

5-15-2024

Cooperative and Optimal Control of Multiple MIMO Objects Under Information Sharing

Jiong Shao

School of Information and Engineering, Inner Mongolia University of Science & Technology, Baotou 014017, China, 1538803086@qq.com

Xinchun Jie

School of Information and Engineering, Inner Mongolia University of Science & Technology, Baotou 014017, China, jjjxxxccc@163.com

Meng Wu

School of Information and Engineering, Inner Mongolia University of Science & Technology, Baotou 014017, China

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation. For more information, please contact xtfzxb@126.com.

Cooperative and Optimal Control of Multiple MIMO Objects Under Information Sharing

Abstract

Abstract: Aiming at the problems of low cooperative efficiency and slow convergence of control algorithm for multiple MIMO objects in cyber-physical system (CPS), a cooperative optimization control strategy for multiple MIMO objects under the condition of information sharing is proposed. A new network control system structure with only physical layer and information layer is used to realize real-time sharing of state variables, control and detection information of multiple MIMO objects. Under the condition of information sharing, based on the performance indexes assigned by CPS and the physical constraints between each object, the cooperative controller designed by minimum principle realizes the autonomous cooperative control among multiple systems. The eigenvalue method is used to prove that multiple MIMO objects can realize the overall performance stability of subsystem and CPS under the autonomous cooperative action of the controller. The effectiveness of the control strategy is verified by the simulation of three double-input and double-output objects with mutual physical constraints.

Keywords

cyber-physical system, MIMO objects, optimization control, information sharing, physical constraints, autonomous collaboration

Recommended Citation

Shao Jiong, Jie Xinchun, Wu Meng. Cooperative and Optimal Control of Multiple MIMO Objects Under Information Sharing[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(5): 1118-1129.

信息共享条件下多 MIMO 对象的协同与优化控制

邵炯, 颀新春*, 武猛

(内蒙古科技大学 信息工程学院, 内蒙古 包头 014017)

摘要: 针对信息物理系统(cyber-physical system, CPS)中多个 MIMO 对象存在协同效率低、控制算法收敛速度慢的问题, 提出一种在信息共享条件下多个 MIMO 对象协同优化控制策略。利用一种仅有物理层与信息层的新型网络控制系统结构, 实现了多个 MIMO 对象的状态变量、控制和检测信息实时共享。在信息共享的条件下, n 个 MIMO 对象通过 CPS 分配的性能指标和各对象间的物理约束, 采用极小值原理设计的协同控制器实现了系统间的自主协同控制, 并利用特征值方法证明了多个 MIMO 对象在控制器自主协同作用下能够实现子系统与 CPS 性能整体稳定。通过 3 个相互存在物理约束的双输入双输出对象进行仿真, 验证了控制策略的有效性。

关键词: 信息物理系统; MIMO 对象; 优化控制; 信息共享; 物理约束; 自主协同

中图分类号: TP13 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2024)05-1118-12

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.23-0074

引用格式: 邵炯, 颀新春, 武猛. 信息共享条件下多 MIMO 对象的协同与优化控制[J]. 系统仿真学报, 2024, 36(5): 1118-1129.

Reference format: Shao Jiong, Jie Xinchun, Wu Meng. Cooperative and Optimal Control of Multiple MIMO Objects Under Information Sharing[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(5): 1118-1129.

Cooperative and Optimal Control of Multiple MIMO Objects Under Information Sharing

Shao Jiong, Jie Xinchun*, Wu Meng

(School of Information and Engineering, Inner Mongolia University of Science & Technology, Baotou 014017, China)

Abstract: Aiming at the problems of low cooperative efficiency and slow convergence of control algorithm for multiple MIMO objects in cyber-physical system (CPS), a cooperative optimization control strategy for multiple MIMO objects under the condition of information sharing is proposed. A new network control system structure with only physical layer and information layer is used to realize real-time sharing of state variables, control and detection information of multiple MIMO objects. Under the condition of information sharing, based on the performance indexes assigned by CPS and the physical constraints between each object, the cooperative controller designed by minimum principle realizes the autonomous cooperative control among multiple systems. The eigenvalue method is used to prove that multiple MIMO objects can realize the overall performance stability of subsystem and CPS under the autonomous cooperative action of the controller. The effectiveness of the control strategy is verified by the simulation of three double-input and double-output objects with mutual physical constraints.

Keywords: cyber-physical system; MIMO objects; optimization control; information sharing; physical constraints; autonomous collaboration

收稿日期: 2023-01-30 修回日期: 2023-04-03

基金项目: 国家自然科学基金(62063026)

第一作者: 邵炯(1997-), 男, 硕士生, 研究方向为信息物理系统、多系统协同优化、系统辨识等。E-mail: 1538803086@qq.com

通讯作者: 颀新春(1972-), 男, 副教授, 博士, 研究方向为信息物理系统、复杂过程控制系统建模与控制等。E-mail: jjjxxxccc@163.com

0 引言

信息物理系统(cyber-physical system, CPS)作为计算机、通信、控制等技术融合的新型技术体系受到了广泛关注, 主要由多个MIMO物理对象在网络连接的基础上, 通过通信、感知、计算和控制等多方面相互融合而成, 具有优化资源、降低能耗等优势^[1-2]。但是, 随着物理对象数量和复杂程度不断增加, CPS中大量MIMO对象如何在实现自身系统优化控制的基础上, 同时保障各MIMO对象自主协同优化控制以及CPS整体性能稳定成为一个研究热点。

国内外针对多个MIMO对象的协同及优化控制主要研究方向包括多智能体的一致性算法^[3]和分布式预测控制(distributed model predictive control, DMPC)^[4]等。一致性算法在无人机^[5]、电力系统^[6]等领域广泛应用。文献[7]针对无人机编队控制问题, 提出一种基于一致性算法的六元状态编队结构, 证明了多无人机状态实现一致。文献[8]为实现微电网的分布式协同优化控制, 提出一种基于一致性算法的自动优化控制方法。上述一致性算法是将单个无人机或微电源等看成一个智能体, 每个智能体在网络通信的条件下与邻近的智能体进行信息交互, 通过一致性算法使多个智能体的状态趋于一致^[9]。该算法存在2个不足之处: ①不能满足多个控制对象存在不同任务要求的情况下实现协同优化控制; ②在大规模多智能体中仅采用与邻近智能体通信的方式存在信息传输慢、共享不充分的问题。DMPC针对多个MIMO对象的协同优化问题, 主要是将每个MIMO对象在网络信息模式下与邻近的MIMO对象进行数据交换, 同时根据MIMO对象间的物理约束条件, 以及在不降低网络联通度的情况下, 对MPC进行改进, 实现了多MIMO对象分布式协同优化控制, 并在实践中得到应用^[10-14]。文献[15]针对大型风电场电

压协调问题, 利用DMPC设计一种风电场分布式协调电压控制算法, 通过具有2个风力发电厂的IEEE 9总线系统和具有3个风力发电厂的IEEE 14总线系统证明了提出的控制方法适用于风电场电压协调。文献[16]考虑用户供水问题, 为减少管道数量和总体能量消耗, 提出一种增强式DPMC策略, 并通过上海部分地区的供水进行了实证。虽然DMPC具有协同优化作用, 但也存在2个问题: ①MPC的庞大运算增加了CPU的处理时间, 不利于CPU处理其他数据; ②对于复杂的、大规模的MIMO对象仅采用邻近物理对象进行数据交换的方式会造成信息传输慢的问题, 影响整个系统的优化和调度。因此, 需要一种既可以实现多个MIMO对象间的信息实时共享, 同时在不增加控制器处理时间, 以及任务不同和系统性能指标达到最优的条件下, 又可以实现多个MIMO对象协同优化及CPS整体性能稳定的控制策略。

