

11-30-2023

Learning-based Ant Colony Optimization Algorithm for Solving a Kind of Complex 2-Echelon Vehicle Routing Problem

Xue Chen

School of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China, 1182442949@qq.com

Rong Hu

School of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China, ronghu@vip.163.com

Hui Wang

Zhaotong Cigarette Factory, Hongta Tobacco Co. , Ltd, Zhaotong 657000, China

Zuocheng Li

School of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation. For more information, please contact xtfzxb@126.com.

Learning-based Ant Colony Optimization Algorithm for Solving a Kind of Complex 2-Echelon Vehicle Routing Problem

Abstract

Abstract: Aiming at green 2-echelon vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery, a learning-based ant colony optimization algorithm combined with clustering decomposition is proposed. The objective function to be minimized is total transportation cost wherein carbon emission cost is specially considered. Associated with the mutual coupling features of the 2-echelon vehicle routing problem, we propose a distance-based clustering method to decompose the original problem into a set of sub-problems. Then, a learning-based ant colony optimization algorithm is presented to find the solutions of the sub-problems based on which the solution of the original problem can be obtained. In the algorithm, we introduce a problem-dependent three-dimensional probability matrix to represent pheromone matrix, which is used to learn valuable information about high-quality solutions and improve global search ability. Thereafter, we propose a local search strategy based on the search behavior of the algorithm to learn information about excellent individuals for six dedicated neighborhood search operators, so as to enhance local search ability. Results of numerical experiments and algorithm comparisons demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords

green 2-echelon vehicle routing problem, ant colony optimization algorithm, clustering decomposition, machine learning, Three-dimensional probabilistic model, simultaneous pick-up and delivery

Authors

Xue Chen, Rong Hu, Hui Wang, Zuocheng Li, Bin Qian, and Yixu Li

Recommended Citation

Chen Xue, Hu Rong, Wang Hui, et al. Learning-based Ant Colony Optimization Algorithm for Solving a Kind of Complex 2-Echelon Vehicle Routing Problem[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(11): 2476-2495.

学习型蚁群算法求解一类复杂两级车辆路径问题

陈雪¹, 胡蓉^{1*}, 王辉², 李作成¹, 钱斌¹, 李熠胥¹

(1. 昆明理工大学 信息工程与自动化学院, 云南 昆明 650500; 2. 红塔烟草(集团)有限公司昭通卷烟厂, 云南 昭通 657000)

摘要: 针对考虑同时取送货的绿色两级车辆路径问题, 以最小化带碳排放成本的总运输成本为优化目标, 提出一种结合聚类分解的学习型蚁群优化算法。针对两级问题相互耦合的特点, 采用基于距离的聚类算法将原问题分解为一组子问题, 提出一种学习型蚁群优化算法对各子问题进行求解, 进而获得原问题的解。提出一种考虑问题结构特征的三维概率矩阵作为信息素矩阵, 用于学习优质解的优良特征信息, 以提高算法的全局搜索能力; 提出一种考虑算法行为特征的局部搜索策略, 用于学习所设计的六种邻域算子的搜索信息, 以提高算法的局部搜索能力。通过仿真实验和算法比较, 验证了所提算法的有效性。

关键词: 绿色两级车辆路径问题; 蚁群优化; 聚类分解; 学习; 三维概率矩阵; 同时取送货

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2023)11-2476-20

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.22-0682

引用格式: 陈雪, 胡蓉, 王辉, 等. 学习型蚁群算法求解一类复杂两级车辆路径问题[J]. 系统仿真学报, 2023, 35(11): 2476-2495.

Reference format: Chen Xue, Hu Rong, Wang Hui, et al. Learning-based Ant Colony Optimization Algorithm for Solving a Kind of Complex 2-Echelon Vehicle Routing Problem[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(11): 2476-2495.

Learning-based Ant Colony Optimization Algorithm for Solving a Kind of Complex 2-Echelon Vehicle Routing Problem

Chen Xue¹, Hu Rong^{1*}, Wang Hui², Li Zuocheng¹, Qian Bin¹, Li Yixu¹

(1. School of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

2. Zhaotong Cigarette Factory, Hongta Tobacco Co., Ltd, Zhaotong 657000, China)

Abstract: Aiming at green 2-echelon vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery, a learning-based ant colony optimization algorithm combined with clustering decomposition is proposed. The objective function to be minimized is total transportation cost wherein carbon emission cost is specially considered. Associated with the mutual coupling features of the 2-echelon vehicle routing problem, we propose a distance-based clustering method to decompose the original problem into a set of sub-problems. Then, a learning-based ant colony optimization algorithm is presented to find the solutions of the sub-problems based on which the solution of the original problem can be obtained. In the algorithm, we introduce a problem-dependent three-dimensional probability matrix to represent pheromone matrix, which is used to learn valuable information about high-quality solutions and improve global search ability. Thereafter, we propose a local search strategy based on the search behavior of the algorithm to learn information about excellent individuals for six dedicated neighborhood search operators, so as to enhance local search ability. Results of numerical experiments and algorithm comparisons demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

收稿日期: 2022-06-21

修回日期: 2022-09-26

基金项目: 国家自然科学基金(61963022, 62173169); 云南省基础研究计划重点项目(202201AS070030)

第一作者: 陈雪(1998-), 女, 硕士生, 研究方向为复杂系统智能优化。E-mail: 1182442949@qq.com

通讯作者: 胡蓉(1974-), 女, 副教授, 博士, 研究方向为智能优化调度、物流优化。E-mail: ronghu@vip.163.com

Keywords: green 2-echelon vehicle routing problem; ant colony optimization algorithm; clustering decomposition; machine learning; Three-dimensional probabilistic model; simultaneous pick-up and delivery

0 引言

车辆路径问题(vehicle routing problem, VRP)自1959年被文献[1]提出后,成为现代运筹学领域的研究热点,并广泛应用于物流配送领域。随着物流行业的快速发展,传统的送达服务已无法满足客户日益多样化的需求。譬如,在城市快递配送过程中,由于城市交通对大型车辆进行管制,货物需要先由大型车辆从配送中心运送至中转站,再通过各中转站的小型车辆运送到城市内各客户点处,由此形成了两级车辆路径问题(2-echelon vehicle routing problem, 2E-VRP)。此外,车辆在为顾客配送包裹的同时,往往还需在顾客处取走包裹,此时需要考虑车辆的载重(或容量)限制,同时取送货车辆路径问题(vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery, VRPSPD)由此形成。近年来,许多学者针对各类复杂2E-VRP及VRPSPD,进行了模型和算法上的拓展研究。文献[2]提出了2E-VRP,并提出一组有效不等式求解带容量限制的2E-VRP模型。文献[3]针对2E-VRP,先采用聚类分解算法将问题分解为若干子问题,再提出一种混合启发式算法对各子问题进行求解。文献[4]针对2E-VRP,提出一种结合枚举局部搜索和破坏修复的混合智能优化算法进行求解。文献[5]针对2E-VRP,分析了客户数量位置分布、中转站位置和数量等因素对运输总成本的影响。文献[6]针对2E-VRP,提出了一种包含12种破坏算子、3种修复算子的自适应大邻域启发式算法进行求解。文献[7]针对2E-VRP,提出一种分支定价算法进行求解,并引入一种基于车辆路线的新型分支策略。文献[8]针对带动态中转站的农作物收割和运输两级车辆路径问题,建立混合整数规划模型,并提出一种启发式算法进行求解。文献[9]针对带时间窗和动态中转站的2E-

VRP,建立车辆流模型,并提出一种自适应大邻域启发式算法进行求解。文献[10]针对考虑快递柜取货形式的2E-VRP,建立了两阶段优化模型,并提出一种模拟退火算法进行求解。针对VRPSPD,文献[11]提出一种先分组后排序的算法,将每个组视为独立旅行商问题进行求解。文献[12]针对带时间窗的VRPSPD,使用一种基于K-means聚类处理的Q-Leaning自启发式蚁群算法进行求解。文献[13]针对带软时间窗的VRPSPD,提出一种超启发式分布估计算法进行求解。文献[14]针对带软时间窗的多目标VRPSPD,设计多目标优化算法进行求解,有效解决了车辆起始服务时间与软时间窗关系难以准确刻画的难题。文献[15]针对时间依赖型VRPSPD,提出一种融合禁忌搜索的超启发式算法进行求解。

随着全球温室效应的加剧,低碳物流运输越来越受到人们的重视。绿色运输不仅能降低能源消耗成本,还能提升环境效益和社会效益。在此背景下,绿色车辆路径问题(green vehicle routing problem, GVRP)必将成为研究热点^[16]。文献[17]针对模糊需求下的绿色VRPSPD,采用综合模型计算油耗和碳排放成本,提出一种改进遗传禁忌搜索算法进行求解。文献[18]针对带时间窗的GVRP,以最小化总运输成本为目标,提出一种人工蜂群算法进行求解。文献[19]针对多车场GVRP,提出一种基于变邻域搜索和禁忌搜索的混合算法进行求解。文献[20]针对最小化燃油消耗指标下的时间依赖型GVRP,提出一种超启发算法对问题进行求解。文献[21]针对带时间窗的绿色2E-VRP,提出一种学习型离散排超联赛算法进行求解。但是,能够更加反映实际应用场景的、综合考虑同时取货和绿色低碳的2E-VRP的研究仍然十分有限。

带同时取送货的绿色两级车辆路径问题 (green 2-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery, G2E-VRPSPD) 综合了 2E-VRP、VRPSPD 和 GVRP 的特征, 广泛存在于各类实际物流系统中。由于 VRP 属于 NP-hard 问题, 而 VRP 又可归约为 G2E-VRPSPD, 故 G2E-VRPSPD 也属于 NP-hard 问题。根据文献调研, 目前针对 G2E-VRPSPD 的研究相对有限。因此, 针对 G2E-VRPSPD 进行模型及算法研究, 具有重要的理论价值和现实意义。

求解组合优化问题的算法主要分为精确算法和智能优化算法两类。精确算法包括列生成、分支定界、松弛算法等, 此类算法一般适用于求解中小规模问题, 对大规模问题的求解能力十分有限。而智能优化算法基于计算智能机制, 将问题部分约束隐式地包含在编解码规则中, 利用某种特定的生成机制不断生成新一代个体, 从而引导算法在搜索空间内进行迭代寻优, 力图在有限时间内获得问题的满意解。目前, 在智能优化算法求解 2E-VRP 及其变形问题的研究中, 已有学者先采用分解策略将复杂问题分解为多个相对简单的子问题, 再设计算法求解各子问题, 从而获得原问题的解^[3,21]。本文采用“分而治之”的基本研究逻辑, 在将 G2E-VRPSPD 分解为简单子问题的基础上, 设计高效的智能优化算法对子问题进行求解, 进而对子问题的解进行合理综合并获得原问题的解。

蚁群优化算法 (ant colony optimization, ACO) 是一种模拟蚂蚁觅食行为的群智能优化算法, 由文献[22]提出并用于求解 TSP。当前, ACO 已成功应用于多种 VRP 的求解^[23-27]。然而, 包含 ACO 在内的诸多智能优化算法, 还存在探索深度不够、不能充分利用优质解信息等缺点。因此, 可考虑在智能优化算法的框架中引入某种学习机制, 在搜索过程中不断学习优质个体的优良结构特征信息, 进而引导搜索方向, 有效提高求解效率。已有学者在智能优化算法中引入学习机制, 并用于

