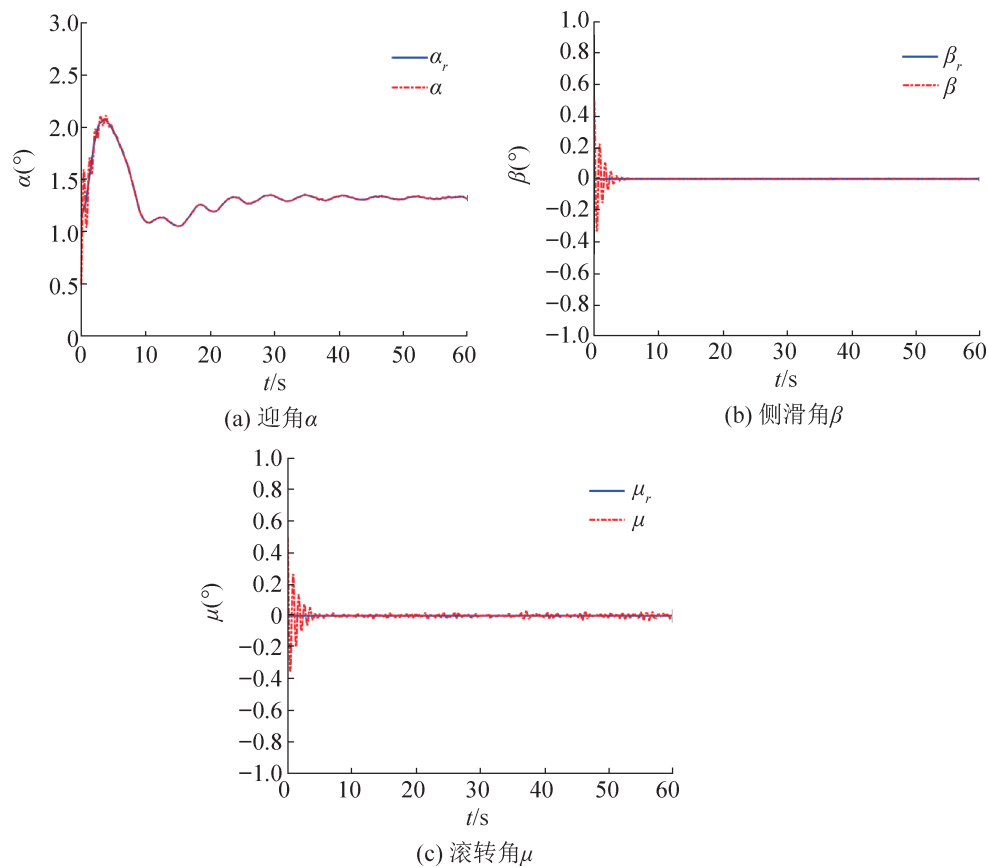


图6 NSV姿态角的跟踪响应曲线图

Fig. 6 Tracking response curve of NSV attitude angle

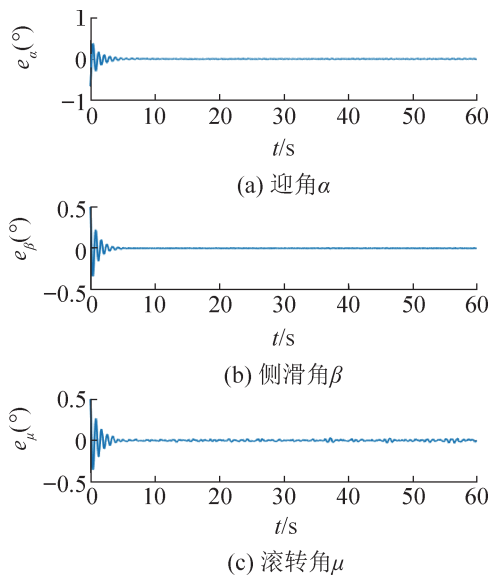


图7 NSV姿态角跟踪误差响应曲线图

Fig. 7 Tracking error response curve of NSV attitude angle

4 结论

本文主要针对具有白噪声激励的随机干扰、

泊松随机跳变干扰和输入饱和的NSV纵向轨迹控制模型，提出自适应鲁棒随机 H_∞ 轨迹跟踪控制方案，实现对高度和速度参考信号的有效跟踪。多变外部干扰对NSV飞行性能的影响尤为明显，后续研究需深入探究外部随机干扰与NSV之间的耦合机理，利用Markov跳变系统模型刻画切换干扰，并构建仿真验证平台，进一步综合随机Markov跳变系统理论和输出约束处理技术，研究受输出约束和多干扰切换综合影响下的NSV飞行控制技术，保证多变干扰下NSV的可靠飞行。