针对上述问题, 本文提出一种基于多个MIMO对象数据实时共享的协同优化控制策略。该策略在多MIMO对象实现控制、检测、状态等信息实时共享的基础上, 根据各MIMO对象相互之间的物理约束关系以及CPS分配的最优性能指标设计协同控制器, 通过控制器协同作用下实现多个MIMO对象的自主协同优化控制以及CPS整体性能稳定。

1 多个MIMO对象协同优化控制体系结构

如图1所示, M_i 、 C_i 、 S_i 和 A_i 分别表示MIMO对象、控制器节点、传感器节点和执行器节点, $P = \{i | i = 1, 2, \dots, n\}$ 是各节点的集合。上述多个相互存在物理约束的MIMO对象、控制器节点、传感器节点和执行器节点及实时共享通信网络共同组成了多个MIMO对象协同优化控制体系结构, 即CPS。

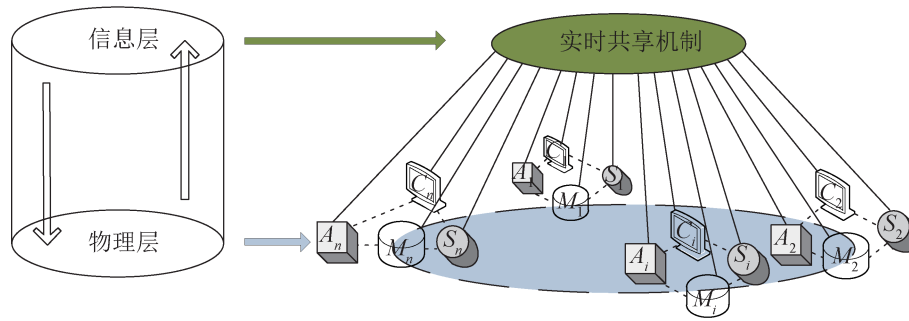


图 1 多个 MIMO 对象协同优化控制图

Fig. 1 Cooperative optimization control diagram of multiple MIMO systems

该体系结构打破了传统物理层、信息层和决策层的三层网络体系结构，仅采用信息层与物理层两层网络体系结构。其中，实时共享通信网络位于信息层，是一种能够满足 CPS 中节点间指令和数据实时传输的 MAC 共享机制^[17]。该共享机制采用控制周期性采样，控制周期内包含了节点的信息传输时间、状态估计时间、状态反馈时间，以及处理完本节点工作后剩余时间。每个节点在处理自身任务的同时将本节点数据通过实时共享机制上传至共享内存中，同时也可以利用剩余时间通过共享内存实时获取其他节点设备的状态变量、检测信息和控制输出等信息。相比只与邻近节点获取信息的方式，该实时共享机制实时性更强，可以提高节点间数据交互能力，有效解决大规模节点数据实时传输问题。信息共享机制采样周期如图 2 所示。各被控对象和设备节点位于物理层，将决策层的功能转移给物理层，由节点间通过实时共享机制获得的共享信息及控制器进行自主决策，实现局部子系统协同与合作以及 CPS 整体性能稳定。这种控制结构在实际工程应用中十分常见，如过程控制系统中的液位-温度控制的冷热水混合水箱系统，该混合水箱系统由冷水水箱、热水水箱和混合水箱组成，每个水箱的控制器、电磁阀、流量计、液位传感器、温度传感器等节点在处理自身任务的同时将本节点数据通过实时共享机制上传至共享内存中，任意一个节点

可以通过信息共享机制在共享池中实时获取其他水箱的信息，以此来实现 3 个水箱信息的实时共享。

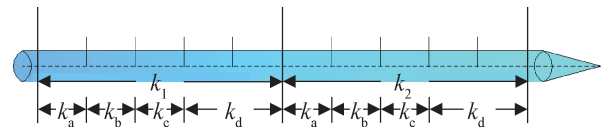


图 2 信息共享机制采样周期

Fig. 2 Information sharing mechanism Sampling period

图 2 各时间关系：

$$k = k_a + k_b + k_c + k_d \quad (1)$$

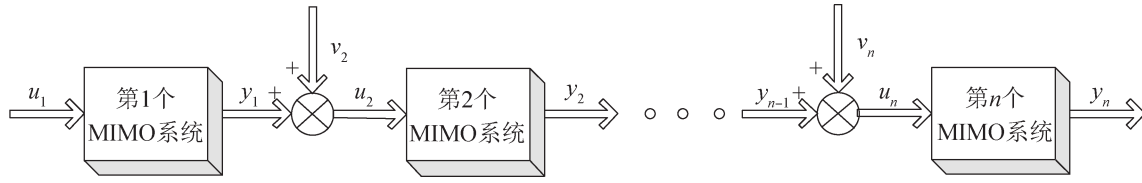
式中： k 为节点在信息共享机制下的一个控制周期； k_a 、 k_b 和 k_c 分别为在采样周期下的节点信息传输时间、状态估计时间、状态反馈时间； k_d 为节点在处理完本节点工作后的剩余时间。

2 多个 MIMO 对象模型分析

数学模型的建立是控制器设计的基础，本节主要给出 n 个 MIMO 对象级联的 CPS 数学模型，验证其能控能观性，并利用卡尔曼滤波器估计状态变量，为控制器设计做准备。

2.1 建立 CPS 数学模型

如图 3 所示，由 n 个渐进稳定的 MIMO 对象级联为 CPS，其中第 i 个 MIMO 对象受前 $i-1$ 个 MIMO 对象直接影响，且输出影响后 $n-i$ 个 MIMO 对象。

图3 n 个存在物理约束关系的MIMO对象框图Fig. 3 Block diagram of n MIMO objects with physical constraints

MIMO对象离散状态空间为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{G}_i \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{H}_i \mathbf{u}_i(k) + \mathbf{w}_i(k) \\ \mathbf{y}_i(k) = \mathbf{C}_i \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{z}_i(k) \end{cases} \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_i(k) = [x_{i1}(k) \ x_{i2}(k) \ \cdots \ x_{in}(k)]^T$$

$$\mathbf{u}_i(k) = [u_{i1}(k) \ u_{i2}(k) \ \cdots \ u_{ir}(k)]^T$$

$$\mathbf{y}_i(k) = [y_{i1}(k) \ y_{i2}(k) \ \cdots \ y_{im}(k)]^T$$

式中: $i=1, 2, \dots, n$; $\mathbf{x}_i(k)$ 为含有 n 维的状态矢量;
 $\mathbf{u}_i(k)$ 为 r 维输入矢量; $\mathbf{y}_i(k)$ 为 m 维的输出矢量;
 \mathbf{G}_i 为 $n \times n$ 维系统矩阵; \mathbf{H}_i 为 $n \times r$ 维输入矩阵; \mathbf{C}_i
为 $m \times n$ 维输出矩阵; $\mathbf{w}_i(k)$ 为 n 维过程噪声矢量;
 $\mathbf{z}_i(k)$ 为 m 维测量噪声矢量。