求解 VRP^[21]。文献[27]提出一种学习型蚁群算法求解绿色多车场 VRP, 该算法的学习型机制包含由不同 ACO 参数组合、各参数组合选取概率组成的参数知识及由邻域操作贡献率组成的局部操作知识。文献[28]提出一种学习型单亲遗传算法求解电车路径问题, 该算法的学习型机制包含由每一代中最佳个体的基因结构所组成的精英个体知识, 以及基于电动汽车行驶和充电特性的专家经验知识。由于 G2E-VRPSPD 与上述车辆路径类问题具有相似结构特征, 学习型 ACO 有望成为求解该问题的一种有效算法。

本文针对 G2E-VRPSPD, 开展建模与学习型 ACO 研究, 主要工作概括如下:

(1) 建立以最小化带碳排放成本的总运输成本为优化目标的混合整数规划模型。

(2) 提出一种聚类分解算法将原问题分解为一个带分批取送货的绿色单车场车辆路径问题 (green single-depot vehicle routing problem with batch pickup and delivery, GSD_VRPBPD) 和一组带同时取送货的绿色单车场车辆路径问题 (green single-depot VRPSPD, GSD_VRPSPD), 从而实现两级问题间的部分解耦。

(3) 提出一种学习型蚁群优化算法 (learning-based ACO, LACO), 对 G2E-VRPSPD 进行求解; 提出一种三维概率矩阵作为信息素矩阵, 用于学习优质解的信息, 以提升算法的全局搜索能力; 提出一种局部搜索策略, 用于学习所有邻域算子的搜索信息, 以提升算法的局部搜索能力。最后, 通过仿真实验和算法对比, 验证了 LACO 的有效性。

1 问题描述及数学模型

本节结合 G2E-VRPSPD 的问题特征, 以最小化总成本为优化目标, 建立混合整数规划模型。

1.1 G2E-VRPSPD 问题描述

配送网络中有一个配送中心、多个中转站及

若干个客户。货物从配送中心发出, 先由一组同构车辆配送到各中转站, 再由另一组同构车辆从中转站出发, 配送给各客户, 同时满足客户取货需求, 完成服务后车辆返回中转站, 从各客户处取走的货物, 再由各中转站运送至配送中心。如图 1 所示, 该问题可以用一个有向图 $G=(V,E)$,

$V=\{S,C\}$ 来表示, 其中 $S=\{s_0\}\cup S_s$ (s_0 为配送中心, $S_s=\{s_1,s_2,\dots,s_m\}$ 为 m 个中转站集合), $C=\{1,2,\dots,n\}$ 为 n 个客户点集合; $E=\{(i,j)|i,j\in V,i\neq j\}$ 为所有边的集合。G2E-VRPSD 以最小化带碳排放成本的总运输成本为优化目标。

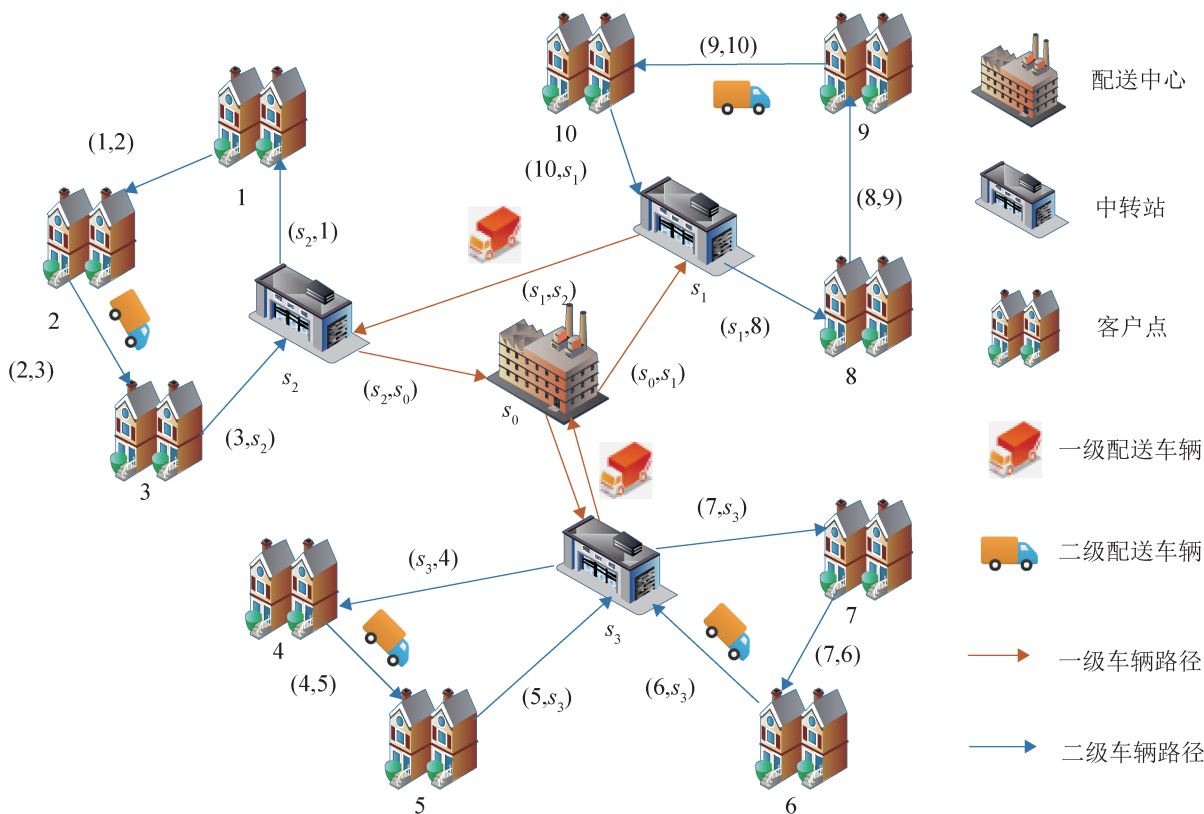


图 1 G2E-VRPSD 示意图
Fig. 1 Schematic diagram of G2E-VRPSD

在实际应用场景下, 一级配送车辆从配送中心出发, 将货物送至相应中转站后, 需在中转站处等待, 直到该中转站完成对所有客户的取送货服务, 再将取回货物装车并驶至下一中转站, 这使得车辆在中转站等待时间过长, 难以满足实际需求。所以在 G2E-VRPSD 中, 对一级配送采取分批取送货的配送方式, 车辆先从配送中心出发, 将货物配送到各中转站后返回配送中心, 等待完成二级配送后, 再由配送中心出发, 将从各客户处取回的货物经中转站运回配送中心。通过采用此种配送方式, G2E-VRPSD 能够更加适合二级

配送模式对时效性的要求, 进而可提升整个配送系统的综合效能。

1.2 模型假设及符号释义

G2E-VRPSD 的相关符号及释义如表 1 所示。假设条件如下:

- (1) 配送网络中有且仅有一个配送中心、多个中转站、若干个客户, 各点间的距离已知。
- (2) 各级车辆均匀速行驶。
- (3) 货物品类无差异。
- (4) 各级车辆配送完成后均返回预先确定的配送中心或中转站。

(5) 各客户点仅需一辆车进行服务，取送货单次即可完成，无需多次取送。

(6) 各中转站由一级车辆进行送货及取货服务。

(7) 不同级车辆异构，同级车辆同构，各级车辆具有最大载重限制。

表 1 符号及释义

Table 1 Symbols and interpretations

符号	释义
V	节点集
S	配送中心及中转站集
S_s	中转站集
s_0	配送中心
C	客户点集, $C=\{1, 2, \dots, n\}$
K_1^D	一级车辆中进行送货服务的车辆集
K_1^P	一级车辆中进行取货服务的车辆集
K_2	二级车辆集
d_{ij}	点 i 与点 j 之间的距离
D_f^1	一级配送中中转站 f 处的送货量
P_f^1	一级配送中中转站 f 处的取货量
D_a^2	二级配送中客户点 a 处的送货量
P_a^2	二级配送中客户点 a 处的取货量
ρ_1	车辆单位距离行驶成本
b_i^1	一级配送中用于消除子环回路的变量
b_i^2	二级配送中用于消除子环回路的变量
Q_1	一级车辆最大载重
Q_2	二级车辆最大载重
M	中转站最大容量
x_{ijk}	决策变量: 1, 车辆 k 从点 i 行驶到点 j ; 0, 其他
y_{ijk}	决策变量: 车辆 k 由点 i 行驶到点 j 的载货量

1.3 数学模型

1.3.1 目标函数

G2E-VRSPD 的目标函数 Z 由一级车辆行驶成本 Z_1 、二级车辆行驶成本 Z_2 、一级车辆碳排放成本 Z_3 及二级车辆碳排放成本 Z_4 四部分构成。其中：

$$Z_1 = \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sum_{k_1 \in K_1^D} x_{ijk_1} d_{ij\rho_1} + \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sum_{k_1 \in K_1^P} x_{ijk_1} d_{ij\rho_1} \quad (1)$$

$$Z_2 = \sum_{i \in S} \sum_{j \in C} \sum_{k_2 \in K_2} x_{ijk_2} d_{ij\rho_1} + \sum_{i \in C} \sum_{j \in S} \sum_{k_2 \in K_2} x_{ijk_2} d_{ij\rho_1} + \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} \sum_{k_2 \in K_2} x_{ijk_2} d_{ij\rho_1} \quad (2)$$

本文采用文献[29]的碳排放计算模型，该模型已成功应用于典型物流配送系统的碳排放计算。碳排放主要包含：车辆在运输过程中自身重量产生的二氧化碳及货物载重在运输过程中产生的二氧化碳。其中，前者与车辆行驶距离及车辆自身重量有关，后者仅与货物重量有关。所采用碳排放模型的相关参数如表 2 所示。碳排放为

$$Z_3 = \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sum_{k_1 \in K_1^D} d_{ij} (x_{ijk_1} \omega_c E_f \frac{G_1}{\mu} + y_{ijk_1} \omega_c E_f) \rho_2 + \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sum_{k_1 \in K_1^P} d_{ij} (x_{ijk_1} \omega_c E_f \frac{G_1}{\mu} + y_{ijk_1} \omega_c E_f) \rho_2 \quad (3)$$

$$Z_4 = \sum_{i \in S} \sum_{j \in C} \sum_{k_2 \in K_2} d_{ij} (x_{ijk_2} \omega_c E_f \frac{G_2}{\mu} + y_{ijk_2} \omega_c E_f) \rho_2 + \sum_{i \in C} \sum_{j \in S} \sum_{k_2 \in K_2} d_{ij} (x_{ijk_2} \omega_c E_f \frac{G_2}{\mu} + y_{ijk_2} \omega_c E_f) \rho_2 + \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} \sum_{k_2 \in K_2} d_{ij} (x_{ijk_2} \omega_c E_f \frac{G_2}{\mu} + y_{ijk_2} \omega_c E_f) \rho_2 \quad (4)$$

表 2 碳排放模型的相关参数

Table 2 Parameters of adopted carbon emission model

参数	释义	取值
ω_c	每升燃油释放二氧化碳的质量/t	0.002 7
E_f	车辆单位重量单位距离耗油量 L/(t·km)	0.016 53
ρ_2	排放每单位二氧化碳产生的成本	20
G_1	一级车辆单位质量/t	16.2
G_2	二级车辆单位质量/t	10.2
μ	车辆质量利用系数	5.017 5

1.3.2 混合整数规划模型

基于 1.3.1 目标函数，建立如下混合整数规划模型，优化目标为

$$\min Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 \quad (5)$$

s.t.

