

3-15-2024

Three-Dimensional Path Planning of UAV Based on All Particles Driving Wild Horse Optimizer Algorithm

Gaoyang Li

College of Mechatronics Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210000, China, a78989@qq.com

Xiangfeng Li

College of Mechatronics Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210000, China, fxli@nuaa.edu.com

Kang Zhao

College of Mechatronics Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210000, China

Yuchao Jin

College of Mechatronics Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210000, China

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation. For more information, please contact xtfzxb@126.com.

Three-Dimensional Path Planning of UAV Based on All Particles Driving Wild Horse Optimizer Algorithm

Abstract

Abstract: In view of large calculation amounts and difficult convergence in the unmanned aerial vehicle (UAV) path planning, a path planning method based on all particles driving wild horse optimizer (APDWHO) was proposed. A three-dimensional environment model and path cost model were established, by which the path planning problem was transformed into a multi-dimensional function optimization problem. An adaptive neighborhood search strategy (ANSS) was adopted to improve the exploitation ability of the algorithm. The Gaussian random walk strategy was used to search the historical optimal position of the individual to improve the exploration ability of the algorithm. Since the ANSS is sensitive to the diversity of the initial population, the Tent chaotic map was used to initialize the population to improve the robustness and the global optimization ability of the algorithm. The performance of the improved algorithm was verified in 13 classic test functions and transplanted to the 3D path planning problem of UAVs. The test was conducted under the environment models of 30, 40, and 50 peaks. Compared with genetic algorithm (GA), particle swarm optimization (PSO), self-regulating and self-perception particle swarm optimization with mutation mechanism (SRM-PSO), and wild horse optimizer (WHO), APDWHO achieved the shortest average path and found the path that satisfies constraints and is collision-free in all tests. The simulation results show that the APDWHO has excellent global optimization ability and good robustness in complex environments.

Keywords

wild horse optimizer, adaptive neighborhood search, Gaussian random walk, Tent chaotic mapping, path planning of UAV, all particles driving

Authors

Gaoyang Li, Xiangfeng Li, Kang Zhao, Yuchao Jin, Zhidong Yi, and Dunwen Zuo

Recommended Citation

Li Gaoyang, Li Xiangfeng, Zhao Kang, et al. Three-Dimensional Path Planning of UAV Based on All Particles Driving Wild Horse Optimizer Algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(3): 595-607.

全粒子推动野马优化算法的无人机三维路径规划

李高扬, 黎向锋*, 赵康, 金玉超, 易志东, 左敦稳

(南京航空航天大学 机电学院, 江苏 南京 210000)

摘要: 针对无人机路径规划求解计算量大、难收敛等问题, 提出了一种基于全粒子推动野马算法的路径规划方法。建立三维环境模型与路径代价模型, 将路径规划问题转化为多维函数优化问题; 采用一种自适应邻域搜索策略, 改善算法的开发能力; 利用高斯随机游走策略对个体的历史最优位置进行回溯搜索, 改善算法的探索能力; 考虑到自适应策略对初始种群多样性敏感的问题, 结合 Tent 混沌映射初始化种群, 提高算法的鲁棒性以及全局寻优能力; 将提出的改进算法在 13 个经典测试函数中进行性能验证, 并移植于无人机三维路径规划问题中。在 30 峰、40 峰、50 峰的环境模型下进行测试, 与遗传算法、粒子群算法、SRM-PSO(self-regulating and self-perception particle swarm optimization with mutation mechanism)算法以及野马算法对比, 全粒子推动野马算法皆取得最短平均路径, 且在所有测试中都找到满足约束、无碰的路径。仿真结果证明, 在复杂环境下全粒子推动野马算法具有优秀的全局寻优能力以及较好的鲁棒性。

关键词: 野马算法; 自适应邻域搜索; 高斯随机游走; Tent 混沌映射; 无人机路径规划; 全粒子推动
中图分类号: V279; TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2024)03-0595-13

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.22-1252

引用格式: 李高扬, 黎向锋, 赵康, 等. 全粒子推动野马优化算法的无人机三维路径规划[J]. 系统仿真学报, 2024, 36(3): 595-607.

Reference format: Li Gaoyang, Li Xiangfeng, Zhao Kang, et al. Three-Dimensional Path Planning of UAV Based on All Particles Driving Wild Horse Optimizer Algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(3): 595-607.

Three-Dimensional Path Planning of UAV Based on All Particles Driving Wild Horse Optimizer Algorithm

Li Gaoyang, Li Xiangfeng*, Zhao Kang, Jin Yuchao, Yi Zhidong, Zuo Dunwen

(College of Mechatronics Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210000, China)

Abstract: In view of large calculation amounts and difficult convergence in the unmanned aerial vehicle (UAV) path planning, a path planning method based on all particles driving wild horse optimizer (APDWHO) was proposed. A three-dimensional environment model and path cost model were established, by which the path planning problem was transformed into a multi-dimensional function optimization problem. An adaptive neighborhood search strategy (ANSS) was adopted to improve the exploitation ability of the algorithm. The Gaussian random walk strategy was used to search the historical optimal position of the individual to improve the exploration ability of the algorithm. Since the ANSS is sensitive to the diversity of the initial population, the Tent chaotic map was used to initialize the population to improve the robustness and the global optimization ability of the algorithm. The performance of the improved algorithm was verified in 13 classic test functions and transplanted to the

收稿日期: 2022-10-19 修回日期: 2023-01-07

基金项目: 国家自然科学基金联合基金(U20A20293)

第一作者: 李高扬(1999-), 男, 硕士生, 研究方向为机器人路径规划。E-mail: a78989@qq.com

通讯作者: 黎向锋(1971-), 女, 教授, 博士, 研究方向为智能优化、图像识别。E-mail: fxli@nuaa.edu.com

3D path planning problem of UAVs. The test was conducted under the environment models of 30, 40, and 50 peaks. Compared with genetic algorithm (GA), particle swarm optimization (PSO), self-regulating and self-perception particle swarm optimization with mutation mechanism (SRM-PSO), and wild horse optimizer (WHO), APDWHO achieved the shortest average path and found the path that satisfies constraints and is collision-free in all tests. The simulation results show that the APDWHO has excellent global optimization ability and good robustness in complex environments.

Keywords: wild horse optimizer; adaptive neighborhood search; Gaussian random walk; Tent chaotic mapping; path planning of UAV; all particles driving

0 引言

目前, 无人机技术已广泛应用于灾害救援、监控巡查、农业植保等领域, 其路径规划是研究热点之一。无人机路径规划是在已知环境下, 考虑无人机飞行区域、最大转弯角、最大攀升角等约束条件, 从起点规划出一条合理、高效的飞行路径抵达目标点, 是典型的多目标优化问题^[1]。

当前无人机路径规划算法有以 A* 算法为代表的传统算法^[2-3]、快速拓展随机树 (rapidly-exploring random trees, RRT) 方法^[4-5]、基于强化学习的路径规划算法^[6-7]以及基于智能算法的路径规划方法^[8-9]。A* 算法具有较高的鲁棒性、完备性, 多用于机器人二维路径规划中, 但在三维空间下随着节点数的骤升, 其计算量、内存开销较大, 规划时间长; RRT 算法生成路径多曲折, 生成路径点具有随机性, 路径不具有最优性, 规划时间长, 且现有技术中无人机在路径上不能以一定速度平滑转弯、连续飞行^[10]; 基于强化学习的路径规划算法在复杂环境中, 状态空间尺寸会变得非常庞大, 对机器人平台资源要求高, 且规划时间较长^[11]。目前, 在复杂环境下, 上述路径规划方法均难以兼顾较短的规划时间与较优的平滑路径。由于智能算法在无人机路径规划问题中具有快速高效的特点, 已经成为解决该类优化问题的有效手段^[12]。