此外, 根据图3可得各MIMO对象间的物理约束:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{y}_1 + \mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{n-1} + \mathbf{v}_n = \mathbf{u}_n \end{cases} \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_{i, \min} \leq \mathbf{v}_i \leq \mathbf{v}_{i, \max} \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_{i, \min} \leq \mathbf{u}_i \leq \mathbf{u}_{i, \max} \quad (5)$$

式中: \mathbf{v}_i 为第 i 个MIMO对象自身的输入量; \mathbf{u}_i 为第 i 个MIMO对象接收所有输入的输入量。

将式(3)中各个MIMO对象间的物理约束分别代入式(2)中, 得到CPS的离散状态空间:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{z}(k) \end{cases} \quad (6)$$

$$\mathbf{x}(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ \cdots \ x_n(k)]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{u}(k) = [v_1(k) \ v_2(k) \ \cdots \ v_n(k)]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{y}(k) = [y_1(k) \ y_2(k) \ \cdots \ y_n(k)]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \mathbf{H}_2 \mathbf{C}_1 & \mathbf{G}_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{H}_n \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{G}_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{H} = \text{diag}[\mathbf{H}_1 \ \mathbf{H}_2 \ \cdots \ \mathbf{H}_n] \quad (11)$$

$$\mathbf{C} = \text{diag}[\mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_2 \ \cdots \ \mathbf{C}_n] \quad (12)$$

$$\mathbf{w}(k) = [\mathbf{w}_1(k) \ \mathbf{w}_2(k) \ \cdots \ \mathbf{w}_n(k)]^T \quad (13)$$

$$\mathbf{z}(k) = [\mathbf{z}_1(k) \ \mathbf{z}_2(k) \ \cdots \ \mathbf{z}_n(k)]^T \quad (14)$$

式中: $\mathbf{x}(k)$ 为含有 $n \times n$ 维状态矢量; $\mathbf{u}(k)$ 为含有
 $n \times r$ 维输入矢量; $\mathbf{y}(k)$ 为含有 $m \times n$ 维输出矢量; \mathbf{G}
为 $(n \times n) \times (n \times n)$ 维系统矩阵; \mathbf{H} 为 $(n \times n) \times (n \times r)$ 维
输入矩阵; \mathbf{C} 为 $(m \times n) \times (n \times n)$ 维输出矩阵; $\mathbf{w}(k)$
为 $n \times n$ 维过程噪声矢量; $\mathbf{z}(k)$ 为 $m \times n$ 维测量噪声
矢量。

2.2 多MIMO对象的能控能观性分析

针对CPS数学模型, 分别采用能控性和能观性判别方法分别判断CPS的能控性和能观性。

定理1: CPS是能控的。

证明: 由能控性判别式可知, CPS中的 \mathbf{G} 和 \mathbf{H} 使得 \mathbf{M} 矩阵满秩时, 即 $\text{rank}(\mathbf{M}) = n \times n$, CPS具有能控性。

$$\mathbf{M} = [\mathbf{H} \ \mathbf{G}\mathbf{H} \ \mathbf{G}^2\mathbf{H} \ \cdots \ \mathbf{G}^{n-1}\mathbf{H}] \quad (15)$$

$$\mathbf{G}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{H}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \mathbf{H}_2 \mathbf{C}_1 \mathbf{H}_1 & \mathbf{G}_2 \mathbf{H}_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{H}_n \mathbf{C}_{n-1} \mathbf{H}_{n-1} & \mathbf{G}_n \mathbf{H}_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

将 $\mathbf{G}\mathbf{H}$ 矩阵至 $\mathbf{G}^{n-1}\mathbf{H}$ 矩阵构成 \mathbf{M} 矩阵, 可得到 $n \times n$ 维矩阵。显然 $\text{rank}(\mathbf{M}) = n \times n$, 即CPS具有能控性。

证毕。

定理2: CPS是能观的。

由能观性判别可知, CPS中的 G 和 C 使得 N 矩阵满秩时, 即 $\text{rank}(N)=n \times n$, CPS具有能观性。

$$N = [C \quad CG \quad CG^2 \quad \dots \quad CG^{n-1}]^T \quad (17)$$

$CG =$

$$\begin{bmatrix} C_1 G_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C_2 H_2 C_1 & C_2 G_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C_n H_n C_{n-1} & C_n G_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

将上述 CG 矩阵至 CG^{n-1} 矩阵构成 N 矩阵, 可得到 $n \times n$ 维矩阵。显然 $\text{rank}(N)=n \times n$, 即CPS具有能观性。

证毕。

通过定理1和定理2可以得到CPS具有能控制能观性。

2.3 MIMO对象的状态估计

在实际工程中, 系统的控制需要在一个控制周期内完成数据采集、状态估计和状态反馈三个步骤。其中, 状态估计由于现场存在许多输入干扰和检测干扰, 有些状态变量通过传感器直接测量存在误差, 因此, 需要采用卡尔曼滤波器实现对子系统的状态变量估计, 进而为状态反馈提供保障。

Kalman滤波器是一种观测器, 主要由预测和校正两个部分组成, 其中, 预测包括先验估计和先验误差协方差; 校正包括Kalman增益、后验估计和更新协方差方差。

Kalman滤波器预测公式为

$$\hat{x}_k^- = G\hat{x}_{k-1} + H\mathbf{u}_{k-1} \quad (19)$$

$$p_k^- = Gp_{k-1}G^T + Q \quad (20)$$

式中: \hat{x}_k^- 和 \hat{x}_{k-1} 分别为状态变量的当前时刻先验估计值和上一时刻估计值; \mathbf{u}_{k-1} 为上一时刻输入值; p_k^- 为当前先验误差协方差; p_{k-1} 为上一时刻误差协方差; Q 为过程噪声协方差矩阵。

Kalman滤波器校正公式为

$$K_k = p_k^- C^T [Cp_k^- C^T + R]^{-1} \quad (21)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k [y_k - C\hat{x}_k^-] \quad (22)$$

$$p_k = p_k^- [I - K_k C] \quad (23)$$

式中: K_k 为Kalman增益; R 为过程噪声协方差矩阵; \hat{x}_k 和 p_k 分别为当前状态变量估计值和误差协方差; I 为单位矩阵。

利用Kalman滤波器得到各MIMO对象的状态估计值, 并通过信息共享机制将各MIMO对象的状态估计值上传至共享内存中, 为其他MIMO对象的数据读取提供保障。

3 多MIMO对象最优控制

本节主要设计多个MIMO对象的线性二次型调节(linear quadratic regulator, LQR)协同控制器。

CPS性能指标为有限时间内的线性二次型性能泛函^[18]:

$$J = \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{2} [\mathbf{x}^T(k)Q(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k)R(k)\mathbf{u}(k)] + \Phi(\mathbf{x}_N) \quad (24)$$

式中: J 为CPS最优性能指标; $Q(k)$ 为 $(n \times n) \times (n \times n)$ 维正定对称矩阵; $R(k)$ 为 $(n \times r) \times (n \times r)$ 维正定对称矩阵; $\Phi(\mathbf{x}_N)$ 为末态指标; k 为采样时间, $k=0, 1, \dots, N-1$ 。

$$\Phi(\mathbf{x}_N) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N)Z(N)\mathbf{x}(N) \quad (25)$$