确保一级配送网络中各中转站有且仅有一辆车分别进行送货和取货：

$$\sum_{i \in S_{k_1} \in K_1^D} \sum_{i \in S_{k_1} \in K_1^D} x_{ijk_1} = \sum_{i \in S_{k_1} \in K_1^D} \sum_{i \in S_{k_1} \in K_1^D} x_{fik_1}, f \in S_S \quad (6)$$

$$\sum_{i \in S_{k_1} \in K_1^D} \sum_{i \in S_{k_1} \in K_1^D} x_{ijk_1} = \sum_{i \in S_{k_1} \in K_1^D} \sum_{i \in S_{k_1} \in K_1^D} x_{fik_1}, f \in S_S \quad (7)$$

确保二级配送中各客户有且仅有一辆车进行服务:

$$\sum_{i \in V_{k_2} \in K_2} \sum_{i \in V_{k_2} \in K_2} x_{iak_2} = \sum_{i \in V_{k_2} \in K_2} \sum_{i \in V_{k_2} \in K_2} x_{aik_2}, a \in C \quad (8)$$

防止车辆在一个节点处循环:

$$\sum_{i \in V_j} \sum_{i \in V_j} \sum_{k \in K_1 \cup K_2} x_{ijk} = 0, i = j \quad (9)$$

分别确保一级和二级配送网络中每辆进入节点的车辆都必须驶出该节点, 确保流量平衡:

$$\sum_{i \in S} x_{ijk_1} - \sum_{i \in S} x_{fik_1} = 0, f \in S_S, k_1 \in K_1^D \cup K_1^P \quad (10)$$

$$\sum_{i \in S_s \cup C} x_{iak_2} - \sum_{i \in S_s \cup C} x_{aik_2} = 0, a \in C, k_2 \in K_2 \quad (11)$$

确保一级配送网络中每辆车都从配送中心出发, 并在配送完成后返回配送中心:

$$\sum_{g \in S_s} x_{gs_0k_1} = \sum_{f \in S_s} x_{s_0fk_1} = 1, k_1 \in K_1^D \cup K_1^P \quad (12)$$

确保每辆二级配送车辆从一个中转站出发, 并返回对应中转站:

$$\sum_{a \in C} x_{ak_2} = \sum_{a \in C} x_{fak_2} = 1, f \in S_S, k_2 \in K_2 \quad (13)$$

一级和二级配送网络的子环消除约束:

$$b_l^1 \geq b_h^1 + 1 - (n-1)(1 - \sum_{k_1 \in K_1} x_{hlk_1}), h, l \in S \quad (14)$$

$$b_q^2 \geq b_o^2 + 1 - (n-1)(1 - \sum_{k_2 \in K_2} x_{oqk_2}), o, q \in S_s \cup C \quad (15)$$

车辆最大载重约束:

$$y_{oqk_2} \leq x_{oqk_2} Q_2, o, q \in S_s \cup C, k_2 \in K_2 \quad (16)$$

$$y_{hlk_1} \leq x_{hlk_1} Q_1, h, l \in S, k_1 \in K_1^D \quad (17)$$

$$y_{hlk_1} \leq x_{hlk_1} Q_1, h, l \in S, k_1 \in K_1^P \quad (18)$$

确保二级配送中所有客户需要的货物都从中转站发出, 且车辆出发时的载重必须等于所有客户需求之和:

$$\sum_{o \in S_s \cup C} \sum_{a \in C} D_a^2 x_{oak_2} = \sum_{a \in C} y_{fak_2}, f \in S_S, k_2 \in K_2 \quad (19)$$

确保一级配送网络中, 在进行送货服务时,

所有中转站需求的货物都从配送中心发出, 且车辆出发时的载重必须等于其所要配送的所有中转站需求之和:

$$\sum_{h \in S} \sum_{f \in S_s} D_f^1 x_{hfk_1} = \sum_{f \in S_s} y_{s_0fk_1}, k_1 \in K_1^D \quad (20)$$

确保一级配送网络中, 在进行取货时, 车辆空载出发:

$$\sum_{f \in S_s} y_{s_0fk_1} = 0, k_1 \in K_1^P \quad (21)$$

分别定义一级和二级配送网络中车辆服务完一个客户或一个中转站后的载重量:

$$\sum_{h \in S} y_{hfk_1} + (P_f^1 - D_f^1) \sum_{h \in S} x_{hfk_1} = \sum_{h \in S} y_{fhk_1}, \forall f \in S_S, k_1 \in K_1^D \cup K_1^P \quad (22)$$

$$\sum_{o \in S_s \cup C} y_{oak_2} + (P_a^2 - D_a^2) \sum_{o \in S_s \cup C} x_{oak_2} = \sum_{o \in S_s \cup C} y_{aok_2}, \forall a \in C, k_2 \in K_2 \quad (23)$$

$$\sum_{o \in S_s \cup C} y_{aok_2}, \forall a \in C, k_2 \in K_2 \quad (23)$$

$$\sum_{o \in S_s \cup C} y_{aok_2}, \forall a \in C, k_2 \in K_2 \quad (23)$$

中转站容量约束:

$$\sum_{a \in C} \sum_{k_2 \in K_2} D_a^2 x_{oak_2} \leq M, o \in S_s \cup C \quad (24)$$

$$\sum_{a \in C} \sum_{k_2 \in K_2} P_a^2 x_{oak_2} \leq M, o \in S_s \cup C \quad (25)$$

决策变量定义:

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i \in V, j \in V, k \in K_1^D \cup K_1^P \cup K_2 \quad (26)$$

$$y_{ijk} \geq 0, \forall i \in V, j \in V, k \in K_1^D \cup K_1^P \cup K_2 \quad (27)$$

1.4 问题特点及求解思路

2E-VRP 中, 中转站在一级问题中属于被配送者, 在二级问题中又属于配送者, 所以中转站相当于连接两级问题的“桥梁”。在二级问题中, 各个中转站的货物量是由它所服务的客户群决定的, 在一级问题中, 配送中心的货物量又是由各个中转站决定的。因此, 一旦中转站配送的客户群发生了变化, 一级问题的解也会随之发生变化。所以, 2E-VRP 两级问题相互耦合, 一级与二级的解空间也不是简单的相加关系, 而是相乘关系。这使得 2E-VRP 解空间巨大, 再加上同时取送货和绿色 2 个约束条件, G2E-VRPSPD 的解空间更加庞大和复杂。如果直接对整个问题进行编解码再设

计算法求解，会因为两级问题相互耦合的特点无法有效引导算法向着较优解空间的方向进行搜索，编解码工作也会变得非常复杂。

因此，根据问题特征先将 G2E-VRPSPD 分解为多个相对简单的子问题，从而实现两级问题间的部分解耦，是十分有效且必要的。再设计智能算法对各个子问题进行求解，能有效地引导算法的搜索方向，提高算法的搜索效率，简洁高效地寻找优质解。

2 求解 G2E-VRPSPD 的 LACO

针对 G2E-VRPSPD 两级问题相互耦合，解空间庞大的特点，首先采用基于距离的聚类分解算法将 G2E-VRPSPD 分解为一个 GSD_VRPBPD 和一组 GSD_VRPSPD，实现两级问题间的部分解耦，达到缩小解空间的目的；然后，设计 LACO 对分解后的各子问题进行求解，从而获得原问题的解。

2.1 聚类分解

聚类是按照同一组中相似度最大、不同组中相似度最小的原则将不同元素聚成若干组。客户聚类是降低两级物流网络优化复杂性的重要环节，如 1.4 节所述，通过对具有相似特征的客户进行合理的分组，可实现一级配送和二级配送间的部分解耦，降低问题复杂度。在对数值型数据进行聚类时，大都采用基于距离的聚类、K-means 聚类、模糊聚类等算法；针对混合型数据，可采用 k-prototypes 算法或先将混合型数据转换为数值型数据^[30]。而 VRP 中的客户数据属性均为数值型，不需要对数据类型进行转换，可直接聚类。此外，在一般物流配送网络中，时效性是一个十分重要的指标，如生鲜产品的价值会随着配送时间的增加而衰减。而在两级物流网络中，货物需经过一次中转，才能送到客户处，因此对时效性的要求较一般物流网络更高。而货物的配送时长(速度)直接取决于中转站到各客户及各客户间的距离，

因此本文采用基于最短距离的聚类分解算法^[3]对各客户进行聚类。就本文模型而言，将客户与聚类中心的最短欧氏距离作为特征对客户进行聚类，是一种符合实际且有效的聚类方式，在聚类过程中若货物达到中转站上限，则将本该分配至此中转站的客户点分配至下一中转站。

聚类分解算法为

算法 1: 聚类分解

For $a = 1$ to n do

 计算客户点 a 到各中转站的欧氏距离，并按距离将对应中转站升序排列，序列为 Φ ;

 For all the $f \in \Phi$ do

 If 客户 a 加入中转站 f 未超出中转站上限 do

 将客户点 a 分配到中转站 f ;

 break

 End

End

End

2.2 编码与解码

针对 G2E-VRPSPD 分解后的各个子问题，使用相同的编解码方式。以二级问题为例，采用基于客户的编码方式，建立问题解空间和算法搜索空间的映射关系。例如客户序列 {1, 6, 7, 3, 4, 5, 10, 2, 8, 9}，中转站 1 中车辆编号为 {11, 12}，中转站 2 中车辆编号为 {13, 14}。对该问题进行编码，生成一组以车辆编号开头并包含所有客户编号的随机序列，同时该序列满足车辆载重约束。

由图 2 所示，对上述编码序列根据车辆编号进行解码可知中转站 1 的车辆 11 从中转站出发，依次服务客户 1、客户 6、客户 7 后返回中转站。同理，可获得车辆 12、车辆 13、车辆 14 的客户次序、行驶路径等信息，并根据式(5)计算目标函数值。针对子问题 GSD_VRPBPD，只需分批次考虑送货量及取货量即可，其余与 GSD_VRPSPD 的编解码方式相同。

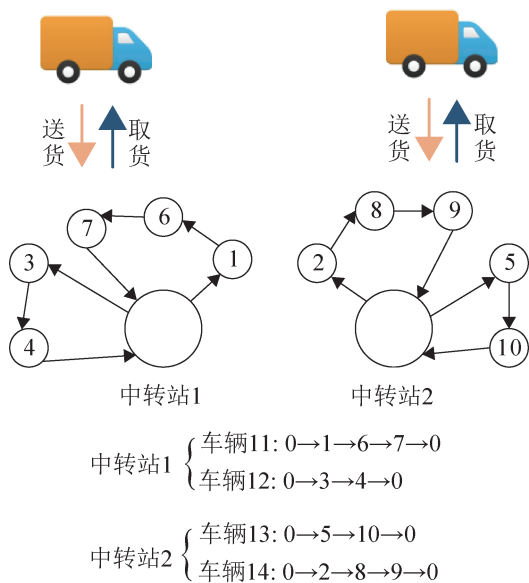


图2 解码示意图
Fig. 2 Schematic diagram of decoding

2.3 初始化阶段

GSD_VRSPD 及 GSD_VRPBPD 的初始种群中所有个体均采用一种贪心算法生成。与传统随机初始化方法相比, 贪心算法可以提高初始解质量且使种群保持多样性。