自 Holland 根据达尔文进化论提出遗传算法 (genetic algorithm, GA) 后, 诸多学者效仿, 通过研究生物界种群行为和特性, 提出一系列的智能优化算法, 例如粒子群优化算法 (particle swarm optimization, PSO)、灰狼优化算法 (grey wolf

optimizer, GWO)^[13]、樽海鞘算法 (salp swarm algorithm, SSA)^[14]等, 这些算法同样被应用于路径规划问题中, 并取得了显著的效果; 但在一些复杂环境下, 目前基于粒子群等智能算法的路径规划算法仍存在难收敛、鲁棒性较低的问题, 难以在一定迭代次数下搜索到有效路径。野马算法是 2021 年提出的一种新型智能优化算法^[15], 具有鲁棒性高、搜索能力强的特点, 在优化问题中展现了富有竞争力的效果以及工程应用潜力。文献[16]提出一种改进野马算法, 通过随机运行策略平衡探索与开发, 并利用水坑竞争策略进一步促进开发, 最后通过动态惯性权重策略优化全局解。实验证明, 该改进算法在收敛速度、精度和稳定性等方面具有很强的竞争力, 也体现了野马算法本身的优越性与潜力。

当下野马算法存在易陷入局部最优、收敛精度不足的问题, 在路径规划问题中容易收敛于次优路径, 从而降低无人机执行任务的效率。针对该问题, 结合 Tent 混沌映射^[17-18]、高斯随机游走^[19-20]以及自适应邻域搜索的策略, 本文提出了全粒子推动野马优化 (all particles driving wild horse optimizer, APDWHO) 算法, 并应用于无人机三维路径规划中。实验证明, 该算法具有更优的全局寻优能力、鲁棒性, 在无人机路径规划中展现出优势。

1 模型建立

1.1 环境模型

在无人机的任务执行中, 飞行路径对于工作效率有着关键的影响, 而路径规划依赖于具体的

环境模型。本文通过较高的天然山体模拟障碍物区域, 其数学模型为

$$Z(x, y) = \sum_{i=1}^n h_i \exp \left[- \left(\frac{x-x_i}{s_{xi}} \right)^2 - \left(\frac{y-y_i}{s_{yi}} \right)^2 \right] \quad (1)$$

式中: (x_i, y_i) 为第 i 个山峰的中心坐标; h_i 为地形参数, 控制高度; s_{xi} 和 s_{yi} 分别为第 i 个山峰沿 x 轴和 y 轴方向的衰减量, 控制坡度; n 为山峰总个数。本文采用的环境模型如图1所示。

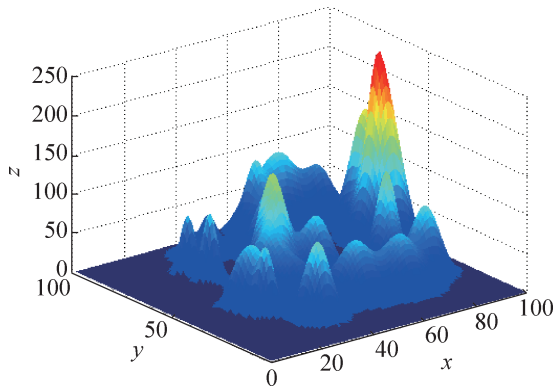


图1 环境模型
Fig. 1 Environment model

1.2 飞行轨迹生成

无人机的飞行路径是通过一系列的有序点坐标表示, 在实际算法中, 算法只对粒子所包含的若干个控制点进行优化, 对控制点进行3次均匀B样条曲线插值, 得到光滑的飞行轨迹, 如图2所示。

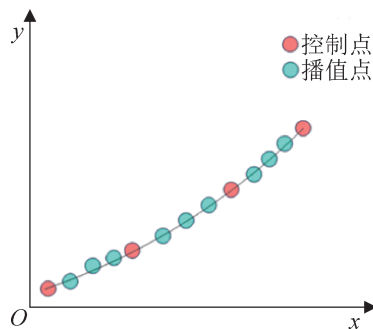


图2 3次B样条曲线插值
Fig. 2 Cubic B-spline interpolation

3次均匀B样条曲线的总方程为

$$P(t) = \sum_{i=0}^n P_i F_{i,3}(t) \quad (2)$$

式中: P_i 为第 i 个控制点; $F_{i,3}(t)$ 为该控制点的 K 阶B样条基函数, 3次均匀B样条曲线的基函数为

$$F_{i,3}(t) = \frac{1}{3!} \sum_{m=0}^{3-i} (-1)^m \binom{m}{4} (t+3-m-j)^3, \quad t \in [0, 1] \quad (3)$$

式中: m 为当前的阶数; $\binom{m}{4}$ 为阶乘。

2 路径规划数学模型

2.1 地形约束

在无人机飞行过程中, 为避免发生碰撞, 无人机的飞行高度应高于所处位置地形的高度, 故地形约束条件的模型为

$$Z_i > Z(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

式中: Z_i 为无人机飞行高度; $Z(x_i, y_i)$ 为 (x_i, y_i) 处地形的高度。当飞行高度小于等于地形高度时, 适应度将以一定比例放大。

2.2 位置约束

无人机在执行任务过程, 应该在指定区域内工作, 以免在未知环境中发生碰撞, 其对应的位置约束模型为

$$\begin{cases} 0 < x_i < x_{\max} \\ 0 < y_i < y_{\max}, i \in 1, 2, \dots, N \\ 0 < z_i < z_{\max} \end{cases} \quad (5)$$

式中: x_{\max} 、 y_{\max} 、 z_{\max} 为解空间各个维度上的最大值。当路径点超出解空间时, 适应度将被放大。

2.3 最大转弯角约束

在无人机的实际飞行中, 其飞行轨迹受自身最大转弯角的约束, 忽略该约束会导致无人机路径规划在动态规划阶段得到严重偏离静态规划的轨迹。由于飞行轨迹的有序点足够多, 节点间距离较小, 飞行时间较短, 节点间可看做匀速运动, 无人机的转弯角如图3所示。

假设节点 i 处的速度在水平面的投影为 $V_i = (x_{i+1} - x_i, y_{i+1} - y_i)$, 节点 $i+1$ 处的速度投影为 $V_{i+1} =$

$(x_{i+2}-x_i, y_{i+2}-y_i)$, 转弯角为

$$\theta = \arccos\left(\frac{\mathbf{V}_i^T \cdot \mathbf{V}_{i+1}}{\|\mathbf{V}_i\| \|\mathbf{V}_{i+1}\|}\right) \leq \theta_{\max} \quad (6)$$