式中: $Z(N)$ 为 $(n \times n) \times (n \times n)$ 维正定对称矩阵。

将CPS离散状态空间表达式和 J 结合构造哈密尔顿函数, 最后根据各MIMO对象间的物理约束关系分解给各MIMO对象, 各对象根据分配到的哈密尔顿函数设计协同控制器。其CPS的 J 分解为

$$J = \mu_1 J_1 + \mu_2 J_2 + \dots + \mu_n J_n \quad (26)$$

式中: J_i 和 μ_i 分别为第 i 个MIMO对象分配到的最优性能指标和权重系数, 是根据CPS总任务设定的。

定理3: 第 i 个MIMO对象根据 J_i 和物理约束关系设计的协同控制器输出为

$$\mathbf{u}_i(k) = -K_{i,i-1} \mathbf{x}_{i-1}(k) - K_{i,i} \mathbf{x}_i(k) \quad (27)$$

式中: $K_{i,i-1}$ 为第 i 个MIMO对象调节受前 $i-1$ 个MIMO对象的输出影响的控制器; $K_{i,i}$ 为第 i 个

MIMO对象调节自身系统输入影响的控制器, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

$$K_{i,i-1} = R_i^{-1}(k)H_i^T P_i(k+1)H_i C_{i-1} \quad (28)$$

$$K_{i,i} = [R_i(k) + H_i^T P_i(k+1)H_i]^{-1} H_i^T P_i(k+1)G_i \quad (29)$$

式(28)(29)中, $P_i(k+1)$ 满足:

$$P_i(k) = Q_i(k) + \left[G_i^T + (H_i C_{i-1})^T \right] P_i(k+1) \times \\ (H_i C_{i-1} x_{i-1}(k) / x_i(k) + \\ [I + H_i R_i^{-1}(k)H_i^T P_i(k+1)]^{-1} G_i) \quad (30)$$

式中: $P_i(k)$ 和 $P_i(k+1)$ 分别为第 k 时刻和第 $k+1$ 时刻的对称矩阵。

第 i 个MIMO对象的状态变量为

$$x_i(k+1) = H_i C_{i-1} x_{i-1}(k) + \\ [I + H_i R_i^{-1}(k)H_i^T P_i(k+1)]^{-1} G_i x_i(k) \quad (31)$$

证明: 在考虑多MIMO对象末态为0的情况下, 将CPS离散状态空间表达式与 J 结合构造哈密顿函数:

$$S = \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{2} [x^T(k)Q(k)x(k) + u^T(k)R(k)u(k)] + \\ \lambda^T [Gx(k) + Hu(k)] \quad (32)$$

式中: S 为CPS哈密顿函数; λ 为 n 维协态矢量。

$$Q(k) = \text{diag} [Q_1(k) \quad Q_2(k) \quad \dots \quad Q_n(k)]$$

$$R(k) = \text{diag} [R_1(k) \quad R_2(k) \quad \dots \quad R_n(k)]$$

将CPS的哈密顿函数根据MIMO对象间的物理约束关系通过矩阵分块的方法分解给各对象:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{2} [x_1^T(k)Q_1(k)x_1(k) + u_1^T(k)R_1(k)u_1(k)] + \\ \lambda_1^T [G_1 x_1(k) + H_1 u_1(k)] \\ S_2 = \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{2} [x_2^T(k)Q_2(k)x_2(k) + u_2^T(k)R_2(k)u_2(k)] + \\ \lambda_2^T [G_2 x_2(k) + H_2 u_2(k)] \\ \vdots \\ S_n = \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{2} [x_n^T(k)Q_n(k)x_n(k) + u_n^T(k)R_n(k)u_n(k)] + \\ \lambda_n^T [G_n x_n(k) + H_n u_n(k)] \end{array} \right. \quad (33)$$

式中: S_1 和 S_2 分别为第1个MIMO对象和第2个MIMO对象的哈密顿函数; S_n 为第 n 个MIMO对象的哈密顿函数。

各MIMO对象根据分配到的哈密顿函数设计协同控制器。由于第1个MIMO对象不受其他MIMO对象的输出影响, 因此, 对第1个MIMO对象的 S_1 采用极小值原理可以直接求解最优控制输出量^[18]。具体如式(34)~(36)所示。

$$u_1(k) = -[R_1(k) + H_1^T P_1(k+1)H_1]^{-1} \times \\ H_1^T P_1(k+1)G_1 x_1(k) \quad (34)$$

第1个MIMO对象的状态变量为

$$x_1(k+1) = [I + H_1 R_1^{-1}(k)H_1^T P_1(k+1)]^{-1} G_1 x_1(k) \quad (35)$$

式(34)(35)中, $P_1(k+1)$ 满足:

$$P_1(k) = Q_1(k) + G_1^T P_1(k+1) \times \\ [I + H_1 R_1^{-1}(k)H_1^T P_1(k+1)]^{-1} G_1 \quad (36)$$

在其余 $n-1$ 个MIMO对象中, 第 i 个MIMO对象受前 $i-1$ 个MIMO对象输出影响, 同时输出影响后 $n-i$ 个MIMO对象, 因此, 对 $n-1$ 个MIMO对象的 S_i 采用极小值原理求解最优控制输出量, 其中, $i = 2, 3, \dots, n$ 。

$$\lambda_i(k) = Q_i(k)x_i(k) + [G_i^T + (H_i C_{i-1})^T] \lambda_i(k+1) \quad (37)$$

$$R_i(k)u_i(k) + H_i^T \lambda_i(k+1) = 0 \quad (38)$$

$$x_i(k+1) = H_i C_{i-1} x_{i-1}(k) + G_i x_i(k) + H_i u_i(k) \quad (39)$$

$$x_i(0) = x_0 \quad (40)$$

$$\lambda_i(N) = Z_i(N)x_i(N) \quad (41)$$

由式(38)可得

$$u_i(k) = -R_i^{-1}(k)H_i^T \lambda_i(k+1) \quad (42)$$

将式(42)代入式(39), 可得

$$x_i(k+1) = H_i C_{i-1} x_{i-1}(k) + G_i x_i(k) - \\ H_i R_i^{-1}(k)H_i^T \lambda_i(k+1) \quad (43)$$

由式(41)可以将 $\lambda_i(k)$ 表示为

$$\lambda_i(k) = P_i(k)x_i(k) \quad (44)$$

设 $k = n+1$, 则可得

$$\lambda_i(n+1) = P_i(n+1)x_i(n+1) \quad (45)$$

将式(45)代入式(43), 整理可得

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{H}_i \mathbf{C}_{i-1} \mathbf{x}_{i-1}(k) + [\mathbf{I} + \mathbf{H}_i \mathbf{R}_i^{-1}(k) \mathbf{H}_i^T \mathbf{P}_i(k+1)]^{-1} \mathbf{G}_i \mathbf{x}_i(k) \quad (46)$$

将式(46)代入式(45), 可得

$$\lambda_i(k+1) = \mathbf{P}_i(k+1) (\mathbf{H}_i \mathbf{C}_{i-1} \mathbf{x}_{i-1}(k) + [\mathbf{I} + \mathbf{H}_i \mathbf{R}_i^{-1}(k) \mathbf{H}_i^T \mathbf{P}_i(k+1)]^{-1} \mathbf{G}_i \mathbf{x}_i(k)) \quad (47)$$