以 GSD_VRSPD 为例, C 为客户编号集合, 贪心算法可描述为

算法 2: 贪心算法

输入 $\Pi = \emptyset$

从 C 中随机选取一个元素加入到 Π 中, 并将其从 C 中删除

For all the $a \in \Pi$ do

计算 C 中剩余元素到 Π 中最后一个元素的距离, 从距离最近的前 5 个元素中随机选择一个加入 Π 中

End

输出 Π

2.4 基于三维概率矩阵和局部搜索策略的学习阶段

ACO 采用正反馈机制, 具有启发式特征, 能够积累较短路径的优良信息^[22]。从 ACO 在 VRP 求

解现状来看, 设计合理的信息素矩阵及路径更新机制可引导全局搜索方向; 设计基于多种邻域算子组合的局部搜索策略可提高算法的局部搜索性能, 两者是 ACO 有效性的关键。

2.4.1 基于三维概率矩阵的信息素更新

标准 ACO 的客户点选择机制仅取决于当前点到剩余客户点间的信息素浓度, 缺乏随机性和多样性, 容易陷入局部最优。因此本文采用三维概率矩阵替换标准 ACO 中的信息素矩阵, 为记录优质解中个体的客户序列结构分布特征, 设计基于客户序列的三维概率矩阵, 能够准确地记录客户的信息分布, 最终通过统计的方式记录优质解个体的结构特征。

以图 3 所示种群为例, 当信息素矩阵为三维概率矩阵时, 对于客户数量为 5 的序列, 信息素矩阵由 5 个二维矩阵构成(图中省略两个未更新矩阵)。矩阵 k 表示蚂蚁经过当前客户时, 上一个经过的客户点 k 处的信息素矩阵。以客户 2 为例, 若采用标准 ACO 的选择机制, 当蚂蚁经过客户 2 时, 最大概率选择客户 3, 而使用三维概率矩阵选择时, 若蚂蚁上一个经过的点为客户 1, 则图 3 中子矩阵 1 中的 p_{123} 及 p_{124} 增大, 且 $p_{124} > p_{123}$, 因此, 若蚂蚁上一个经过的点为客户 1, 则最大概率选择客户 4, 而并非客户 3; 若蚂蚁上一个经过的点为客户 4 或客户 5, 则根据子矩阵 4 和子矩阵 5, 此时蚂蚁最大概率选择客户 3。由此, 采用基于三维概率矩阵的选择机制, 可以学习之前路径更多的有效信息, 增加客户点选择的随机性和多样性, 避免算法过早收敛。

LACO 中的蚂蚁路径构建为

$$p_{abc}(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{abc}(t)]^\alpha [\eta_{abc}(t)]^\beta}{\sum_{c \in \Omega} [\tau_{ac}(t)]^\alpha [\eta_{abc}(t)]^\beta}, & a \in \Omega, c \in \Omega \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (28)$$

式中: $p_{abc}(t)$ 为在第 t 次迭代时, 蚂蚁经过路径 (a, b) , 再从客户 b 出发选择客户 c 的概率; $\tau_{abc}(t)$ 表示在第 t 次迭代时, 路径 (a, b, c) 上的信息素浓

度; $\eta_{abc}(t)$ 表示在第 t 次迭代时, 路径 (a, b, c) 上的启发因子; α 、 β 为信息素权重和启发因子权重, 用于调节 $\tau_{abc}(t)$ 和 $\eta_{abc}(t)$ 之间的作用; Ω 为不在禁忌表中的客户点集合。

信息素更新方式为

$$\Delta\tau_{abc}^h(t, t+1) = \begin{cases} \frac{Q}{L_h}, & (a, b, c) \in R_h \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (29)$$

$$\tau_{abc}(t+1) = (1-\rho)\tau_{abc}(t) + \Delta\tau_{abc}(t, t+1) \quad (30)$$

式中: $\Delta\tau_{abc}(t, t+1)$ 为所有蚂蚁在路径 (a, b, c) 上释放的信息素总和; Q 为信息素强度的常量; L_h 为蚂蚁 h 构建的可行路径 R_h 的长度; ρ 为信息素挥发因子。

2.4.2 新个体生成方式

令 $\pi(gen)=[a_1, a_2, \dots, a_{n_s}]$ 为根据三维信息素矩阵生成的个体, 新个体生成方式如下:

step 1: 生成 $\pi(gen)$ 的第一个客户: 随机选择一个客户作为 $\pi(gen)$ 的一个客户 a_1 。

step 2: 生成 $\pi(gen)$ 的第二个客户: 计算第 a_1 个子矩阵中各行概率之和, 第 b 行代表第 b 个客户, 利用轮盘赌选出 $\pi(gen)$ 的第二个客户 a_2 。

step 3: 生成 $\pi(gen)$ 的剩余客户: 根据式(28)的概率利用轮盘赌选择剩余客户。

2.4.3 约束处理机制

通过 2.4.2 节可生成一条未分配车辆的客户序列, 为该序列分配配送车辆即可获得一条可行解。其中, 式(16)~(18)的约束处理机制如下: 以客户序列 $\{3, 1, 4, 6, 5, 2\}$ 为例, 设各客户点送货量为 $\{2, 1, 1, 2, 1, 2\}$, 取货量为 $\{1, 2, 2, 2, 1, 1\}$, 车辆最大载重为 6, 首先根据车辆出发时的载重判断出车辆可配送 $\{3, 1, 4, 6\}$, 然后计算各点取送货时的在途载重是否满足约束, 计算可知, 在客户 6 处取货后车辆载重超出上限。当超过上限时, 去掉 $\{3, 1, 4, 6\}$ 中最后一个客户点, 重复上述操作, 直至车辆在各点处均满足载重约束, 最终得到车辆配送客户点序列为 $\{3, 1, 4\}$ 。

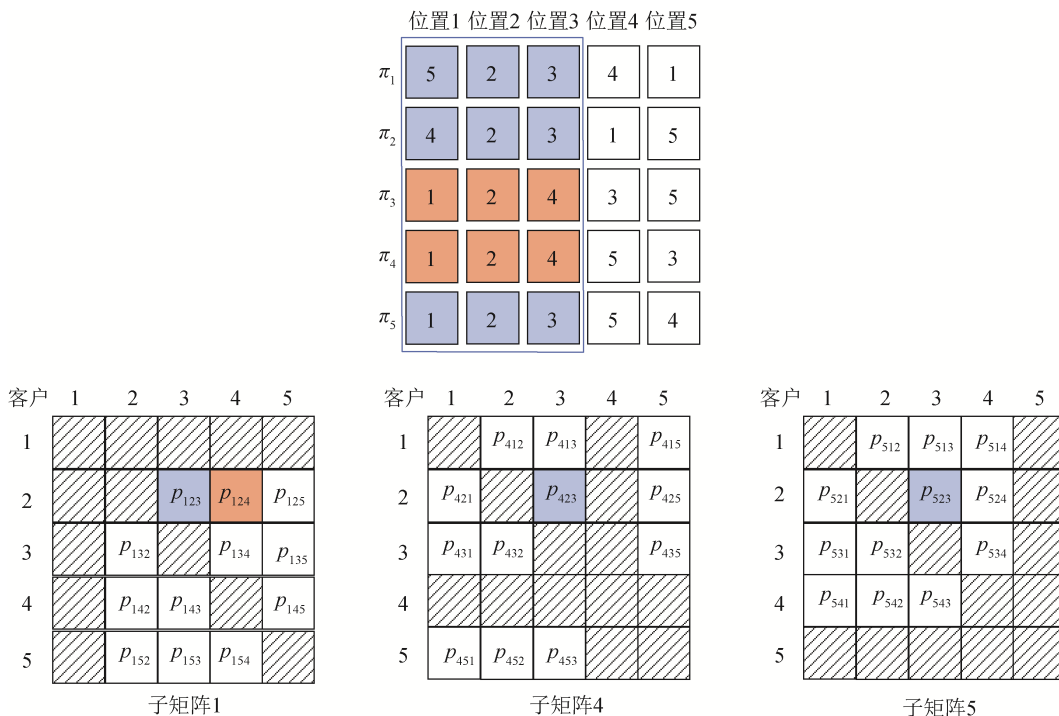


图3 客户序列及三维矩阵示意图

Fig. 3 Customer sequence and three-dimensional matrix diagram

2.4.4 局部搜索策略

车辆路径问题的解空间庞大且复杂, 仅使用一种邻域算子会使迭代搜索过早达到并陷入该邻域的局部最优非劣解, 该解的质量大都一般。而使用多种邻域算子交替进行搜索, 可以在达到各邻域算子共同作用下的优良解之前一直向更大更深的解空间搜索。因此, 本文设计一种局部搜索策略学习 6 种邻域算子的搜索信息, 以提高解的质量。

2.4.4.1 邻域算子

所提 6 种邻域算子如下:

(1) 车辆间邻域算子(如图 4 所示)

1) *shift_1*: 将客户点 a 从路线 r_1 中移除, 插入到路线 r_2 的第 w 个位置。

2) *shift_2*: 将两个连续客户点 a 、 b 从路线 r_1 中移除, 插入到路线 r_2 的第 w 个位置。

3) *swap*: 从路线 r_1 和 r_2 中各选取一个点, 交换位置。

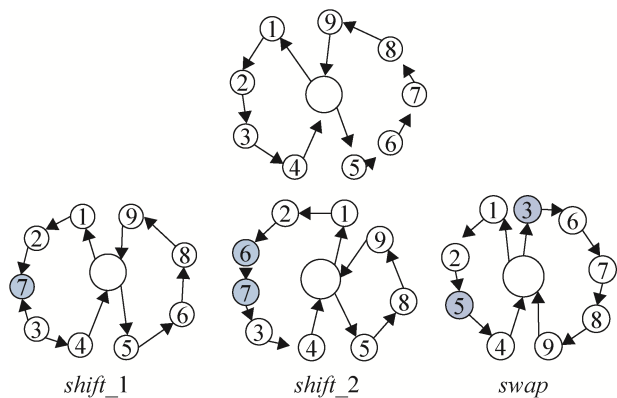


图 4 车辆间邻域算子

Fig. 4 Neighborhood operator between vehicles

(2) 车辆内邻域算子(如图 5 所示)

1) *insert*: 在路线 r 中选取一个点, 插入到其他位置。

2) *exchange*: 在路线 r 中交换两个点的位置。

3) *2-opt*: 在路线 r 中选取两个不相邻的点, 将两点及两点间的所有点逆序。

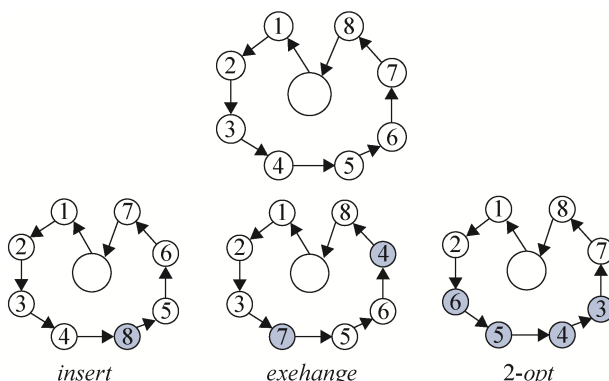


图 5 车辆内邻域算子

Fig. 5 Neighborhood operator in vehicle

2.4.4.2 基于贡献值的搜索策略

本节在基本变邻域搜索^[31]的基础上, 选出 *shift_1*, *swap*, *insert*, *exchange* 作为搜索算子, *shift_2* 和 *2-opt* 作为扰动算子, 根据局部搜索策略对当前最好解进行进一步搜索。