参考文献:

- [1] 陈谋, 杨青运, 周砚龙, 等. 近空间飞行器鲁棒受限飞行控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2018.
- [2] 崔尔杰. 近空间飞行器研究发展现状及关键技术问题[J]. 力学进展, 2009, 39(6): 658-673.
Cui Erjie. Research Statutes, Development Trends and Key Technical Problems of Near Space Flying Vehicles [J]. Advances in Mechanics, 2009, 39(6): 658-673.

- [3] Xu Haojian, Mirmirani M D, Ioannou P A. Adaptive Sliding Mode Control Design for a Hypersonic Flight Vehicle[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(5): 829-838.
- [4] Li Ouxun, Jiang Ju, Deng Li, et al. Sliding Mode Control Based on High-order Linear Extended State Observer for Near Space Vehicle[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2021, 2021: 6657281.
- [5] Wang Yufei, Jiang Changsheng, Wu Qingxian. Attitude Tracking Control for Variable Structure Near Space Vehicles Based on Switched Nonlinear Systems[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, 26(1): 186-193.
- [6] Hu Xiaoxiang, Wu Ligang, Hu Changhua, et al. Adaptive Sliding Mode Tracking Control for a Flexible Air-breathing Hypersonic Vehicle[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2012, 349(2): 559-577.
- [7] Wu Huaining, Feng Shuang, Liu Zhiyong, et al. Disturbance Observer Based Robust Mixed H_2/H_∞ Fuzzy Tracking Control for Hypersonic Vehicles[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2017, 306: 118-136.
- [8] Wu Huaining, Liu Zhiyong, Guo Lei. Robust L_∞ -gain Fuzzy Disturbance Observer-Based Control Design with Adaptive Bounding for a Hypersonic Vehicle[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, 22(6): 1401-1412.
- [9] Xu Bin. Robust Adaptive Neural Control of Flexible Hypersonic Flight Vehicle with Dead-zone Input Nonlinearity[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 80(3): 1509-1520.
- [10] Gao Zhifeng, Lin Jinxing, Cao Teng. Robust Fault Tolerant Tracking Control Design for a Linearized Hypersonic Vehicle with Sensor Fault[J]. *International Journal of Control Automation and Systems*, 2015, 13(3): 672-679.
- [11] Wang Fan, Fan Pengfei, Fan Yonghua, et al. Robust Adaptive Control of Hypersonic Vehicle Considering Inlet Unstart[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2022, 33(1): 188-196.
- [12] 刘晓岑, 吴云洁, 徐鹏. 考虑输入饱和的高超声速飞行器姿态控制[J]. *系统仿真学报*, 2019, 31(11): 2553-2561.
Liu Xiaocen, Wu Yunjie, Xu Peng. Attitude Control of Hypersonic Vehicle Considering Input Saturation[J]. *Journal of System Simulation*, 2019, 31(11): 2553-2561.
- [13] Wang Fang, Li Yaping, Zhou Chao, et al. Composite Practically Fixed Time Controller Design for a Hypersonic Vehicle with Multisource Uncertainty and Actuator Fault[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(6): 4375-4389.
- [14] Tang Xinlei, Di Shen, Yu Fuping, et al. Fuzzy Adaptive Finite-time Tracking for Hypersonic Flight Vehicles Using Switching Event-triggered Methodology[J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 74280-74290.
- [15] Bu Xiangwei, Qi Qiang. Fuzzy Optimal Tracking Control of Hypersonic Flight Vehicles Via Single-network Adaptive Critic Design[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, 30(1): 270-278.
- [16] Su Jinya, Chen Wenhua, Yang Jun. On Relationship Between Time-domain and Frequency-domain Disturbance Observers and Its Applications[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2016, 138(9): 091013.
- [17] Li Shihua, Yang Jun, Chen Wenhua, et al. Disturbance Observer-based Control: Methods and Applications[M]. Boca Raton, FL: CRC Press, 2014.
- [18] Chen Wenhua. Nonlinear Disturbance Observer-enhanced Dynamic Inversion Control of Missiles[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2003, 26(1): 161-166.
- [19] Li Xindong, Xian Bin, Diao Chen, et al. Output Feedback Control of Hypersonic Vehicles Based on Neural Network and High Gain Observer[J]. *Science China Information Sciences*, 2011, 54(3): 429-447.
- [20] Yang Jun, Li Shihua, Sun Changyin, et al. Nonlinear-disturbance-observer-based Robust Flight Control for Airbreathing Hypersonic Vehicles[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1263-1275.
- [21] Bu Xiangwei, Wu Xiaoyan, Ma Zhen, et al. Novel Adaptive Neural Control of Flexible Air-breathing Hypersonic Vehicles Based on Sliding Mode Differentiator[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2015, 28(4): 1209-1216.
- [22] Chen Mou, Ren Beibei, Wu Qinxian, et al. Anti-disturbance Control of Hypersonic Flight Vehicles with Input Saturation Using Disturbance Observer[J]. *Science China Information Sciences*, 2015, 58(7): 1-12.
- [23] Xu Bin, Wang Danwei, Zhang Youmin, et al. DOB-based Neural Control of Flexible Hypersonic Flight Vehicle Considering Wind Effects[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(11): 8676-8685.
- [24] Li Ouxun, Jiang Ju, Deng Li, et al. Anti-disturbance Dynamic Surface Control for Air-Breathing Hypersonic Vehicles Based on NDO[J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 76913-76925.
- [25] Sinha A, Miller D W. Optimal Sliding-mode Control of a Flexible Spacecraft Under Stochastic Disturbances[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, 18(3): 486-492.