将式(47)代入式(37), 可得

$$\lambda_i(k) = \mathbf{Q}_i(k) \mathbf{x}_i(k) + [\mathbf{G}_i^T + (\mathbf{H}_i \mathbf{C}_{i-1})^T]^T \times \mathbf{P}_i(k+1) (\mathbf{H}_i \mathbf{C}_{i-1} \mathbf{x}_{i-1}(k) + [\mathbf{I} + \mathbf{H}_i \mathbf{R}_i^{-1}(k) \mathbf{H}_i^T \mathbf{P}_i(k+1)]^{-1} \mathbf{G}_i \mathbf{x}_i(k)) \quad (48)$$

将式(44)代入式(48), 可得

$$\mathbf{P}_i(k) = \mathbf{Q}_i(k) + [\mathbf{G}_i^T + (\mathbf{H}_i \mathbf{C}_{i-1})^T]^T \times \mathbf{P}_i(k+1) (\mathbf{H}_i \mathbf{C}_{i-1} \mathbf{x}_{i-1}(k) / \mathbf{x}_i(k) + [\mathbf{I} + \mathbf{H}_i \mathbf{R}_i^{-1}(k) \mathbf{H}_i^T \mathbf{P}_i(k+1)]^{-1} \mathbf{G}_i) \quad (49)$$

式中: $\mathbf{Q}_i(k)$ 、 $\mathbf{R}_i^{-1}(k)$ 参数可由经验直接给出; \mathbf{G}_i 、 \mathbf{H}_i 、 \mathbf{C}_{i-1} 分别为当前MIMO对象的状态矩阵、控制矩阵和前*i*-1个MIMO对象的输出矩阵, 均为已知参数; $\mathbf{x}_{i-1}(k)$ 和 $\mathbf{x}_i(k)$ 为前*i*-1个MIMO对象的状态变量和当前MIMO对象的状态变量, 均可由信息共享网络实时获取。而 $\mathbf{P}_i(k)$ 和 $\mathbf{P}_i(k+1)$ 所构成的公式可作为差分方程, 通过多MIMO对象的末态而求得, 为MIMO对象下一时刻的状态变量求取和控制器的设计提供支撑。

将式(47)代入式(42), 可得第*i*个MIMO对象的控制输出为

$$\mathbf{u}_i(k) = -\mathbf{R}_i^{-1}(k) \mathbf{H}_i^T \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{H}_i \mathbf{C}_{i-1} \mathbf{x}_{i-1}(k) - [\mathbf{R}_i(k) + \mathbf{H}_i^T \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{H}_i]^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{G}_i \mathbf{x}_i(k) \quad (50)$$

证毕。

定理4: 当CPS加入状态反馈矩阵后, 其特征根均在单位圆内, 系统趋于渐近稳定。

证明: 将式(27)代入式(6)可得CPS加入状态反馈矩阵后的状态矩阵:

$$\mathbf{G}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{c,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \mathbf{M}_{c,21} & \mathbf{G}_{c,2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{M}_{c,n,n-1} & \mathbf{G}_{c,n} \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\mathbf{G}_{c,i} = \mathbf{G}_i - \mathbf{H}_i \mathbf{K}_{i,i}$$

$$\mathbf{M}_{c,i,i-1} = \mathbf{H}_i [\mathbf{C}_{i-1} - \mathbf{K}_{i,i-1}]$$

式中: $i=1, 2, \dots, n$; $\mathbf{G}_{c,i}$ 和 $\mathbf{M}_{c,i,i-1}$ 均为第*i*个MIMO对象加入状态反馈矩阵后的状态矩阵。

对CPS的 \mathbf{G}_c 加入特征值 λ , 可得

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{G}_c] = 0 \quad (52)$$

式中: \mathbf{I} 为单位矩阵。将式(52)展开, 可得

$$|\lambda_1 - \mathbf{G}_{c,1}| \times |\lambda_2 - \mathbf{G}_{c,2}| \times \cdots \times |\lambda_n - \mathbf{G}_{c,n}| = 0 \quad (53)$$

根据式(53)可知, 当每个MIMO对象的特征根都在单位圆内, 则CPS趋于渐进稳定。

而图3中每个MIMO对象都是稳定且存在反馈控制律的, 每个MIMO对象的特征根均在单位圆内, 因此, 可知CPS的特征根都在单位圆内, CPS趋于渐进稳定。

证毕。

4 仿真实验及分析

第1个被控对象状态空间为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1(k+1) = \mathbf{G}_1 \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{H}_1 \mathbf{u}_1(k) + \mathbf{w}_1(k) \\ \mathbf{y}_1(k) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(k) + \mathbf{z}_1(k) \end{cases} \quad (54)$$

$$\mathbf{G}_1 = \text{diag}[0.9802 \quad 0.996 \quad 0.9934 \quad 0.9971]$$

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0.0198 & 0 \\ 0 & 0.02 \\ 0.0199 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6667 & 0.5714 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_1(k) = [0.0001 \quad 0.0002 \quad 0.0001 \quad 0.0002]^T$$

$$\mathbf{z}_1(k) = [0.02 \quad 0.01]^T$$

第2个被控对象状态空间为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_2(k+1) = \mathbf{G}_2 \mathbf{x}_2(k) + \mathbf{H}_2 \mathbf{u}_2(k) + \mathbf{w}_2(k) \\ \mathbf{y}_2(k) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(k) + \mathbf{z}_2(k) \end{cases} \quad (55)$$

$$\mathbf{G}_2 = \text{diag}[0.99 \quad 0.9934 \quad 0.992 \quad 0.9943]$$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 0.0199 & 0 \\ 0 & 0.0199 \\ 0.0199 & 0 \\ 0 & 0.0199 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6667 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6 & 0.7143 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_2(k) = [0.0002 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0002]^T$$

$$\mathbf{z}_2(k) = [0.02 \quad 0.03]^T$$

第3个被控对象状态空间为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_3(k+1) = \mathbf{G}_3 \mathbf{x}_3(k) + \mathbf{H}_3 \mathbf{u}_3(k) + \mathbf{w}_3(k) \\ \mathbf{y}_3(k) = \mathbf{C}_3 \mathbf{x}_3(k) + \mathbf{z}_3(k) \end{cases} \quad (56)$$

$$\mathbf{G}_3 = \text{diag}[0.9608 \quad 0.9841 \quad 0.99 \quad 0.9835]$$

$$\mathbf{H}_3 = \begin{bmatrix} 0.0196 & 0 \\ 0 & 0.0198 \\ 0.0199 & 0 \\ 0 & 0.0198 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} 3 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.25 & 1.1667 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_3(k) = [0.0002 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0002]^T$$

$$\mathbf{z}_3(k) = [0.06 \quad 0.01]^T$$

3个被控对象的最优性能指标参数 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 分别设置为

$$\mathbf{Q} = \text{diag}[\mathbf{Q}_1 \quad \mathbf{Q}_2 \quad \mathbf{Q}_3] \quad (57)$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}[\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{R}_2 \quad \mathbf{R}_3] \quad (58)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \text{diag}[4 \quad 10 \quad 6 \quad 10]$$

$$\mathbf{Q}_2 = \text{diag}[10 \quad 20 \quad 21 \quad 10]$$

$$\mathbf{Q}_3 = \text{diag}[100 \quad 13 \quad 10 \quad 40]$$

$$\mathbf{R}_1 = \text{diag}[7 \quad 10]$$

$$\mathbf{R}_2 = \text{diag}[10 \quad 17]$$

$$\mathbf{R}_3 = \text{diag}[21 \quad 10]$$

3个被控对象间的物理约束及 J 权重系数为

$$\mathbf{y}_1 + \mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 \quad (59)$$

$$\mathbf{y}_2 + \mathbf{v}_3 = \mathbf{u}_3 \quad (60)$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1 \quad (61)$$