式中: θ_{\max} 为无人机的最大转弯角, 本文中取为 60° 。

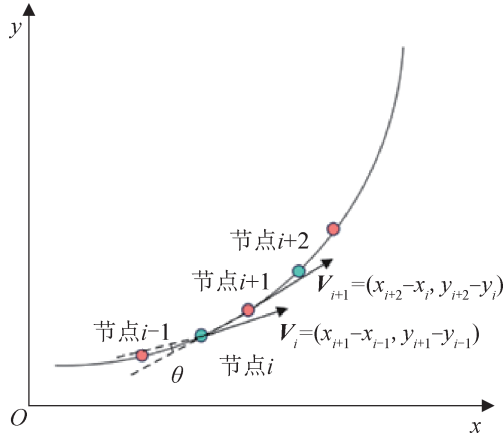


图3 偏航角示意图
Fig. 3 Yaw angle

2.4 最大爬升角约束

除最大转弯角外, 无人机同样受最大爬升角的约束; 超过最大爬升角, 无人机会产生失速而导致危险发生, 爬升角为

$$\gamma = \arctan\left(\frac{|Z_i - Z_{i+1}|}{\sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}}\right) \leq \gamma_{\max} \quad (7)$$

式中: γ_{\max} 为无人机的最大爬升角, 在本文中取为 50° 。

2.5 目标函数

本文中, 当飞行路径满足各约束条件时, 其代价为飞行路径长度; 反之, 当不满足某些约束时, 将通过对对应约束的控制变量适当放大粒子的适应度, 各约束控制变量的具体表达式如下:

$$c_1 = \begin{cases} 1000, & Z_i < Z(x_i, y_i) \\ 1, & Z_i \geq Z(x_i, y_i) \end{cases} \quad (8)$$

$$c_2 = \begin{cases} 1.5, & (x_i, y_i, z_i) \notin P \\ 1, & (x_i, y_i, z_i) \in P \end{cases} \quad (9)$$

$$c_3 = \begin{cases} 1, & |\gamma| \leq \gamma_{\max} \text{ and } |\theta| \leq \theta_{\max} \\ 2, & |\gamma| > \gamma_{\max} \text{ or } |\theta| > \theta_{\max} \end{cases} \quad (10)$$

式中: c_1 、 c_2 、 c_3 分别为地形约束、位置约束、平台约束(最大转弯角约束与最大俯仰角约束)的控制变量; P 为优化问题的解空间。基于各约束的目标函数表达式如下:

$$f(i) = c_1 \times c_2 \times c_3 \times \text{len}(i) \quad (11)$$

式中: $\text{len}(i)$ 为第 i 个粒子的路径长度。路径长度的计算公式为

$$\text{len}(i) = \sum_{j=1}^N \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2 + (z_i - z_{i+1})^2} \quad (12)$$

3 全粒子推动野马算法 UAV 路径规划

3.1 野马优化算法

野马优化(wild horse optimizer, WHO)算法主要通过模拟野马种群的生活行为来进行寻优。WHO在寻优过程主要由三类行为组成, 分别为放牧行为、交配行为、团队领导行为。在算法中, 个体分为种马、母马和马驹, 种马负责领导种群中的其他成员。大多数时间里母马和马驹进行放牧行为, 其位置更新公式为

$$\bar{x}_i^j = 2Z \cos(2\pi RZ) \times (\text{Stallion}^j - x_i^j) + \text{Stallion}^j \quad (13)$$

$$Z = R_2 \odot \text{IDX} + R_3 \odot (\sim \text{IDX}) \quad (14)$$

$$\text{IDX} = (P = 0) \quad (15)$$

$$P = R_1 < \text{TDR} \quad (16)$$

$$\text{TDR} = 1 - \text{iter} \times \left(\frac{1}{\text{iter}_{\max}}\right) \quad (17)$$

式中: \bar{x}_i^j 为更新后的位置; Stallion^j 为种马在种群 j 中的位置; \odot 为点积运算符; \sim 为二进制取反; $R \in [-2, 2]$; R_1 、 $R_3 \in [0, 1]$; $R_2 \in [0, 1]$; iter 为当前迭代次数; iter_{\max} 为最大迭代次数。

当小马驹成熟后, 会离开种群进行交配行为, 其位置更新方式为

$$x_k^p = \text{Crossover}(x_i^q, x_j^z), \quad i \neq j \neq k, p \neq q \neq z \quad (18)$$

$$\text{Crossover} = \text{Mean} \quad (19)$$

式中: x_k^p 为马驹 k 在种群 p 中的位置, x_i^q 、 x_j^r 同理。

最后, 领导者带领种群前往合适的栖息地, 对于有主之地将进行争夺, 失败则会前往别的栖息地, 领导者的位置更新公式为

$$\overline{Stallion}_i = \begin{cases} 2Z \cos(2\pi RZ) \times \\ (WH - Stallion_i) + WH, R_4 \geq 0.5 \\ 2Z \cos(2\pi RZ) \times \\ (WH - Stallion_i) - WH, R_4 < 0.5 \end{cases} \quad (20)$$

式中: WH 为栖息地的位置, 即全局最优个体的位置; $\overline{Stallion}_i$ 为种群 i 的领导者的当前位置; $Stallion_i$ 表示更新的位置; $R_4 \in [0, 1]$ 。

在种群的各项行为中, 如果出现了优于领导者适应度的成员, 两者将交换身份, 表达式为

$$\overline{Stallion}_i = \begin{cases} x_i, & cost(x_i) < cost(\overline{Stallion}_i) \\ \overline{Stallion}_i, & cost(x_i) \geq cost(\overline{Stallion}_i) \end{cases} \quad (21)$$

式中: $cost()$ 为适应度函数; $\overline{Stallion}_i$ 为种群 i 的领导者位置; x_i 为种群成员的位置。

算法具体步骤具体如下:

步骤1: 初始化种群, 并根据适应度确定各种群领导者;

步骤2: 当前个体未成熟时, 个体进行放牧行为, 去往领导者附近觅食, 其位置更新方式如式(13); 当前个体成熟时, 个体将会离开当前种群, 去寻找配偶, 位置更新方式如式(18);

步骤3: 种群领导者将带领种群前往新的栖息地, 对有主之地进行争夺, 可能成功也可能失败, 领导者位置更新方式如式(20);

步骤4: 各成员更新完位置后, 根据适应度重新选举领导者;

步骤5: 重复步骤2~4, 直到达到最大迭代数;

步骤6: 输出最优适应度以及对应位置。

3.2 全粒子推动野马优化算法

3.2.1 Tent混沌初始化

APDWHO 算法在自适应邻域搜索策略中, 通过多个局部最优值确定搜索中心, 因此算法对于初始种群多样性较为敏感。当初始粒子密集于一

个位置时, 自适应邻域搜索策略的效果则会被极大地削弱。对此引入混沌序列映射的策略, 通过 Tent 混沌映射初始化种群, 由于 Tent 映射具有小周期和不稳定点, 通过引入随机变量对序列进行扰动^[18], 以保证 Tent 映射序列的随机性、遍历性和有效性。改进后的 Tent 序列表达式为

$$Z_{i+1}^d = \begin{cases} 2Z_i^d + rand(0, 1) \times \frac{1}{N}, & 0 \leq Z_i^d \leq 0.5 \\ 2(1 - Z_i^d) + rand(0, 1) \times \frac{1}{N}, & 0.5 < Z_i^d \leq 1 \end{cases} \quad (22)$$

式中: i 为对应粒子的序号; N 为粒子的总数; d 为对应的维度。结合改进 Tent 序列进行种群初始化, 其表达式为

$$x_i^d = x_{\min}^d + Z_i^d \times (x_{\max}^d - x_{\min}^d), \\ i = 1, 2, \dots, N, d = 1, 2, \dots, D \quad (23)$$