首先根据式(31)中的选择概率, 通过轮盘赌选择搜索算子, 对当前解进行搜索。

$$P_u^1 = \frac{C^1(u)}{C_{sum_1}}, u=1, 2, 3, 4 \quad (31)$$

式中: P_u^1 为第 u 种搜索算子的选择概率, $C^1(u)$ 为第 u 种搜索算子的贡献值; C_{sum_1} 为 4 种搜索算子贡献值的总和。每种搜索算子的初始贡献值均为 1。若使用当前算子进行搜索后, 解的质量得到改善, 则利用式(32)更新该算子贡献值。

$$C^1(u) = C^1(u) + 1 \quad (32)$$

使用轮盘赌选出搜索算子后, 利用该算子对当前解随机进行 n_s 次操作, 并记录每次操作后的解, 从中选出局部最优解。当连续 m_s 次选择搜索算子搜索后均未改善解的质量时, 选择扰动算子进行扰动操作, 扰动算子的选择和更新贡献值方法与搜索算子相同。若扰动过后的解为可行解, 则无条件接受该解, 使用该解进行局部搜索; 若扰动过后的解为非可行解, 则重新扰动。

其中, n_s 为当前子问题中客户点数量, n_s 若设置过大, 会产生较多无效搜索, 若设置过小则无法在当前邻域进行更深度的搜索, 故本文取 n_s

为搜索算子随机搜索次数。 m_s 为当前子问题中参与配送的车辆数,若连续 m_s 次迭代均未改善解的质量,则当前解可能为局部最优解,需通过扰动操作使其跳出当前局部。

设当前解序列为 π , $F(\pi)$ 为 π 的目标函数, $iteration$ 为当前迭代次数, θ 为总迭代次数,局部搜索策略伪代码为

算法3: 局部搜索

输入 π

While $iteration \leq \theta$

$counter = 1$;

 Repeat

 根据式(34)轮盘赌选出搜索算子 ϑ ;

 For $a = 1$ to n_s do

 利用 ϑ 对 π 进行搜索,若满足约束,则记录该解;否则舍弃

 End

 选出最佳解 π^* ;

 If $F(\pi^*) < F(\pi)$ do

$\pi = \pi^*$ and $counter = 1$;

 更新 $C^1(\vartheta)$ 、 $C^2(\psi)$;

 Else

$counter = counter + 1$;

 End

 Until $counter \geq m_s$

 根据轮盘赌选出扰动算子 ψ ;

 Repeat

 利用 ψ 对 π 进行扰动

 Until π 为可行解

End

输出 π

2.5 算法流程

本文LACO采用2.1节中聚类分解策略将问题分解为一系列子问题,设计2.2节编解码方式,采用2.3节初始化策略替代原有的随机初始化方法进行种群初始化,并构建2.4节中基于三维概率矩阵

的信息素更新策略和局部搜索策略,引导算法搜索方向;最后将各子问题的解合并,得到G2E-VRPSPD的最终解。

LACO算法流程如图6所示,伪代码见算法4。

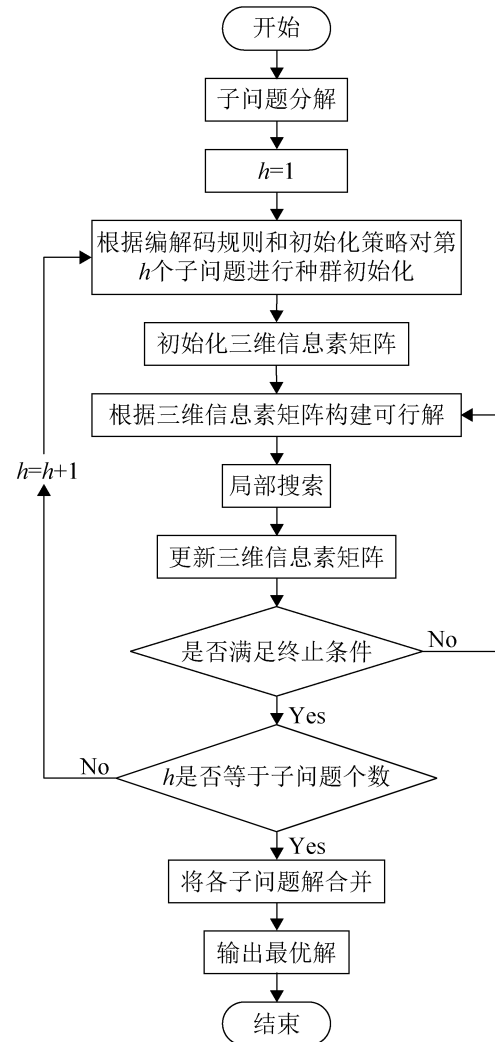


图6 LACO流程图

Fig. 6 LACO flow chart

算法4: LACO

子问题分解;

For all the $h \in S$ do

 贪心算法初始化种群;

 初始化三维信息素矩阵;

 While $time \leq CPU\ setup\ time$

 根据三维信息素矩阵构建可行解;

 局部搜索;

更新三维信息素矩阵;

End

End

将各子问题的解合并;

输出较优解

2.6 复杂度分析

本节对 LACO 及对比算法 VND_LS^[32] 和 CW_LS^[33] 进行复杂度分析。

2.6.1 LACO 复杂度分析

令 LACO 的种群规模 (即蚂蚁数量) 为 $popsizel$, 全局搜索迭代次数为 gen_{global} , 局部搜索迭代次数为 gen_{local} , 局部搜索中搜索次数为 m_s , 客户点数量为 n , 中转站数量为 m , 每个中转站所服务的客户点数量为 n_i ($\sum_{i=1}^m n_i = n$)。LACO 的算法复杂度 T_L 由聚类分解复杂度、LACO 的全局搜索复杂度和 LACO 的局部搜索复杂度构成。

聚类分解复杂度为 $O(n \times m)$; 在每一代中, 全局搜索复杂度由种群初始化复杂度 $O(popsizel \times n_i)$ 、三维信息素矩阵更新复杂度 $O(n_i^3)$ 、采样信息素矩阵生成蚂蚁路径的复杂度 $O(popsizel \times n_i^3)$ 、种群评价复杂度 $O(popsizel \times n_i)$ 组成, 为 $O(popsizel \times n_i^3)$; 局部搜索复杂度为 $O(gen_{local} \times m_s \times n_i)$ 。

由于需采用 LACO 对 m 个子问题进行求解, 故 LACO 求解所有子问题的总复杂度为

$$T_{LACO} = O(n \times m + gen_{global} \times (popsizel \times \sum_{i=1}^m n_i^3 + gen_{laco} \times m_s \times \sum_{i=1}^m n_i)) = O(n \times m + gen_{global} \times (popsizel \times n^3 + gen_{laco} \times m_s \times n))$$

2.6.2 对比算法复杂度分析

设 VND_LS 的全局搜索 (VND 和 LS 阶段) 迭代次数为 gen_{vnd_ls} , 局部搜索 (LS 阶段) 迭代次数为 gen_{ls} , VND 阶段搜索次数为 v_c , LS 阶段搜索次数为 C_L , 客户点数量为 n_v , 中转站数量为 m_v 。

VND_LS 的算法复杂度 T_{VND_LS} 由初始化复杂度、VND 阶段复杂度和 LS 阶段复杂度构成。其中, 初始化采用最近邻启发式算法, 复杂度为 $O(n_v^2 \times m_v)$; 在每一代中, VND 阶段复杂度为 $O(v_c \times n_v \times m_v)$, LS 阶段复杂度为 $O(gen_{ls} \times C_L \times n_v \times m_v)$ 。故 VND_LS 的总复杂度为

$$T_{VND_LS} = O(n_v^2 \times m + gen_{vnd_ls} \times (v_c \times n_v \times m_v + gen_{ls} \times C_L \times n_v \times m_v)) = O(n_v^2 \times m + gen_{vnd_ls} \times n_v \times m_v \times (v_c + gen_{ls} \times C_L))$$

设 CW_LS 的全局搜索迭代次数为 gen_1 , 局部搜索迭代次数为 gen_2 , 客户点数量为 n_c , 中转站数量为 m_c 。CW_LS 的算法复杂度 T_{CW_LS} 由初始化复杂度、一级优化复杂度和二级优化复杂度构成。其中, 初始化采用节约算法, 复杂度为 $O(n_c^2 \times m_c^2)$; 在每一代中, 一级优化复杂度为 $O(gen_2 \times m_c)$, 二级优化复杂度为 $O(gen_2 \times n_c \times m_c)$ 。故 CW_LS 的总复杂度为

$$T_{CW_LS} = O(n_c^2 \times m_c^2 + gen_1 \times (gen_2 \times m_c + gen_2 \times n_c \times m_c)) = O(n_c^2 \times m_c^2 + gen_1 \times gen_2 \times m_c \times (1 + n_c))$$

3 实验设计与分析

3.1 实验设置

本文实验均在同一实验环境中进行, 其中, CPU 主频率为 1.30 GHz, 内存为 32 GB, 操作系统为 64 位 windows 10, 编程语言为 Python3.8.0。本文选取并改进标准 VRP 实例库 (www.bernabedorrnsoro.es/vrp) 中的 24 个算例进行测试, 由于实例库中的同时取送货算例只考虑距离及车辆从仓库出发时的初始载重, 不考虑运输途中的在途载重, 所以算例中的各客户处的取送货量均为 10。而本文以车辆载重和实际生活场景为基础, 每个客户点处的取送货量可能不相同, 故以 10 为中位数, 将取送货量改编为 1~20 的随机数, 使改编后的取送货量相加与原算例中大致相同, 保证数据的有效性。改编后的数据可在 https://pan.baidu.com/s/1IRzNO3rf7uav8S_c7DFRug 中下载 (提取码:

j6d9)。这24个算例的客户点数量范围为30~200，中转站的数量范围为3~10，各客户点取送货的货物重量范围为1~20单位，一级车辆最大载重为515单位，二级车辆最大载重为70单位，局部搜索迭代次数 $\theta=200$ 。

此外，在各类VRP中，常以算法运行时间或优化目标评价次数作为算法比较的参考。而各算法的各关键环节间关联紧密，由2.6节算法复杂度分析可知，不同算法的复杂度不同，LACO复杂度明显高于另外两种算法的复杂度，且各算法关键环节复杂度也不同。因此，各算法及其关键环节的时间复杂度相较于优化目标计算的时间复杂度无法忽略不计。在算法比较时，若采用相同优化目标评价次数作为算法比较的参考，则会忽略各算法的运行时间及其中各关键环节的作用及所占时间；而采用相同的算法运行时间作为算法比较的参考，更能客观地体现算法关键环节的作用及算法的整体性能、更有利于保证算法比较的公平性。故对比实验中每个算法的运行总时间相同^[27]，LACO中每个子问题的求解时间为(子问题客户点数/总客户点数) \times 总时间。

3.2 算法参数设置

LACO中涉及到的关键参数为信息素权重 α ，启发因子权重 β ，信息素挥发因子 ρ ，信息素权重 Q 和蚂蚁数量 ant_n 。为确定合适的参数组合，本文针对一个中等规模问题(100_5)进行实验分析。各参数设置水平如表3所示，每个参数组合下的LACO在所选算例上独立运行20次，每次运行时间相同^[27]，表4表示参数设置的正交表。取20次结果的平均值作为平均响应值，如表5所示。