在仿真中, 3个被控对象的输入值为 $\mathbf{v}_1 = [1 \quad 1]$, $\mathbf{v}_2 = [0 \quad 0]$, $\mathbf{v}_3 = [0 \quad 0]$ 。

仿真时间 $t=80$ s。在 $t=40$ s时对第1个被控对象加入干扰, 观察各对象间的协同优化控制作用。

在明确初始参数情况下, 通过软件进行不加入协同控制策略与加入协同控制策略的对比实验, 3个被控对象的状态变量、输出量及 J 曲线分别如图4~10所示。

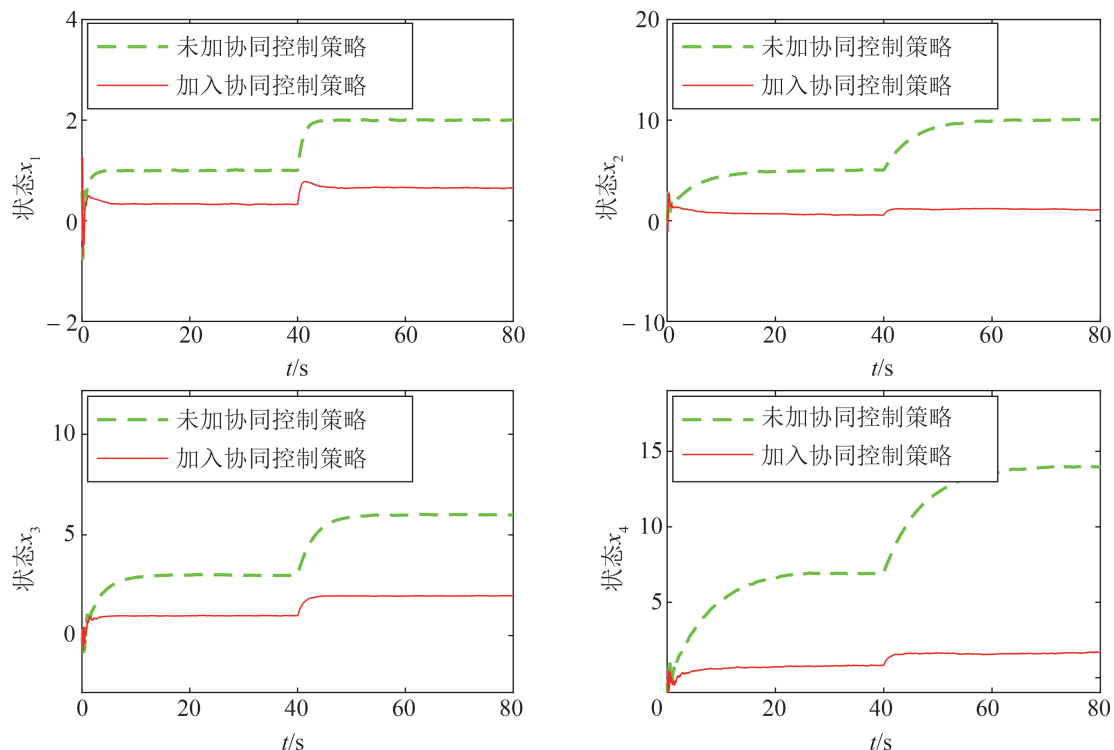


图4 第1个被控对象的状态变量图

Fig. 4 State variable diagram of the first controlled object

<http://www.china-simulation.com>

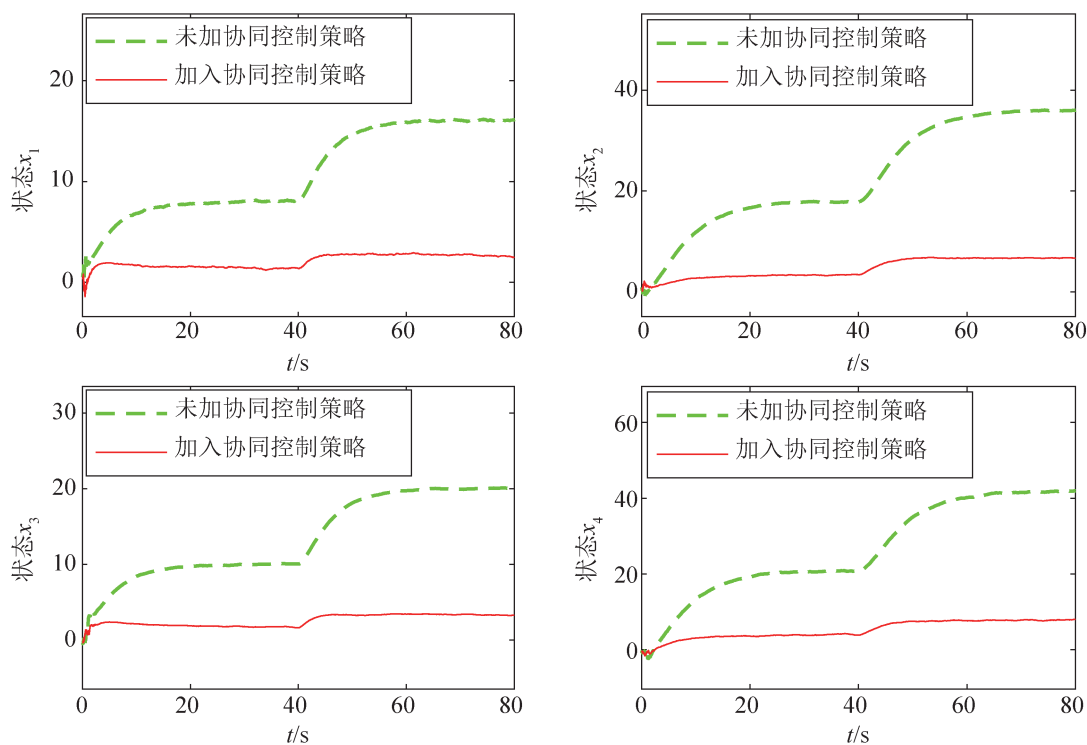


图 5 第 2 个被控对象的状态变量图
Fig. 5 State variable diagram of the second controlled object