式中: x_{\min}^d 为维度 d 的下界; x_{\max}^d 为维度 d 的上界。

3.2.2 自适应邻域搜索

通过全局最优解引导搜索的智能优化算法, 例如 PSO、WHO 等, 在复杂优化问题中, 通过当下的全局最优解引导搜索, 可以使得算法迅速收敛; 但是所谓的全局最优解往往是客观上的局部最优解, 当算法依赖该最优解进行引导搜索时, 不可避免地将搜索引入局部最优解的邻域空间内, 最终陷入局部极值。文献[21]提出一种全粒子推动的粒子群算法, 通过利用所有粒子的局部最优解来引导搜索, 验证了多局部最优解引导搜索的可行性。本文将这一思想引入 WHO 中, 提出了一种自适应邻域搜索, 算法不仅在当下种群领导者或全局最优解的邻域空间内搜索, 也会在局部最优解密集的区域搜索。在放牧和栖息地竞争行为中, 一定概率下会以行为参与者的位置重心作为中心, 在其邻域内搜索。在计算重心时, 粒子所对应的权重计算为

$$\rho_i = \frac{\frac{cost_{\max}}{cost_i} \times |cost_i - cost_{\max}|^\theta}{\sum_{j=1}^N \frac{cost_{\max}}{cost_j} \times |cost_j - cost_{\max}|^\theta}, i \in 1, 2, \dots, N \quad (24)$$

式中：放牧行为里，参与者包括种群内成员以及该种群的领导者；栖息地竞争行为里，参与者指所有种群的领导者。 $cost_i$ 、 $cost_j$ 分别为第*i*、*j*个行为参与者的历史最优适应度； $cost_{max}$ 为行为参与者中的最大适应度； θ 为置信因子， θ 越大则重心会越接近参与者中的最优适应度位置，该值通过多次仿真后确定，在放牧行为与栖息地竞争行为中分别为8和1。重心的计算公式为

$$center = \begin{cases} \sum_{j=1}^N \rho_j \times Pos_j, & R_5 > 0.5 \\ Pos_{best}, & R_5 \leq 0.5 \end{cases} \quad (25)$$

式中： Pos_j 为第*j*个参与者的历史最优位置， Pos_{best} 为参与者中的历史最优位置。在放牧行为中， Pos_{best} 为种群领导者位置；栖息地竞争行为中， Pos_{best} 为全局最优解。由式(24)、(25)可知，当行为参与者的适应度与最优个体相差较大时，参与者位置的权重较小，重心靠近最优个体的位置；当行为参与者的适应度与最优个体接近时，重心则会从最优适应度位置向次优个体位置偏移。放牧行为与栖息地竞争行为中的位置更新公式调整为

$$\begin{aligned} \bar{x}_i^j &= 2Z \cos(2\pi RZ) \times (center^j - x_i^j) + center \quad (26) \\ \overline{Stallion}_i &= \begin{cases} \omega_i \times 2Z \cos(2\pi RZ) \times \\ (center - Stallion_i) + center, & R_4 \geq 0.5 \\ \omega_i \times 2Z \cos(2\pi RZ) \times \\ (center - Stallion_i) - center, & R_4 < 0.5 \end{cases} \quad (27) \end{aligned}$$

式中： $center^j$ 为种群*j*的位置重心； $center$ 为所有领导者的位置重心； ω_i 为个体搜索半径的控制参数，初始值为1，随栖息地竞争行为的结果而变化， ω_i 的取值范围为 $[1e-2, 2]$ ，其表达式为

$$\omega_i = \begin{cases} \omega_i \times 1.1, & cost(\overline{Stallion}_i) \geq cost(Stallion_i) \\ \omega_i \div 1.1, & cost(\overline{Stallion}_i) < cost(Stallion_i) \end{cases} \quad (28)$$

3.2.3 高斯随机游走

高斯随机游走作为一种经典的随机游走模型，具有良好的模型开发能力^[22-23]。在放牧行为中引入高斯随机游走策略，一定概率下个体会回到其历史最优位置进行探索，促进个体历史最优位置的

更新；同时在自适应邻域搜索策略中，又会根据个体的历史最优位置确定更合适的搜索中心，引导个体搜索，使得两个策略之间形成正反馈循环，显著改善算法的收敛速度与全局寻优能力。位置更新表达式为

$$\bar{x}_i^j = Gaussian(B_i^j, step \times TDR) \quad (29)$$

式中： B_i^j 为粒子*j*的历史最优位置； $step$ 为步长，计算公式为

$$step = (x_{max}^d - x_{min}^d) \times 0.01 \quad (30)$$

3.2.4 算法流程

APDWHO算法在放牧行为或交配行为前，会判断是否进行随机游走，如果进行随机游走则不再进行放牧行为或交配行为；在放牧行为和栖息地竞争行为中，搜索的邻域中心由式(25)决定，算法具体流程如图4所示。

4 仿真与验证

4.1 算法测试

在算法性能测试中，经典测试函数一直受研究人员青睐。为了测试改进算法的寻优能力，本文选取13个经典测试函数^[24-25]对算法进行测试，并设置了PSO、GA、SSA、GWO、WHO与APDWHO进行对比，具体的函数信息如表1所示。实验在Matlab2014a、windows10、16 GB内存的环境下进行，所有算法的种群规模都为30，最大迭代次数为500，实验次数为100次，各算法的具体参数如表2所示，实验分别统计了各算法的最优值、最差值、平均值以及方差，用于衡量算法的寻优能力，其中最优值、最差值、平均值越接近最优解越佳，测试结果如表3所示。

其中 $f_1 \sim f_7$ 为单峰测试函数，主要对算法的开发性能进行测试。APDWHO在 f_1 、 f_2 、 f_3 、 f_4 、 f_5 、 f_7 中均取得最优成绩，显著超越其他对比算法；在 f_6 中由于WHO邻域搜索的特性，其步长有限，因此在 f_6 中表现次于SSA、PSO算法，但是相较原算法有明显的提升，排名第3。