- [26] Liu Ming, Zhang Lixian, Shi Peng, et al. Robust Control of Stochastic Systems Against Bounded Disturbances with Application to Flight Control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(3): 1504-1515.
- [27] Samiei E, Izadi M, Viswanathan S P, et al. Robust Stabilization of Rigid Body Attitude Motion in the Presence of a Stochastic Input Torque[C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2015: 428-433.
- [28] Chen B S, Wang Chungping, Lee M Y. Stochastic Robust Team Tracking Control of Multi-UAV Networked System Under Wiener and Poisson Random Fluctuations [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(12): 5786-5799.
- [29] Lin Xuelin, Wu C F, Chen B S. Robust H_∞ Adaptive Fuzzy Tracking Control for MIMO Nonlinear Stochastic Poisson Jump Diffusion Systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(8): 3116-3130.
- [30] 张军. 近空间飞行器非线性不确定飞行运动的鲁棒自适应控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.
Zhang Jun. Robust Adaptive Control for Nonlinear Uncertain Flight Motion of Near Space Vehicles[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009.
- [31] Florchinger P, Iggidr A, Sallet G. Stabilization of a Class of Nonlinear Stochastic Systems[J]. Stochastic Processes and Their Applications, 1994, 50(2): 235-243.
- [32] Wang Huanqing, Liu Xiaoping, Liu Kefu, et al. Approximation-based Adaptive Fuzzy Tracking Control for a Class of Nonstrict-feedback Stochastic Nonlinear Time-delay Systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2015, 23(5): 1746-1760.
- [33] Sakthivel R, Shi Peng, Arunkumar A, et al. Robust Reliable H_∞ Control for Fuzzy Systems with Random Delays and Linear Fractional Uncertainties[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2016, 302(C): 65-81.
- [34] Bu Xiangwei, Jiang Baoxu, Lei Humin. Nonfragile Quantitative Prescribed Performance Control of Waverider Vehicles with Actuator Saturation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(4): 3538-3548.
- [35] Bu Xiangwei, Jiang Baoxu, Feng Y. Hypersonic Tracking Control Under Actuator Saturations Via Readjusting Prescribed Performance Functions[J]. ISA Transactions, 2023, 134: 74-85.