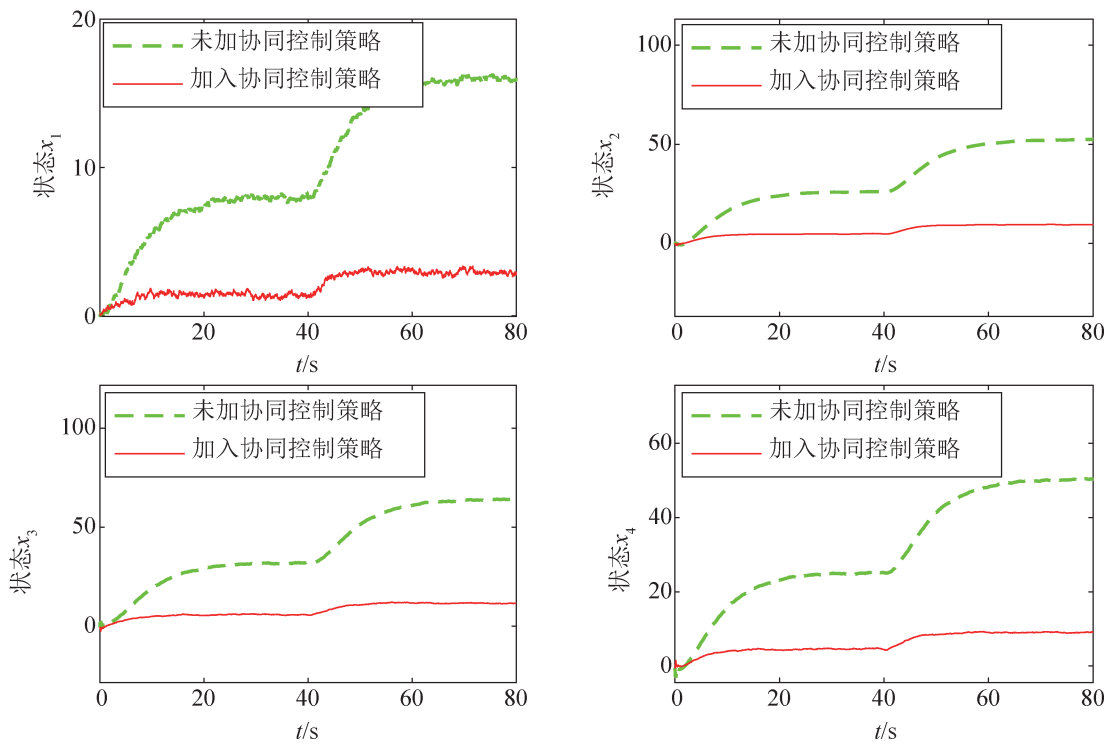


图 6 第 3 个被控对象的状态变量图
Fig. 6 State variable diagram of the third controlled object

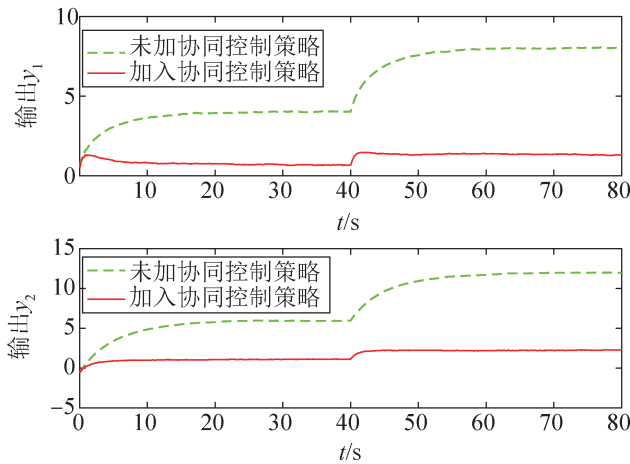


图7 第1个被控对象的输出量图

Fig. 7 Output diagram of the first controlled object

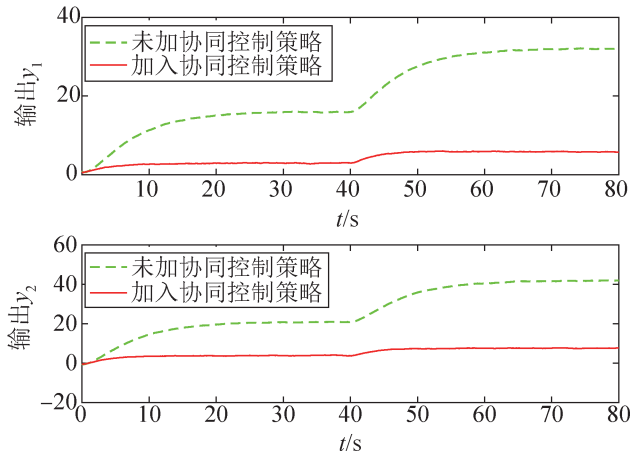


图8 第2个被控对象的输出量图

Fig. 8 Output diagram of the second controlled object

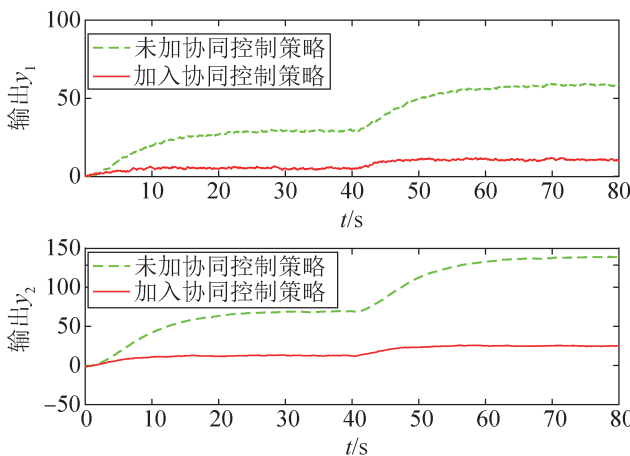


图9 第3个被控对象的输出量图

Fig. 9 Output diagram of the third controlled object

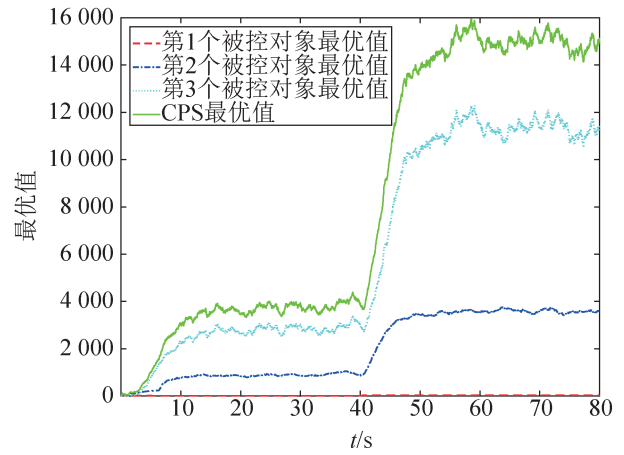


图10 各被控对象及CPS最优值曲线图

Fig. 10 Curve of optimal value of each controlled object and CPS

在0~40 s内, 3个被控对象初始运行的状态变量和系统输出稳定时间如表1所示。由表1可知, 加入协同控制策略, 各对象趋于稳定的时间更短。

表1 各被控对象初始运行调节时间
Table 1 Initial stable running time of each controlled object

被控对象	s	
	未加入协同控制策略	加入协同控制策略
第1个	20	10
第2个	20	10
第3个	20	10

当 $t=40$ s时加入干扰后, 各被控对象的状态变量和系统输出稳定时间如表2所示。由表2可知, 加入协同控制策略后, 各被控对象在面对干扰时通过协同控制器的调节实现了快速稳定, 进而使得CPS整体性能更加稳定, 同时有效的减少各对象的调节时间。

表2 各被控对象受干扰后运行稳定时间
Table 2 Stable running time of each controlled object after interference

被控对象	s	
	未加入协同控制策略	加入协同控制策略
第1个	20.0	5
第2个	22.5	7
第3个	24.0	8

从图10中任意时刻比较可知,无论CPS是否受到干扰,3个被控对象的 J 总和与CPS的 J 相等:

$$J_1 + J_2 + J_3 = J \quad (62)$$

仿真实验验证了将CPS的 J 分配给3个被控对象,3个被控对象根据分配到的 J 以及各对象间物理约束关系,通过协同优化控制策略可以实现各对象的协同优化控制,同时保证CPS整体性能稳定。