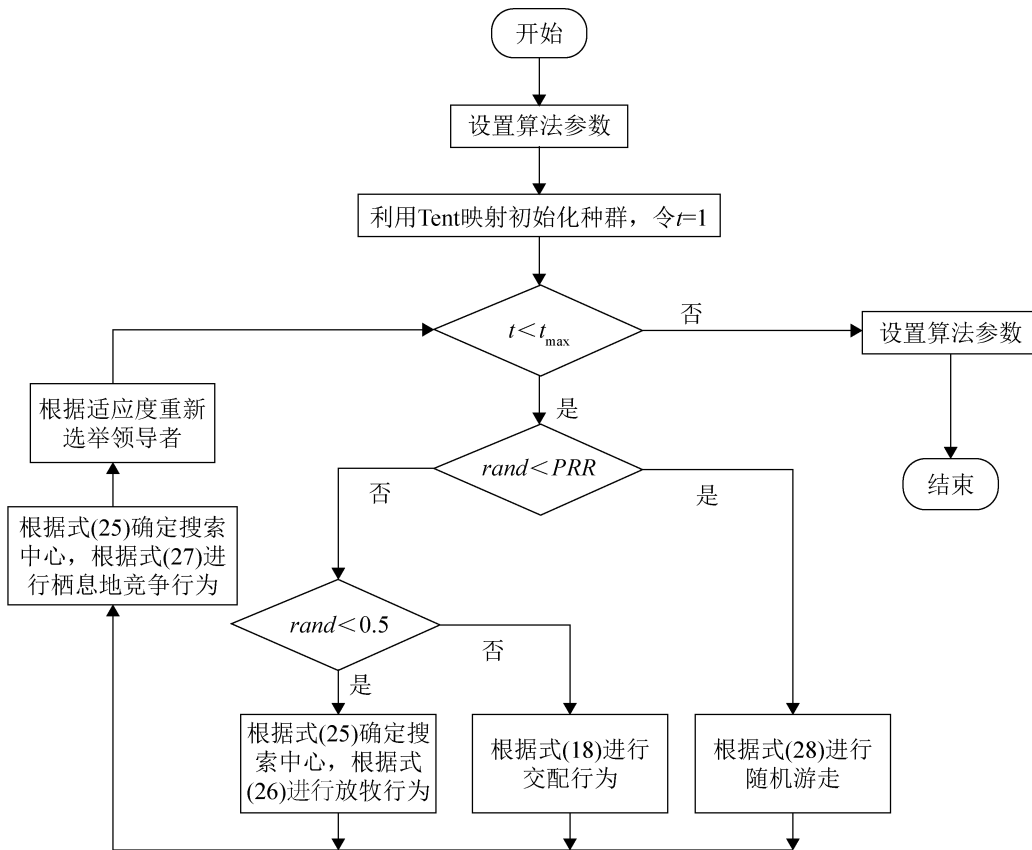


图4 算法流程图

Fig. 4 Algorithm flowchart

$F_8 \sim F_{13}$ 为复杂多峰测试函数, 主要考察算法的探索能力; 该类测试函数具有多个局部最优解, 智能算法在求解时易陷入局部最优。在 F_9 、 F_{11} 、 F_{12} 、 F_{13} 测试函数中 APDWHO 均取得最优表现, 特别是在 F_9 、 F_{12} 、 F_{13} 中远超对比算法; 在 F_8 中,

各算法均难以稳定寻找到全局最优解, 差距较小; 在 F_{10} 中, 由于函数空间高度共轭且具有较多个局部极值, 改进算法群体投票的机制使得相对原算法搜索方式略慢一些, 但表现仅次于 WHO。

表1 测试函数表

Table 1 Test function

测试函数	区间	最小值
$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	[-100,100]	0
$f_2(x) = \sum_{i=1}^n x_i + \prod_{i=1}^n x_i $	[-10,10]	0
$f_3(x) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^i x_j \right)^2$	[-100,100]	0
$f_4(x) = \max \{ x_i , 1 \leq i \leq n \}$	[-100,100]	0
$f_5(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_i - 1)^2]$	[-30,30]	0
$f_6(x) = \sum_{i=1}^n [(x_i + 0.5)]^2$	[-100,100]	0

续表

测试函数	区间	最小值
$f_7(x) = \sum_{i=1}^n ix_i^4 + rand[0, 1]$	[-1.28, 1.28]	0
$F_8(x) = \sum_{i=1}^n -x \sin(\sqrt{ x_i })$	[-500, 500]	-12 569.5
$F_9(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	[-5.12, 5.12]	0
$F_{10}(x) = -20 \exp(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}) - \exp(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)) + 20 + e$	[-32, 32]	0
$F_{11}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$	[-600, 600]	0
$F_{12}(x) = \frac{\pi}{n} \left\{ 10 \sin(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + (y_n - 1)^2 \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 10, 100, 4)$ $y_i = 1 + \frac{x_i + 1}{4}, u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a \\ 0, & -a < x_i < a \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$	[-50, 50]	0
$F_{13}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_i) + \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_i + 1)] + (x_n - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_n)] \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4)$	[-50, 50]	0

表 2 算法参数初始值表

算法	参数	取值
WHO	交叉概率	0.13
	领导者比例	0.2
	交叉方式	Mean
APDWHO	交叉概率	0.13
	领导者比例	0.2
	交叉方式	Mean
	放牧行为置信因子	8
	栖息地竞争行为	1
	置信因子	0.1
PSO	拓扑结构	全连接
	个体认知/社会认知	2
	惯性权重	$\omega \in [0.4, 0.9]$
GA	方式	实数编码
	选择方式	轮盘赌
	交叉概率	0.8
	变异概率	0.3
GWO	收敛参数	由 2 线性减少到 0
SSA	领导者位置更新概率	0.5

综上所述,改进算法在测试函数中综合排名 1.35,整体上 APDWHO 具有更优的收敛精度与全局寻优能力,且鲁棒性较强。

4.2 仿真计算与验证

为验证改进算法在无人机路径规划问题中的效果,本文在各维度范围为[0,100]的空间中,分别随机生成了 30 峰、40 峰、50 峰的环境模型,峰数越多则代表路径规划难度越大。实验设置起点为(0,0,0),目标点为(100,100,80),种群规模为 100,与基于 GA、PSO、SRM-PSO(self-regulating and self-perception particle swarm optimization with mutation mechanism^[26]、WHO 的无人机路径规划算法进行对比,分别统计了最优值、平均值、方差、路径有效率以及收敛到一定适应度的平均用时,路径有效率即满足约束的路径在测试中所占比例,收敛平均用时只对在所有测试中都达到收敛值的算法进行统计。实验结果如表 4 所示。