通过表5和图7不难看出，参数的选择对算法性能有着显著的影响。选取表5中的最优方案作为LACO的参数设置，即信息素权重 α 选择水平2，其值为1；启发因子权重 β 选择水平4，其值为2；信息素挥发因子 ρ 选择水平3，其值为0.5；信息素权重 Q 选择水平3，其值为3；蚂蚁数量 ant_n 选择水

平1，其值为20。此时，算法可表现出良好性能。

表3 关键参数水平表
Table 3 Key parameter level table

参数	水平设置			
	1	2	3	4
α	0.5	1	1.5	2
β	0.5	1	1.5	2
ρ	0.1	0.3	0.5	0.7
Q	1	2	3	4
ant_n	20	30	40	50

表4 参数设置的正交表
Table 4 Orthogonal table of parameter settings

标号	水平设置					AVG
	α	β	ρ	Q	ant_n	
1	1	1	1	1	1	1 017.6
2	1	2	2	2	2	1 038.6
3	1	3	3	3	3	1 030.0
4	1	4	4	4	4	1 031.5
5	2	1	2	3	4	1 018.4
6	2	2	1	4	3	1 038.0
7	2	3	4	1	2	1 024.2
8	2	4	3	2	1	1 005.0
9	3	1	3	4	2	1 010.5
10	3	2	4	3	1	1 026.4
11	3	3	1	2	4	1 053.4
12	3	4	2	1	3	1 029.0
13	4	1	4	2	3	1 041.4
14	4	2	3	1	4	1 042.2
15	4	3	2	4	1	1 028.4
16	4	4	1	3	2	1 014.1

表5 各参数平均响应值
Table 5 Average response value of each parameter

水平	α	β	ρ	Q	ant_n
1	1 029.4	1 022.0	1 030.8	1 028.3	1 019.4
2	1 021.4	1 036.3	1 028.6	1 034.6	1 021.9
3	1 029.8	1 034.0	1 021.9	1 022.2	1 034.6
4	1 031.5	1 020.0	1 030.9	1 027.1	1 036.4
极差	10.1	16.3	9	12.4	17
影响力排名	4	2	5	3	1

3.3 实验结果比较分析

为验证LACO的有效性，先验证LACO关键环节的有效性，再将LACO与国际期刊上求解G2E-VRPSPD及其相似问题的算法进行比较。

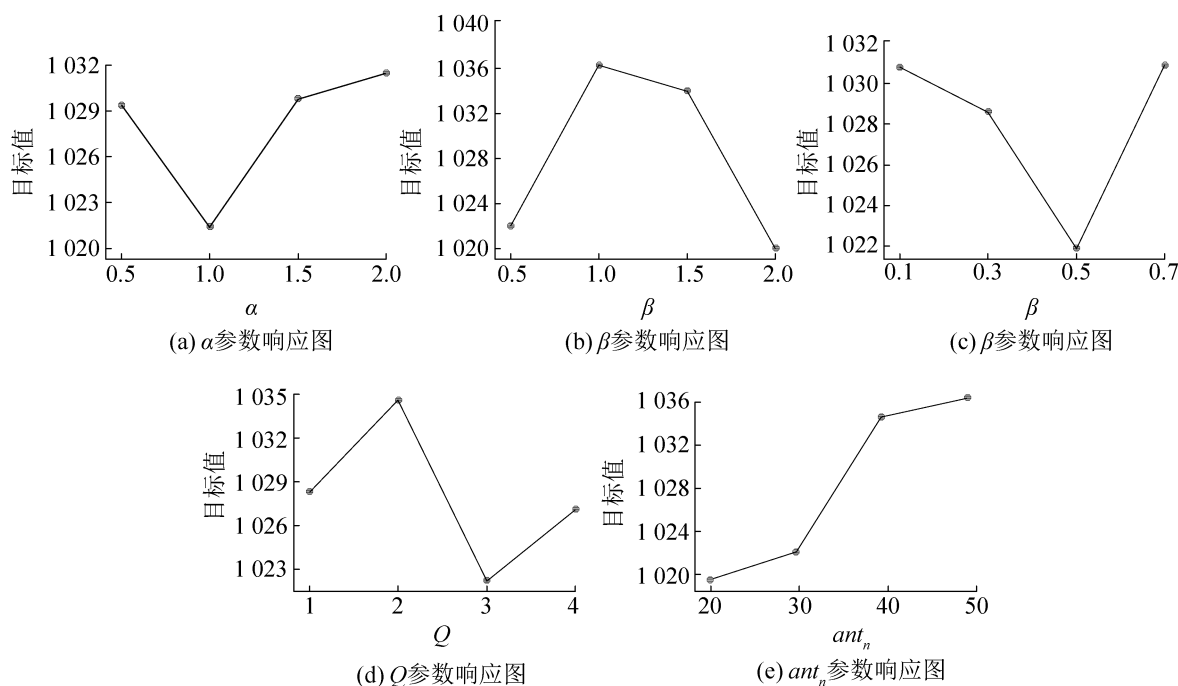


图7 参数响应图

Fig. 7 Response diagram of parameters

3.3.1 验证LACO关键环节的有效性

本文所提LACO的关键环节为基于三维概率矩阵的信息素更新机制和局部搜索。为验证关键环节的有效性,将LACO, ACO, ACO₁, ACO₂进行对比。ACO为去除三维概率模型和局部搜索; ACO₁为去除局部搜索,保留三维概率模型; ACO₂为去除三维概率模型,保留局部搜索。各算法在每个算例上独立运行20次,每个算法每次运行时间相同^[27]。各算法运行20次得到的最大值、最小值和平均值结果如表6所示,每类问题对应的最好指标用粗体表示。此外,为验证局部搜索策略的有效性,将LACO与LACO_V进行对比, LACO_V为去除LACO的三维概率模型及局部搜索策略,使用6种邻域算子交替搜索。由于表格篇幅有限,实验数据可在https://pan.baidu.com/s/1pIP_9ZXxC1JDAAQTxHvAPw(提取码: nnoy)中下载。

由表6可知, LACO在大部分算例上优于其变形算法,验证了LACO中三维概率矩阵和局部搜索的有效性。其中, ACO₁仅在ACO的基础上增加三维概率模型,其结果较ACO差,但ACO₂在

LACO的基础上去除三维概率模型后,虽然在部分小规模上表现优异,但随着问题规模的增大,其结果也相对较差。由此可见,三维概率模型在单独使用时,由于其随机性较强,导致算法效率和稳定性变差。但和局部搜索结合使用后, LACO的算法结果较单独使用局部搜索的ACO₂更好,这是由于三维概率模型的随机性,能使种群保持多样性,更好地引导算法在全局范围内寻优。

3.3.2 验证LACO的有效性

为验证LACO的有效性,在本文问题上,将LACO与国际期刊上求解相似问题的算法VND_LS^[32]和CW_LS^[33]进行对比。各算法在每个问题上独立运行20次,每次运行时间相同^[27]。性能指标为各算法运行20次得到的最大值、最小值和平均值。测试结果如表7所示,每类问题对应的最好指标用粗体表示。表7是设定程序运行时间为2N(N为客户点数量)s时,各算法在不同规模下的对比结果。运行时间为N和3N s时对比结果类似,相关实验数据可在链接:<https://pan.baidu.com/s/1yfoebOZc0N5l8uHt7ib1hw>(提取码: 4uxz)中下载。

表6 LACO与ACO、ACO₁、ACO₂的对比结果(2Ns)
Table 6 Comparison results of LACO with ACO₁ ACO₂(2Ns)

n_s	ACO			ACO ₁			ACO ₂			LACO		
	最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值
30_3	672.5	563.5	610.5	651.4	556.2	607.6	514.9	487.4	495.1	518.3	487.4	494.5
40_3	893.3	800.8	839.9	916.7	797.7	844.6	648.8	553.9	592.9	628.7	554.2	586.9
50_3	1 069.8	987.9	1 021.6	1 133.9	1 001.1	1 072.0	764.0	687.5	736.9	768.9	690.7	736.4
60_3	1 184.5	1 071.8	1 125.1	1 314.7	1 178.1	1 237.4	737.5	676.8	704.3	755.7	680.9	711.9
70_3	1 439.1	1 270.4	1 371.9	1 596.1	1 442.3	1 529.7	913.4	814.3	871.5	863.0	806.1	829.4
80_3	1 637.8	1 504.2	1 566.3	1 856.2	1 719.7	1 789.6	1 025.3	887.1	932.5	1 032.8	877.8	916.9
50_5	1 006.4	922.6	969.4	1 020.2	918.8	961.9	845.3	731.9	776.3	843.6	735.4	779.6
60_5	1 086.9	999.9	1 047.8	1 107.0	1 027.7	1 068.8	855.0	767.1	794.6	861.0	767.8	811.4
70_5	1 261.6	1 111.7	1 115.8	1 293.1	1 158.7	1 228.8	939.1	851.3	892.6	941.3	843.7	873.9
80_5	1 412.9	1 280.3	1 328.5	1 536.5	1 386.6	1 444.0	991.4	886.3	935.0	955.1	872.3	910.8
90_5	1 598.2	1 433.9	1 509.3	1 679.8	1 539.6	1 624.5	1 067.2	969.2	1 022.2	1 028.9	929.5	966.7
100_5	1 723.8	1 560.9	1 622.5	1 897.0	1 718.9	1 797.6	1 134.1	969.7	1 073.9	1 096.4	965.7	1 042.6
60_8	1 081.0	921.6	1 030.7	1 483.9	1 275.0	1 397.4	895.4	771.9	824.9	901.7	781.8	847.1
80_8	1 407.2	1 274.8	1 325.4	1 823.7	1 581.1	1 689.2	1 105.1	928.6	1 006.3	1 094.3	931.4	987.1
100_8	1 661.7	1 458.0	1 564.1	2 036.3	1 843.6	1 918.3	1 267.3	1 129.1	1 182.8	1 250.2	1 091.0	1 159.2
120_8	1 842.9	1 684.9	1 759.7	2 460.4	2 214.4	2 324.0	1 469.3	1 187.1	1 341.3	1 348.9	1 168.5	1 243.3
140_8	2 168.1	1 940.0	2 067.7	2 713.7	2 468.4	2 599.6	1 551.9	1 285.3	1 437.1	1 517.7	1 279.6	1 404.0
160_8	2 423.9	2 214.6	2 331.5	3 115.1	2 896.7	3 011.1	1 693.1	1 459.3	1 568.3	1 661.7	1 452.9	1 544.4
100_10	1 487.8	1 270.3	1 386.6	1 510.3	1 332.7	1 409.1	1 286.3	1 092.8	1 181.6	1 293.0	1 080.8	1 186.6
120_10	1 607.1	1 424.5	1 522.1	1 752.9	1 504.8	1 600.1	1 420.3	1 195.7	1 271.6	1 373.6	1 181.0	1 264.3
140_10	1 888.1	1 659.8	1 783.1	2 029.6	1 748.8	1 896.9	1 575.2	1 274.3	1 399.0	1 549.4	1 265.3	1 392.6
160_10	2 085.6	1 783.4	1 978.6	2 249.9	2 042.6	2 127.5	1 701.3	1 383.1	1 502.8	1 667.8	1 368.1	1 494.8
180_10	2 279.4	2 025.9	2 166.2	2 543.0	2 246.1	2 396.3	1 785.9	1 439.2	1 579.3	1 666.6	1 409.1	1 568.4
200_10	2 621.5	2 356.1	2 499.6	2 877.4	2 556.5	2 703.5	1 966.3	1 603.5	1 803.9	1 945.0	1 598.5	1 779.3