此外,将未加入协同控制策略、加入协同控制策略和加入预测控制策略进行CPS运行时间对比,具体如图11所示。

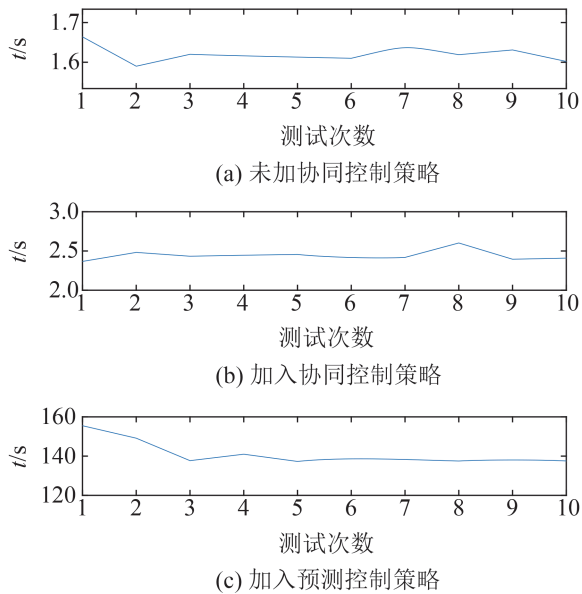


图11 3种策略下的CPS运行时间对比图

Fig. 11 CPS running time contrast graphs under three strategies

在图11中,CPS分别在3种控制策略下进行10次测试,每次测试数据迭代4000次,其平均运行时间如表3所示。

表3 3种策略下的CPS平均运行时间

策略	CPS平均运行时间/s
未加入协同控制策略	1.621
加入协同控制策略	2.442
加入预测控制策略	141.104

根据表3可知,加入协同控制策略比未加入协同控制策略的协同效果好。此外,可以明显看出,相比较预测控制策略,该控制策略可以使CPS控制器运算时间大幅降低,结合信息共享机制,可以有效实现过程控制系统的协同与优化控制。

5 结论

针对多个MIMO对象间的协同优化控制问题。本文提出一种基于多个MIMO对象数据实时共享的协同优化控制策略。首先,给出一种两层网络结构的实时共享机制,使每个节点都能实时获取其他节点设备的运行状态、检测信息和控制输出等信息,满足多个MIMO对象信息实时传递要求。其次,建立CPS数学模型,验证其具有能控能观性,并通过Kalman滤波器估计各MIMO对象状态值,在此基础上将CPS的 J 分解给各个MIMO对象,各MIMO对象根据分配到的 J 以及各对象间物理约束关系设计了协同控制器,并通过特征值方法证明了CPS渐进稳定。最后,通过3个存在物理约束的双输入双输出被控对象构成CPS,通过仿真实验验证了该协同优化控制策略可以实现各MIMO对象自主协同优化控制及CPS整体性能稳定。同时与DMPC算法相比较,该协同控制策略还具有算法复杂度更低,控制器运行时间短的优势。针对多个线性时变和采样周期时变的MIMO对象协同优化控制是准备进一步开展的研究工作。

参考文献:

- [1] 李少远,夏元清,程鹏. 网络化分布式CPS系统实时优化、监控与安全控制[J]. 信息与控制, 2018, 47(1): 1-4. Li Shaoyuan, Xia Yuanqing, Cheng Peng. Real-time Optimization, Supervisory and Safety Control for Distributed Networked Cyber-physical System[J]. Information and Control, 2018, 47(1): 1-4.
- [2] Yu Xinghuo, Xue Yusheng. Smart Grids: A Cyber-physical Systems Perspective[J]. Proceedings of the IEEE, 2016, 104(5): 1058-1070.

- [3] Zhou Yingjiang, Liu Jingyu, Jiang Guoping, et al. Consensus of Multi-agent Systems via Prescribed-time Sliding Mode Control Method[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2022, 44(12): 2369-2377.
- [4] Zheng Yi, Li Shaoyuan, Li Ning. Distributed Model Predictive Control Over Network Information Exchange for Large-scale Systems[J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(7): 757-769.
- [5] Liu Yong, Liu Wei. Collaborative Consistency Control Algorithm Research of Unmanned Aerial Vehicle Formation[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 435(1): 012063.
- [6] Ou T C, Hong C M. Dynamic Operation and Control of Microgrid Hybrid Power Systems[J]. Energy, 2014, 66: 314-323.
- [7] 王汇彬, 金程皓, 许博, 等. 一种基于状态一致性模型的固定翼无人机编队控制机制[J]. 小型微型计算机系统, 2022, 43(7): 1505-1510.
- Wang Huibin, Jin Chenghao, Xu Bo, et al. State Coherence Model Based Formation Control Mechanism for Fixed-wing Drones[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2022, 43(7): 1505-1510.
- [8] 冯豆, 李自愿, 杨光辉, 等. 基于一致性算法的微电网无功功率自动优化控制方法[J]. 制造业自动化, 2022, 44(9): 159-162.
- Feng Dou, Li Ziyuan, Yang Guanghui, et al. Automatic Optimization Control Method of Microgrid Reactive Power Based on Consistency Algorithm[J]. Manufacturing Automation, 2022, 44(9): 159-162.
- [9] 杨珺, 侯俊浩, 刘亚威, 等. 分布式协同控制方法及在电力系统中的应用综述[J]. 电工技术学报, 2021, 36(19): 4035-4049.
- Yang Jun, Hou Junhao, Liu Yawei, et al. Distributed Cooperative Control Method and Application in Power System[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(19): 4035-4049.
- [10] Du Yigao, Wu Jing, Li Shaoyuan, et al. Coordinated Energy Dispatch of Autonomous Microgrids with Distributed MPC Optimization[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(9): 5289-5298.
- [11] Zou Yuanyuan, Su Xu, Li Shaoyuan, et al. Event-triggered Distributed Predictive Control for Asynchronous Coordination of Multi-agent Systems[J]. Automatica, 2019, 99: 92-98.
- [12] Zhao Ran, Miao Maozhi, Lu Jiamin, et al. Formation Control of Multiple Underwater Robots Based on ADMM Distributed Model Predictive Control[J]. Ocean Engineering, 2022, 257: 111585.
- [13] Niu Mingbo, Wang Hucheng, Li Jie, et al. Coordinated Energy Dispatch of Highway Microgrids with Mobile Storage System Based on DMPC Optimization[J]. Electric Power Systems Research, 2023, 217: 109119.
- [14] Zhang Jing, Long Benjin, He Yu, et al. Grouping Consistency Control Strategy Based on DMPC and Energy Storage Unit Constraints[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2023, 148: 108958.
- [15] César Contreras, Alicia Triviño, José A Aguado. Distributed Model Predictive Control for Voltage Coordination of Large-scale Wind Power Plants[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 143: 108436.
- [16] Zhang Yuan, Zheng Yi, Li Shaoyuan. Enhancing Cooperative Distributed Model Predictive Control for the Water Distribution Networks Pressure Optimization[J]. Journal of Process Control, 2019, 84: 70-88.
- [17] 内蒙古科技大学. 一种用于信息物理系统的实时通讯机制: CN202010887251.1[P]. 2020-11-24.
- [18] 刘豹, 唐万生. 现代控制理论[M]. 3版. 北京: 机械工业出版社, 2006: 293-300.