表 3 算法测试结果
Table 3 Algorithm test results

函数	指标	PSO	GA	GWO	SSA	WHO	APDWHO
$f_1(x)$	Min	6.485 1E-08	1.342 2E+00	5.923 0E-30	2.499 2E-08	1.295 4E-51	0.000 0E+00
	Max	1.178 1E-04	9.464 9E+00	2.002 4E-26	1.747 3E-06	9.508 9E-43	4.331 2E-270
	Avg	7.613 1E-06	1.886 1E+00	1.602 1E-27	2.079 6E-07	3.736 8E-44	4.337 7E-272
	Std	3.253 1E-05	3.432 0E+00	2.820 2E-27	2.989 9E-07	1.739 5E-43	0.000 0E+00
	Rank	5	6	3	4	2	1
$f_2(x)$	Min	5.236 0E-05	3.535 0E-01	1.297 6E-17	1.024 4E-03	1.415 3E-28	1.211 7E-166
	Max	3.140 2E-01	6.546 7E-01	2.939 6E-16	7.390 8E+00	6.327 8E-23	4.013 8E-125
	Avg	1.650 3E-02	4.654 3E-01	9.798 5E-17	1.925 6E+00	3.473 8E-24	4.013 8E-127
	Std	6.401 2E-02	8.453 5E-2	6.846 0E-17	1.560 8E+00	1.316 4E-23	4.013 8E-126
	Rank	4	5	3	6	2	1
$f_3(x)$	Min	5.785 0E+01	2.744 3E+03	1.743 1E-08	2.785 2E+02	1.891 4E-34	1.368 2E-137
	Max	3.978 4E+02	9.543 0E+03	8.911 5E-04	5.633 5E+03	6.607 0E-24	2.228 1E-78
	Avg	1.506 1E+02	4.543 2E+03	3.135 7E-05	1.621 4E+03	2.986 6E-25	2.237 8E-80
	Std	8.789 1E+01	1.345 3E+03	1.293 61E-04	9.399 0E+02	1.237 4E-24	2.22 8E-79
	Rank	4	6	3	5	2	1
$f_4(x)$	Min	7.610 2E-01	5.045 3E+00	7.799 9E-08	4.049 5E+00	8.390 1E-2	2.681 1E-144
	Max	4.754 1E+00	1.434 5E+01	8.354 3E-06	2.009 6E+01	1.032 0E-15	4.088 4E-65
	Avg	2.501 2E+00	8.854 2E+00	9.004 8E-07	1.128 1E+01	5.111 3E-17	4.089 2E-67
	Std	7.541 4E-01	2.543 7E+00	1.088 9E-06	3.323 7E+00	1.906 8E-16	4.088 3E-66
	Rank	4	5	3	6	2	1
$f_5(x)$	Min	1.359 9E+01	1.241 3E+02	2.584 6E+01	2.639 5E+01	2.545 4E+01	2.667 3E+01
	Max	1.589 4E+02	1.242 9E+03	2.874 8E+01	2.049 2E+03	8.208 7E+01	2.788 3E+01
	Avg	4.907 3E+01	3.986 7E+02	2.705 4E+01	2.990 4E+02	2.884 9E+01	2.644 3E+01
	Std	3.448 6E+01	2.322 1E+02	7.638 0E-01	4.376 6E+02	1.013 5E+01	2.004 9E-01
	Rank	4	6	2	5	3	1
$f_6(x)$	Min	9.284 7E-08	1.576 3E+00	1.265 8E-04	1.480 8E-08	7.585 6E-06	2.181 4E-06
	Max	1.621 4E-05	1.398 9E+01	2.002 2E+00	2.341 2E-06	3.289 0E-01	3.769 1E-05
	Avg	1.887 3E-06	4.457 3E+00	7.833 2E-01	2.128 6E-07	1.420 0E-02	1.076 6E-05
	Std	2.934 6E-06	2.568 0E+00	3.672 7E-01	3.204 9E-07	6.010 0E-02	6.752 3E-06
	Rank	2	6	5	1	4	3
$f_7(x)$	Min	1.210 0E-02	4.500 0E-02	4.026 0E-04	4.444 9E-02	5.168 4E-05	1.123 3E-04
	Max	4.080 0E-02	2.489 0E-01	8.670 5E-03	4.614 5E-01	9.600 0E-03	3.270 5E-03
	Avg	2.380 0E-02	1.302 0E-01	2.050 2E-03	1.671 1E-01	1.300 0E-03	8.813 9E-04
	Std	8.200 0E-03	4.040 0E-02	1.206 3E-03	7.759 6E-02	1.700 0E-03	5.601 8E-04
	Rank	4	5	3	6	2	1
$F_8(x)$	Min	2.116 4E+00	-1.145 7E+04	-7.835 4E+03	-9.807 1E+03	-1.049 1E+04	-1.065 4E+04
	Max	2.116 4E+00	-1.024 9E+04	-4.287 3E+03	-5.697 3E+03	-7.939 7E+03	-7.327 8E+03
	Avg	2.116 4E+00	-1.023 4E+04	-5.988 9E+03	-7.471 9E+03	-9.024 7E+03	-9.110 4E+03
	Std	2.116 4E+00	3.342 4E+02	7.0599 E+02	7.642 6E+02	6.513 2E+02	5.515 5E+02
	Rank	6	1	5	4	3	2
$F_9(x)$	Min	2.143 2E+00	3.423 2E+00	0.000 0E+00	1.492 4E+01	0.000 0E+00	0.000 0E+00
	Max	1.096 4E+02	1.249 8E+01	2.001 5E+01	1.094 4E+02	3.386 6E-07	0.000 0E+00
	Avg	4.814 4E+01	8.022 9E+00	2.882 7E+00	5.652 1E+01	1.369 4E-08	0.000 0E+00
	Std	2.156 4E+01	2.005 6E+00	4.214 0E+00	1.631 8E+01	6.277 3E-08	0.000 0E+00

续表

函数	指标	PSO	GA	GWO	SSA	WHO	APDWHO
	Rank	5	4	3	6	2	1
$F_{10}(x)$	Min	9.496 6E-05	2.234 0E-01	6.483 7E-14	8.323 9E-02	8.8818E-16	8.881 8e-16
	Max	2.322 2E+00	1.653 2E+00	1.501 1E-13	5.412 6E+00	4.4409E-15	4.440 9e-15
	Avg	1.134 6E+00	8.003 4E-01	1.037 7E-13	2.646 2E+00	1.5987E-15	4.014 6e-15
	Std	8.146 1E-01	4.271 3E-01	1.917 5E-14	9.145 9E-01	1.4454E-15	1.160 3e-15
	Rank	5	4	3	6	1	2
$F_{11}(x)$	Min	9.613 3E-08	8.514 0E-01	0.000 0E+00	4.637 0E-04	0.0000E+00	0.000 0E+00
	Max	2.121 0E-01	1.057 2E+00	3.196 4E-02	6.416 9E-02	0.0000E+00	0.000 0E+00
	Avg	2.852 0E-02	1.015 9E+00	2.944 2E-03	1.838 7E-02	0.0000E+00	0.000 0E+00
	Std	4.320 0E-02	5.370 0E-02	6.742 4E-03	1.271 3E-02	0.0000E+00	0.000 0E+00
	Rank	5	6	3	4	1.5	1.5
$F_{12}(x)$	Min	1.117 6E-08	3.600 0E-03	1.265 2E-02	1.132 9E+00	1.0591E-05	6.474 3E-08
	Max	5.153 0E-01	2.267 0E-01	2.849 1E-01	2.548 2E+01	1.0420E-01	1.945 8E-06
	Avg	5.823 0E-02	3.408 0E-02	4.739 3E-02	8.270 6E+00	1.0600E-02	4.065 2E-07
	Std	1.114 0E-01	4.698 0E-02	3.213 0E-02	3.800 1E+00	3.1600E-02	3.037 9E-07
	Rank	5	4	2	6	3	1
$F_{13}(x)$	Min	7.397 7E-08	1.436 9E-01	1.034 7E-01	2.178 2E-02	3.1600E-02	1.288 2E-06
	Max	2.422 3E-01	7.533 0E-01	1.288 7E+00	6.058 6E+01	4.6828E-06	1.100 0E-02
	Avg	1.850 0E-02	3.460 0E-01	6.291 6E-01	1.730 0E+01	1.6370E-01	7.808 1E-04
	Std	4.447 0E-02	1.383 0E-01	2.181 6E-01	1.517 4E+01	3.4000E-02	3.157 7E-03
	Rank	2	4	5	6	3	1

表 4 各算法性能指标

Table 4 Performance indexes of each algorithm

环境模型	测试设置	指标	GA	PSO	SRM-PSO	WHO	APDWHO
30 峰	种群规模 100	最优值	181.36	163.34	162.29	162.52	162.42
		平均值	207.93	175.42	166.29	179.32	166.17
	迭代次数 30	方差	50.64	9.21	4.21	15.49	4.19
		有效路径率/%	100	100	100	100	100
		收敛到 200 适应度平均用时/s	—	5.72	6.41	14.12	6.37
40 峰	种群规模 100	最优值	192.73	182.09	181.06	180.40	180.84
		平均值	43 062.78	70 986.66	53 179.16	19 461.87	185.97
	迭代次数 100	方差	71 715.43	89 461.54	61130.46	11.03	5.17
		有效路径率/%	76	56	67	93	100
		收敛到 220 适应度平均用时/s	—	—	—	—	12.62
50 峰	种群规模 100	最优值	187.76	180.58	179.40	179.35	179.36
		平均值	17 752.22	74 209.84	64 432.96	26 154.86	180.60
	迭代次数 100	方差	21 046.31	96 072.86	79 053.39	9.00	0.83
		有效路径率/%	90	54	60	85	100
		收敛到 220 适应度平均用时/s	—	—	—	—	7.31