由表 7 可知, LACO 总体优于 VND_LS 和 CW_LS。图 8 展示了各算法在 24 组算例下最大值、最小值及平均值的较优结果数量对比。从图中可以更加直观地看出, LACO 求解结果的质量明显优于另外 2 种算法。其中, VND_LS 在所有算例下均较其他两种算法差, 这是由于其在求解过程中未对 G2E-VRSPD 进行聚类而直接求解, 一定程度上增加了问题的求解难度, 因此其求解结果的最大值及平均值均较其他 2 种算法差, 但由于其在局部搜索中引入中转站间客户及车辆交换的算子, 该算子对邻域结构的影响较大, 使得其在搜索过程中的随机性较强, 因此部分算例求解结果的最小值优于其他两种算法; CW_LS 在求解前使用节约算法构造两级问题的初始解, 是一

种隐聚类方法, 其基于各客户点间的距离获得每个中转站所需要服务的客户, 在一定程度上减小了问题的求解难度, 且求解小规模问题效果显著, 因此, 在部分小规模算例下, 其求解结果的最大值、最小值及平均值优于其他 2 种算法, 但由于该聚类方法不都是以中转站为聚类中心, 因此部分客户点距离中转站较远, 且随着问题规模的增大, 这一劣势尤为明显。而 LACO 以中转站为聚类中心, 采用基于最短距离的聚类方法, 将所有客户分配到距离最近的中转站, 降低了问题的求解难度, 因此算法稳定性较强, 且采用搜索加扰动的局部搜索策略, 使得算法在具有较强稳定性的同时具备一定的随机性, 在陷入局部最优后, 有一定能力找到更好的邻域, 因此其在绝大部分

算例下求解结果的最大值、最小值及平均值均优于其他2种算法。此外, VND_LS和CW_LS没有对优质解的有效信息进行学习, 导致算法收敛速度较慢, 最终结果表现不好, 而LACO采用三维概率矩阵保留优质解的有效信息, 引导算法搜索

方向, 并根据优质解的有效信息对当前解进行扰动, 增加搜索的广度, 使得LACO可以较快地在较优区域内搜索到优质解。因此, LACO是求解G2E-VRSPD的有效算法。

表7 LACO与VND_LS和CW_LS的对比结果(2Ns)
Table 7 Comparison results of LACO with VND_LS and CW_LS(2Ns)

n_s	VND_LS			CW_LS			LACO		
	最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值
30_3	525.5	509.6	513.4	499.4	483.6	489.2	518.3	487.4	494.5
40_3	679.5	631.1	653.0	654.9	596.9	624.5	628.7	554.2	586.9
50_3	788.1	718.2	753.3	763.1	658.7	693.4	768.9	690.7	736.4
60_3	871.4	758.4	817.6	868.7	707.9	795.7	755.7	680.9	711.9
70_3	994.0	826.7	911.8	905.4	778.4	859.9	863.0	806.1	829.4
80_3	1 093.9	1 013.5	1 037.1	1 032.3	897.0	950.8	1 032.8	877.8	916.9
50_5	820.9	711.3	750.8	773.9	717.9	744.0	843.6	735.4	779.6
60_5	887.4	793.7	827.1	895.4	804.0	838.0	861.0	767.8	811.4
70_5	966.0	824.9	894.9	961.7	838.5	877.0	941.3	843.7	873.9
80_5	1 058.3	946.4	990.8	1 051.2	952.2	991.5	955.1	872.3	910.8
90_5	1 218.5	1 052.6	1 126.1	1 226.8	1 063.1	1 138.1	1 028.9	929.5	966.7
100_5	1 287.0	1 145.9	1 221.1	1 241.7	1 109.9	1 186.6	1 096.4	965.7	1 042.6
60_8	1 016.2	780.0	912.3	967.6	815.4	895.1	901.7	781.8	847.1
80_8	1 151.5	978.2	1 072.0	1 167.6	1 037.7	1 120.2	1 094.3	931.4	987.1
100_8	1 392.5	1 141.0	1 243.3	1 454.4	1 179.6	1 314.5	1 250.2	1 091.0	1 159.2
120_8	1 500.7	1 296.6	1 382.5	1 442.3	1 270.1	1 359.2	1 348.9	1 168.5	1 243.3
140_8	1 646.0	1 405.0	1 527.4	1 696.6	1 479.4	1 582.1	1 517.7	1 279.6	1 404.0
160_8	1 766.9	1 537.9	1 688.9	1 824.3	1 637.3	1 744.5	1 661.7	1 452.9	1 544.4
100_10	1 394.6	1 112.6	1 260.3	1 377.5	1 107.0	1 269.9	1 293.0	1 080.8	1 186.6
120_10	1 455.3	1 228.7	1 369.4	1 506.1	1 252.9	1 369.5	1 373.6	1 181.0	1 264.3
140_10	1 733.4	1 394.1	1 561.4	1 732.2	1 448.7	1 525.8	1 549.4	1 265.3	1 392.6
160_10	1 751.3	1 481.1	1 651.4	1 792.6	1 537.1	1 670.1	1 667.8	1 368.1	1 494.8
180_10	2 027.6	1 616.6	1 781.4	1 974.7	1 777.8	1 869.6	1 666.6	1 409.1	1 568.4
200_10	2 304.1	1 900.3	2 179.3	2 096.1	1 818.4	1 976.9	1 945.0	1 598.5	1 779.3

为了进一步分析LACO与其他算法的性能差异是否显著, 采用Tukey's HSD方法对表7中的3种算法在不同规模问题下独立运行20次的算法结果的均值进行方差分析(ANOVA)。图9显示了各算法结果的均值及95%置信度下的Tukey's HSD检验的置信区间。结合表7可以看出, LACO求解不同规模的问题得到的解与其他3种对比算法所得到的解相比存在显著差异, 具有统计学意义。

为了更加直观地进行比较, 3种算法结果的箱线图如图10所示。由于篇幅限制, 仅列出4个实例对应的结果。箱线图越窄说明方差越小, 算法稳定性越高。在绝大多数实例中, LACO对应的箱线图的宽度最窄, 表明鲁棒性好。LACO值的中线优于其他2种算法, 说明该算法得到的解质量较好, LACO能在相对较短的时间内获得较为满意的配送方案。

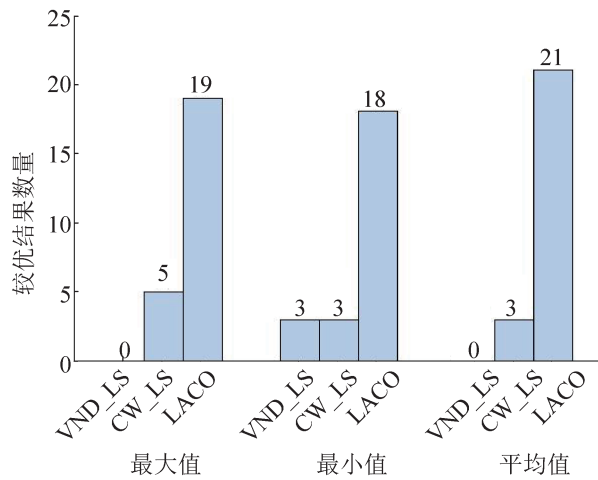


图 8 各算法在相同算例下较优值结果数量对比

Fig. 8 Comparison of the number of better value results of each algorithm under the same example

此外，对于表 7 所示实验结果，由于智能算法并不能直接得到最优解，所以采用相对百分比偏差(relative percentage deviation, RPD)作为评价准则。RPD 的计算公式为

$$RPD = \frac{ALG_{SOL} - OPT_{best}}{OPT_{best}} \times 100\% \quad (33)$$

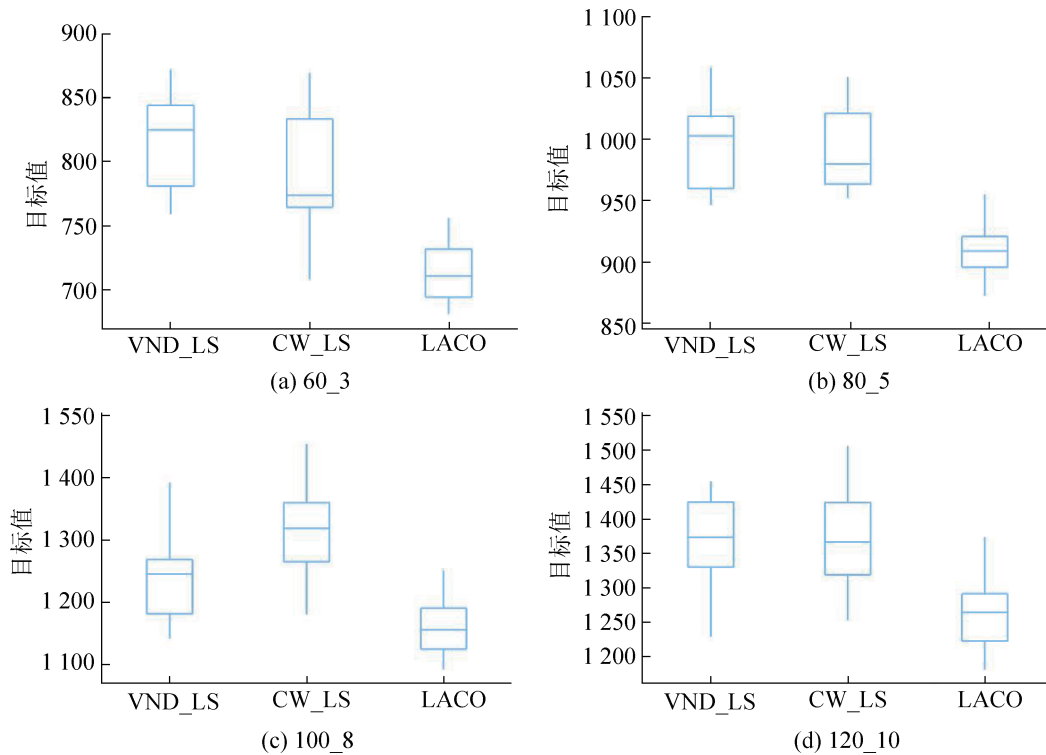


图 10 LACO 与两种对比算法的箱线图

Fig. 10 Box plot of LACO and two compared algorithms

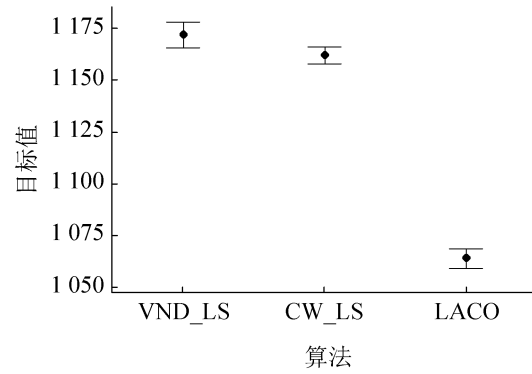


图 9 各算法结果的均值及 95% 置信度下 Tukey's HSD 检验的置信区间图

Fig. 9 Means plot and 95% Tukey's HSD confidence intervals for the interaction between the algorithms