30峰环境模型规划难度适中,用于测试算法的全局寻优能力。在设置迭代次数为30的条件下,所有算法在100次测试中都规划出了有效路径,APDWHO算法的平均适应度与SRM-PSO算法持平,相较GA算法、PSO算法、WHO算法分别减少了19.53%、5.15%、7.22%。30峰模型下,规划路径如图5所示,可以看出,APDWHO算法规划出的路径更为平滑,拐点较少,同时收敛较为迅速。

40峰、50峰环境模型属于高难度模型,用于测试算法的鲁棒性。在设置迭代次数为100的条件下,仅有APDWHO算法在100次测试中都规划出有效路径,平均适应度最低。40峰模型下,有效路径率相较GA算法、PSO算法、SRM-PSO算法、WHO算法分别提升了31.58%、78.58%、

49.25%、7.52%;50峰模型下,有效路径率相较GA算法、PSO算法、SRM-PSO算法、WHO算法分别提升11.11%、85.19%、66.67%、17.65%。如图6~7所示,在40峰、50峰模型中,GA算法在复杂模型下仍具有一定的鲁棒性,但是收敛缓慢,且寻优能力有限;PSO、SRM-PSO虽然在简单模型中有较好的性能,但在具有复杂障碍物的环境中鲁棒性较差;APDWHO算法依然能够规划出高效、平滑的路径,相较WHO算法,在收敛精度与鲁棒性上有较大提升,收敛速度更快。

综上所述,全粒子推动野马算法在不同环境模型下均有较好的鲁棒性,且收敛速度快、全局寻优能力强,能够有效地规划出平滑、高效的路径,且在复杂地形中具有更为显著的优势。

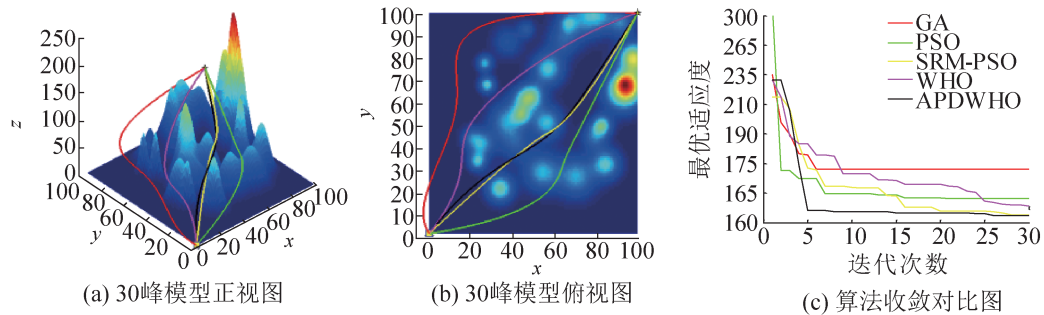


图5 30峰测试环境模型

Fig. 5 Environment model with 30 peaks for testing

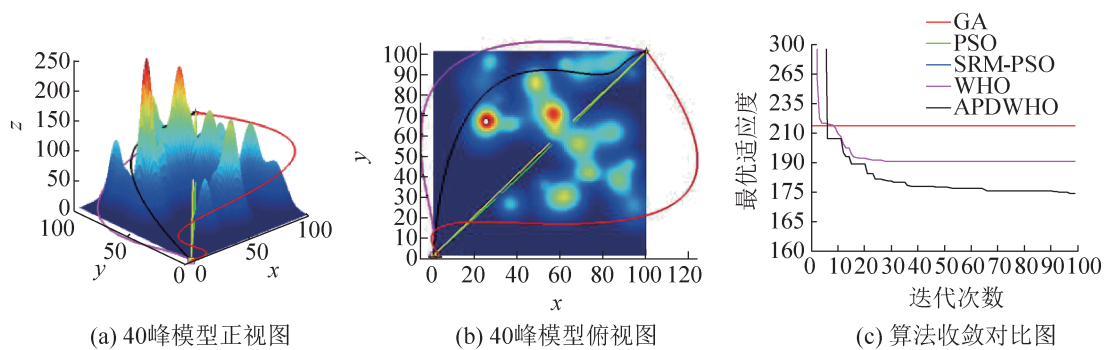


图6 40峰测试环境模型

Fig. 6 Environment model with 40 peaks for testing

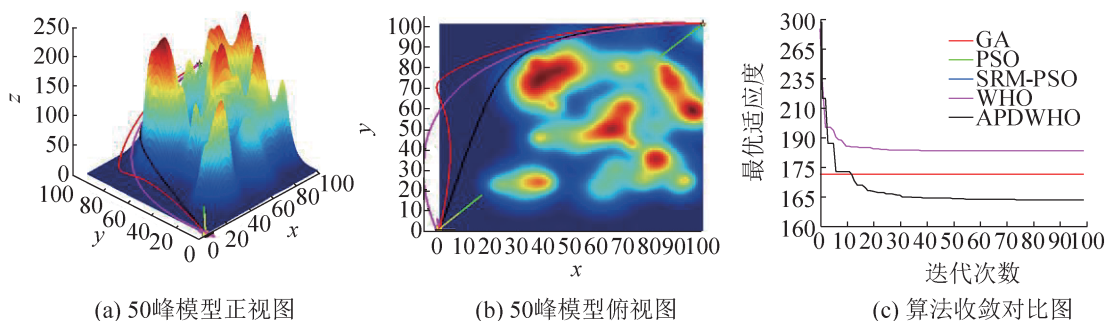


图7 50峰测试环境模型

Fig. 7 Environment model with 50 peaks for testing

5 结论

在基于智能算法的路径规划中，通过智能算法对路径点进行优化，路径规划的效果取决于智能算法的优化性能。智能算法本质上是由信息驱动的计算，选择合适的信息用于恰当的策略中，是使得智能算法拥有良好性能的关键。在WHO算法中信息利用较少，因此在APDWHO算法中引入了历史最优适应度、历史最优位置等信息；针对WHO算法易陷入局部极值、收敛精度低的问题，提出利用多局部最优解引导搜索的自适应搜索策略，以及局部最优解邻域空间进行的高斯随机游走策略；采用Tent混沌映射的策略初始化种群，以提高种群的初始多样性，增强算法的稳定性。实验证明，APDWHO算法具有较好的收敛精度和全局寻优能力，且收敛迅速、鲁棒性高。后续若需改进算法的性能，应考虑引入更丰富的信息和更高效的策略以驱动粒子进行搜索。

参考文献:

- [1] 付兴武, 胡洋. 基于改进粒子群算法的三维路径规划[J]. 电光与控制, 2021, 28(3): 86-89.
Fu Xingwu, Hu Yang. Three-Dimensional Path Planning Based on Improved PSO Algorithm[J]. Electronics Optics & Control, 2021, 28(3): 86-89.
- [2] 刘光才, 马寅松, 齐福强, 等. 基于改进A*-人工势场法的城市物流无人机路径规划[J]. 飞行力学, 2022, 40(6): 16-23.
Liu Guangcai, Ma Yinsong, Qi Fuqiang, et al. Flight Path Planning for Urban Logistics UAV Based on Improved A*-APF Algorithm[J]. Flight Dynamics, 2022, 40(6): 16-23.
- [3] 詹京吴, 黄宜庆. 融合安全A*算法与动态窗口法的机器人路径规划[J]. 计算机工程, 2022, 48(9): 105-112, 120.
Zhan Jingwu, Huang Yiqing. Path Planning of Robot Combing Safety A* Algorithm and Dynamic Window Approach[J]. Computer Engineering, 2022, 48(9): 105-112, 120.
- [4] 蔡旻, 薛杰, 高涵文, 等. 基于成本函数优化的柔性针RRT路径规划算法[J]. 计算机应用与软件, 2022, 39(11): 245-249, 296.
Cai Min, Xue Jie, Gao Hanwen, et al. Flexible Needle Rrt Path Planning Algorithm Based on Cost Function Optimization[J]. Computer Applications and Software, 2022, 39(11): 245-249, 296.
- [5] 陈法法, 蒋浩, 李振, 等. 基于改进RRT的智能巡检机器人狭窄通道路径规划[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2022(10): 40-45.
Chen Fafa, Jiang Hao, Li Zhen, et al. Narrow Channel Path Planning of Intelligent Inspection Robot Based on Improved RRT[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2022(10): 40-45.
- [6] 杨思明, 单征, 曹江, 等. 基于模型的强化学习在无人机路径规划中的应用[J]. 计算机工程, 2022, 48(12): 255-260, 269.
Yang Siming, Shan Zheng, Cao Jiang, et al. Application of Model-based Reinforcement Learning in Path Planning of Unmanned Aerial Vehicle[J]. Computer Engineering, 2022, 48(12): 255-260, 269.
- [7] 李东华, 江驹, 姜长生. 多智能体强化学习飞行路径规划算法[J]. 电光与控制, 2009, 16(10): 10-14.
Li Donghua, Jiang Ju, Jiang Changsheng. A Flight Path Planning Algorithm Based on Multi-agent Reinforcement Learning Method[J]. Electronics Optics & Control, 2009, 16(10): 10-14.
- [8] 徐菱, 付文浩, 江文辉, 等. 基于16方向24邻域改进蚁群算法的移动机器人路径规划[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1137-1146.

- Xu Ling, Fu Wenhao, Jiang Wenhui, et al. Mobile Robots Path Planning Based on 16-directions 24-neighborhoods Improved Ant Colony Algorithm[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(5): 1137-1146.
- [9] 孔维立, 王峰, 周平华, 等. 改进蚁群算法的无人机三维路径规划[J]. *电光与控制*, 2023, 30(3): 63-69.
- Kong Weili, Wang Feng, Zhou Pinghua, et al. Three-dimensional Path Planning of UAVs Based on Improved Ant Colony Algorithm[J]. *Electronics Optics & Control*, 2023, 30(3): 63-69.
- [10] 智灵飞(北京)科技有限公司. 一种基于贪心算法的无人机RRT路径优化方法: CN201811477330.4[P]. 2019-03-12.
- [11] 刘景森, 吉宏远, 李煜. 基于改进蝙蝠算法和三次样条插值的机器人路径规划[J]. *自动化学报*, 2021, 47(7): 1710-1719.
- Liu Jingsen, Ji Hongyuan, Li Yu. Robot Path Planning Based on Improved Bat Algorithm and Cubic Spline Interpolation[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(7): 1710-1719.
- [12] 赵畅, 刘允刚, 陈琳, 等. 面向元启发式算法的多无人机路径规划现状与展望[J]. *控制与决策*, 2022, 37(5): 1102-1115.
- Zhao Chang, Liu Yungang, Chen Lin, et al. Research and Development Trend of Multi-UAV Path Planning Based on Metaheuristic Algorithm[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1102-1115.
- [13] Seyedali Mirjalili, Seyed Mohammad Mirjalili, Andrew Lewis. Grey Wolf Optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69: 46-61.
- [14] Seyedali Mirjalili, Gandomi A H, Seyedeh Zahra Mirjalili, et al. Salp Swarm Algorithm: A Bio-inspired Optimizer for Engineering Design Problems[J]. *Advances in Engineering Software*, 2017, 114: 163-191.
- [15] Iraj Naruei, Farshid Keynia. Wild Horse Optimizer: A New Meta-heuristic Algorithm for Solving Engineering Optimization Problems[J]. *Engineering With Computers*, 2022, 38(4): 3025-3056.
- [16] Zheng Rong, Abdelazim G Hussien, Jia Heming, et al. An Improved Wild Horse Optimizer for Solving Optimization Problems[J]. *Mathematics*, 2022, 10(8): 1311.
- [17] 刘园园, 贺兴时. 基于Tent混沌映射的改进的萤火虫算法[J]. *纺织高校基础科学学报*, 2018, 31(4): 511-518.
- Liu Yuanyuan, He Xingshi. An Improved Firefly Algorithm Based on Tent Chaotic Map[J]. *Basic Sciences Journal of Textile Universities*, 2018, 31(4): 511-518.
- [18] 周鹏, 董朝轶, 陈晓艳, 等. 基于Tent混沌和透镜成像学习策略的平衡优化器算法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(6): 1569-1576.
- Zhou Peng, Dong Zhaoyi, Chen Xiaoyan, et al. An Equilibrium Optimizer Algorithm Based on a Tent Chaos and Lens Imaging Learning Strategy[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(6): 1569-1576.
- [19] 聂春芳. 融合黄金正弦和随机游走的哈里斯鹰优化算法[J]. *智能计算机与应用*, 2021, 17(7): 113-119, 123.
- Nie Chunfang. Harris Hawk Optimization Algorithm Combining Golden Sine and Random Walk[J]. *Intelligent Computer and Applications*, 2021, 17(7): 113-119, 123.
- [20] 吕鑫, 慕晓冬, 张钧, 等. 混沌麻雀搜索优化算法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2021, 47(8): 1712-1720.
- Lü Xin, Mu Xiaodong, Zhang Jun, et al. Chaos Sparrow Search Optimization Algorithm[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2021, 47(8): 1712-1720.
- [21] Liu Qing, Li Jin, Ren Haipeng, et al. All Particles Driving Particle Swarm Optimization: Superior Particles Pulling Plus Inferior Particles Pushing[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2022, 249: 108849.
- [22] Hu Yuntong, Xiao Fuyuan. Network Self Attention for Forecasting Time Series[J]. *Applied Soft Computing*, 2022, 124: 109092.
- [23] She Bin, Aimé Fournier, Yao Mengjie, et al. A Self-adaptive and Gradient-based Cuckoo Search Algorithm for Global Optimization[J]. *Applied Soft Computing*, 2022, 122: 108774.
- [24] Saremi S, Mirjalili S, Lewis A. Grasshopper Optimisation Algorithm: Theory and Application[J]. *Advances in Engineering Software*, 2017, 105: 30-47.
- [25] Mirjalili S. SCA: A Sine Cosine Algorithm for Solving Optimization Problems[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2016, 96: 120-133.
- [26] Chen Yanjie, Liang Jinglin, Wu Yangning, et al. Self-regulating and Self-perception Particle Swarm Optimization with Mutation Mechanism[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2022, 105(2): 30.