式中： OPT_{best} 为本文提出的 LACO 和所有对比算法得到的最好解； ALG_{SOL} 为每种算法求解算例后的结果。

图 11 可知，LACO 相较于其他两种算法有明显优势。

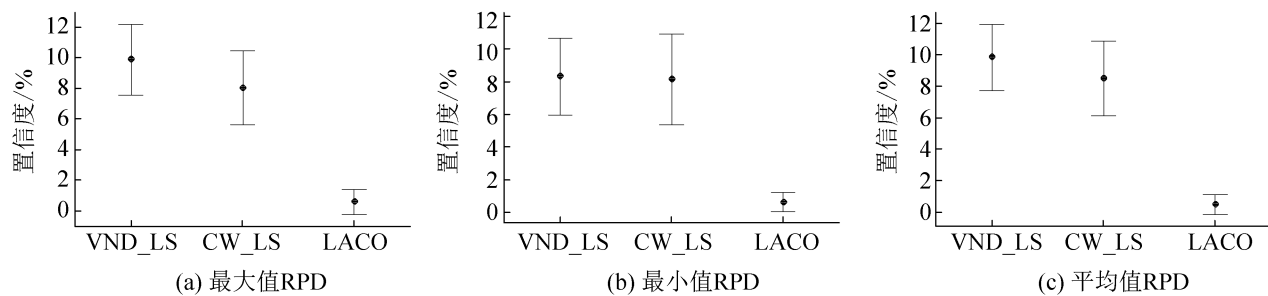


图11 三种启发式方法计算结果的95%置信度下的区间图

Fig. 11 Interval graph under the 95% confidence interval of the results calculated by three heuristic methods

4 结论

本文针对带同时取送货的绿色两级车辆路径问题(G2E-VRPSPD), 建立了以最小化带碳排放成本的总运输成本为优化目标的混合整数规划模型, 在使用聚类分解算法将两级问题部分解耦, 分解为一系列子问题后, 提出一种学习型蚁群优化算法对分解后的各子问题进行求解, 最终得到原问题的解。主要结论如下:

(1) 针对解空间庞大的G2E-VRPSPD, 采用基于距离的聚类分解算法对G2E-VRPSPD进行求解, 以实现两级问题间的部分解耦, 将其分解为一系列子问题, 减少算法的搜索空间;

(2) 利用三维概率矩阵可增强算法的随机性和种群多样性, 防止算法过早收敛, 提高算法全局搜索效率。

(3) 利用局部搜索策略根据优质解信息对各邻域算子的搜索次数进行更新, 可使得算法朝着局部最优方向进行深度搜索, 提高算法局部搜索效率。

参考文献:

- [1] Dantzig G B, Ramser J H. The Truck Dispatching Problem[J]. *Management Science*, 1959, 6(1): 80-91.
- [2] Perboli G, Tadei R, Vigo D. The Two-echelon Capacitated Vehicle Routing Problem: Models and Math-based Heuristics[J]. *Transportation Science*, 2011, 45(3): 364-380.
- [3] Wang Meihua, Tian Xuhong, Chang Shan, et al. Hybrid Ant Colony Optimization Algorithm for Two Echelon Vehicle Routing Problem[J]. *Procedia Engineering*, 2011, 15: 3361-3365.
- [4] Breunig U, Schmid V, Hartl R F, et al. A Large Neighbourhood Based Heuristic for Two-echelon Routing Problems[J]. *Computers & Operations Research*, 2016, 76: 208-225.
- [5] Crainic T G, Perboli G, Mancini S, et al. Two-echelon Vehicle Routing Problem: A Satellite Location Analysis [J]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2010, 2 (3): 5944-5955.
- [6] Enthoven D L J U, Jargalsaikhan B, Roodbergen K J, et al. The Two-echelon Vehicle Routing Problem with Covering Options: City Logistics with Cargo Bikes and Parcel Lockers[J]. *Computers & Operations Research*, 2020, 118: 104919.
- [7] Marques G, Sadykov R, Deschamps J C, et al. An Improved Branch-cut-and-price Algorithm for the Two-echelon Capacitated Vehicle Routing Problem[J]. *Computers & Operations Research*, 2020, 114: 104833.
- [8] He Pengfei, Li Jing. The Two-echelon Multi-trip Vehicle Routing Problem with Dynamic Satellites for Crop Harvesting and Transportation[J]. *Applied Soft Computing*, 2019, 77: 387-398.
- [9] Li Hongqi, Wang Haotian, Chen Jun, et al. Two-echelon Vehicle Routing Problem with Time Windows and Mobile Satellites[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2020, 138: 179-201.
- [10] Redi A A N P, Jewpanya P, Kurniawan A C, et al. A Simulated Annealing Algorithm for Solving Two-echelon Vehicle Routing Problem with Locker Facilities[J]. *Algorithms*, 2020, 13(9): 218.
- [11] Min H. The Multiple Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-up Points[J]. *Transportation Research Part A: General*, 1989, 23(5): 377-386.
- [12] 闫军, 常乐, 王璐璐, 等. 带时间窗的同时取送货车辆路径问题求解算法[J]. *工业工程*, 2021, 24(5): 72-76.

- Path at the Same Time with Time Window[J]. *Industrial Engineering Journal*, 2021, 24(5): 72-76.
- [13] 张烜荧, 胡蓉, 钱斌. 超启发式分布估计算法求解带软时间窗的同时取送货车辆路径问题[J]. *控制理论与应用*, 2021, 38(9): 1427-1441.
- Zhang Xuanying, Hu Rong, Qian Bin. Hyper-heuristic Estimation of Distribution Algorithm for Solving Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery and Soft Time Windows[J]. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(9): 1427-1441.
- [14] 李博威, 户佐安, 贾叶子, 等. 带软时间窗的同时取送货车辆路径问题研究[J]. *工业工程*, 2020, 23(5): 75-81.
- Li Bowei, Hu Zuoan, Jia Yezi, et al. A Research on Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-up and Delivery and Soft Time Windows[J]. *Industrial Engineering Journal*, 2020, 23(5): 75-81.
- [15] 张景玲, 刘金龙, 赵燕伟, 等. 时间依赖型同时取送货VRP及超启发式算法[J]. *计算机集成制造系统*, 2020, 26(7): 1905-1917.
- Zhang Jingling, Liu Jinlong, Zhao Yanwei, et al. Hyper-heuristic for Time-dependent VRP with Simultaneous Delivery and Pickup[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2020, 26(7): 1905-1917.
- [16] 赵志学, 李夏苗, 周鲜成. 考虑拥堵区域的多车型绿色车辆路径问题优化[J]. *计算机应用*, 2020, 40(3): 883-890.
- Zhao Zhixue, Li Xiamiao, Zhou Xiancheng. Green Vehicle Routing Problem Optimization for Multi-type Vehicles Considering Traffic Congestion Areas[J]. *Journal of Computer Applications*, 2020, 40(3): 883-890.
- [17] 马艳芳, 应斌, 康凯, 等. 模糊需求下绿色同时取送货问题与算法研究[J]. *计算机工程与应用*, 2020, 56(16): 248-257.
- Ma Yanfang, Ying Bin, Kang Kai, et al. Algorithms for Green Simultaneous Pickup and Delivery Problem with Fuzzy Demand[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2020, 56(16): 248-257.
- [18] Utama D M, Fitria T A, Garside A K. Artificial Bee Colony Algorithm for Solving Green Vehicle Routing Problems with Time Windows[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, 1933(1): 012043.
- [19] Sadati M E H, Bülent Çatay. A Hybrid Variable Neighborhood Search Approach for the Multi-depot Green Vehicle Routing Problem[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2021, 149: 102293.
- [20] 珠兰, 马潇, 刘卓凡. 时间依赖型绿色车辆路径问题研究[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2021, 21(6): 187-194.
- Zhu Lan, Ma Xiao, Liu Zhuofan. Time-dependent Green Vehicle Routing Problem[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2021, 21(6): 187-194.
- [21] 李正雯, 胡蓉, 钱斌, 等. 学习型离散排超联赛算法求解带时间窗的绿色多车型二级车辆路径问题[J]. *控制理论与应用*, 2023, 40(3): 549-557.
- Li Zhengwen, Hu Rong, Qian Bin, et al. A Learning Discrete Volleyball Premier League Algorithm for Solving Green Two-echelon Heterogeneous-fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows[J]. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(3): 549-557.
- [22] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A. Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 1996, 26(1): 29-41.
- [23] 陈希琼, 胡大伟, 杨倩倩, 等. 多目标同时取送货车辆路径问题的改进蚁群算法[J]. *控制理论与应用*, 2018, 35(9): 1347-1356.
- Chen Xiqiong, Hu Dawei, Yang Qianqian, et al. An Improved Ant Colony Algorithm for Multi-objective Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery[J]. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(9): 1347-1356.
- [24] 李奇才, 舒远仲, 洪宇轩. 一种蚁群算法与自适应机制的路径规划算法优化[J]. *机械科学与技术*, 2022, 41(7): 1095-1101.
- Li Qicai, Shu Yuanzhong, Hong Yuxuan. Optimizing Path Planning Algorithm Based on Ant Colony Algorithm and Adaptive Mechanism[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2022, 41(7): 1095-1101.
- [25] Li Yongbo, Soleimani H, Zohal M. An Improved Ant Colony Optimization Algorithm for the Multi-depot Green Vehicle Routing Problem with Multiple Objectives [J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 227: 1161-1172.
- [26] Brito J, Martínez F J, Moreno J A, et al. An ACO Hybrid Metaheuristic for Close-open Vehicle Routing Problems with Time Windows and Fuzzy Constraints[J]. *Applied Soft Computing*, 2015, 32: 154-163.
- [27] 胡蓉, 陈文博, 钱斌, 等. 学习型蚁群算法求解绿色多车场车辆路径问题[J]. *系统仿真学报*, 2021, 33(9): 2095-2108.
- Hu Rong, Chen Wenbo, Qian Bin, et al. Learning Ant Colony Algorithm for Green Multi-depot Vehicle Routing Problem[J]. *Journal of System Simulation*, 2021, 33(9): 2095-2108.
- [28] Yang Hongming, Yang Songping, Xu Yan, et al. Electric Vehicle Route Optimization Considering Time-of-use Electricity Price by Learnable Partheno-genetic Algorithm[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2015, 6(2): 657-666.

- [29] Jabir E, Panicker V V, Sridharan R. Design and Development of a Hybrid Ant Colony-variable Neighbourhood Search Algorithm for a Multi-depot Green Vehicle Routing Problem[J]. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 2017, 57: 422-457.
- [30] Ji Jinchao, Pang Wei, Zhou Chunguang, et al. A Fuzzy K-prototype Clustering Algorithm for Mixed Numeric and Categorical Data[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2012, 30: 129-135.
- [31] Mladenović N, Hansen P. Variable Neighborhood Search [J]. *Computers & Operations Research*, 1997, 24(11): 1097-1100.
- [32] Belgin O, Karaoglan I, Altıparmak F. Two-echelon Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery: Mathematical Model and Heuristic Approach [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2018, 115: 1-16.
- [33] Li Hongqi, Zhang Lu, Lü Tan, et al. The Two-echelon Time-constrained Vehicle Routing Problem in Linehaul-delivery Systems[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2016, 94: 169-188.