

5-15-2024

Hierarchical Guided Enhanced Multi-objective Firefly Algorithm

Jia Zhao

School of Information Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China, zhaojia925@163.com

Zhizhen Lai

School of Information Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China

Runxiu Wu

School of Information Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China

Zihua Cui

College of Computer Science and Technology, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation. For more information, please contact xtfzxb@126.com.

Hierarchical Guided Enhanced Multi-objective Firefly Algorithm

Abstract

Abstract: The multi-objective firefly algorithm is easy to produce oscillation and aggregation phenomenon in the solution process, which leads to weak development ability and poor solution accuracy. This paper proposes a hierarchical guided enhanced multi-objective firefly algorithm (HGEMOFA). HGEMOFA builds a hierarchical guidance model, uses non-dominated sorting to obtain different levels of individuals. The individuals in the dominant layer are used to guide the evolution of the individuals in the inferior layer, the guidance direction is clear, the oscillation in the evolution process is solved, the aggregation phenomenon is reduced, and the convergence of the algorithm is enhanced. The Lévy flight is introduced to disturb the optimal layer individuals to enhance the global search ability of the algorithm; After each generation of evolution, the mutation mechanism is adopted for the current population to enhance the local development ability of the algorithm; The mutated population is combined with the previous generation population for environmental selection to screen out offspring with the same population size as the previous generation to avoid loss of dominance solution. The experimental results show that HGEMOFA can effectively enhance the convergence and diversity of solutions.

Keywords

multi-objective optimization, firefly algorithm, hierarchical guidance, Lévy flight, mutation

Authors

Jia Zhao, Zhizhen Lai, Runxiu Wu, Zhihua Cui, and Hui Wang

Recommended Citation

Zhao Jia, Lai Zhizhen, Wu Runxiu, et al. Hierarchical Guided Enhanced Multi-objective Firefly Algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(5): 1152-1164.

层级引导的增强型多目标萤火虫算法

赵嘉¹, 赖智臻¹, 吴润秀¹, 崔志华², 王晖¹

(1. 南昌工程学院 信息工程学院, 江西 南昌 330099; 2. 太原科技大学 计算机科学与技术学院, 山西 太原 030024)

摘要: 针对多目标萤火虫算法在求解过程中易产生振荡和聚集现象, 导致开发能力较弱、求解精度不佳的问题, 提出一种层级引导的增强型多目标萤火虫算法(hierarchical guided enhanced multi-objective firefly algorithm, HGEMOFA)。构建层级引导模型, 利用非支配排序获得不同层级个体, 用优势层个体引导劣势层个体进化, 明确引导方向, 解决了进化过程中出现的振荡, 减少了聚集现象的出现, 增强了算法收敛性; 引入莱维飞行扰动最优层个体, 增强算法的全局搜索能力; 每代进化完成后, 对当前种群采用变异机制, 增强算法的局部开发能力; 把变异后的种群和前一一代种群合并进行环境选择, 筛选出和前一一代种群规模相同的子代, 避免优势解丢失。实验结果表明: HGEMOFA能有效增强解的收敛性和多样性。

关键词: 多目标优化; 萤火虫算法; 层级引导; 莱维飞行; 变异

中图分类号: TP391.9; TP18 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2024)05-1152-13

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.22-1486

引用格式: 赵嘉, 赖智臻, 吴润秀, 等. 层级引导的增强型多目标萤火虫算法[J]. 系统仿真学报, 2024, 36(5): 1152-1164.

Reference format: Zhao Jia, Lai Zhizhen, Wu Runxiu, et al. Hierarchical Guided Enhanced Multi-objective Firefly Algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(5): 1152-1164.

Hierarchical Guided Enhanced Multi-objective Firefly Algorithm

Zhao Jia¹, Lai Zhizhen¹, Wu Runxiu¹, Cui Zhihua², Wang Hui¹

(1. School of Information Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China;

2. College of Computer Science and Technology, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: The multi-objective firefly algorithm is easy to produce oscillation and aggregation phenomenon in the solution process, which leads to weak development ability and poor solution accuracy. This paper proposes a hierarchical guided enhanced multi-objective firefly algorithm (HGEMOFA). HGEMOFA builds a hierarchical guidance model, uses non-dominated sorting to obtain different levels of individuals. The individuals in the dominant layer are used to guide the evolution of the individuals in the inferior layer, the guidance direction is clear, the oscillation in the evolution process is solved, the aggregation phenomenon is reduced, and the convergence of the algorithm is enhanced. The Lévy flight is introduced to disturb the optimal layer individuals to enhance the global search ability of the algorithm; After each generation of evolution, the mutation mechanism is adopted for the current population to enhance the local development ability of the algorithm; The mutated population is combined with the previous generation population for environmental selection to screen out offspring with the same population size as the previous generation to avoid loss of dominance solution. The experimental results show that HGEMOFA can effectively enhance the convergence and diversity of solutions.

Keywords: multi-objective optimization; firefly algorithm; hierarchical guidance; Lévy flight; mutation

收稿日期: 2022-12-12 修回日期: 2023-02-15

基金项目: 国家自然科学基金(52069014); 江西省教育厅科技计划(GJJ180940, GJJ201915)

第一作者: 赵嘉(1981-), 男, 教授, 博士, 研究方向为复杂系统建模与优化、智能计算与计算智能、大数据与深度学习等。

E-mail: zhaojia925@163.com

0 引言

现实生活中许多优化问题存在着多个相互约束且冲突的目标, 这类问题称为多目标优化问题 (multi-objective optimization problem, MOP)^[1]。由于各优化目标之间的冲突性, MOP难以同时优化所有目标^[2], 而是在权衡所有目标函数下获得一组最优解集, 即 Pareto 最优解集^[3]。多目标进化算法 (multi-objective evolutionary algorithm, MOEA)^[4]具有种群搜索及自适应等特点, 通过信息共享实现相互学习, 给解决 MOP 提供了新方向^[5]。

MOEA 主要分类: ①基于 Pareto 支配的 MOEA, 如 NSGA^[6]、NSGAI^[7]、NSGAIII^[8]、MOGA^[9]等。这类算法参数少、结构简单且易于实现, 但面对高维问题时, 表现不佳。②基于目标分解的 MOEA, 如 MOEA/D^[10]、MOEA/D-DE^[11]、基于多层交互偏好的分解多目标优化算法 (multi-layer interaction preference based MOEA through decomposition, MLIP-MOEA/D)^[12]等。这类算法将多个目标分解成单一目标, 收敛速度较快, 但解集收敛性较差。③基于指标的 MOEA, 如基于指标的多目标进化算法 (indicator-based MOEA, IBEA)^[13]、HypE^[14]等。这类算法的解集针对指标而言是优良解集, 但易导致算法时间复杂度增加。④基于群体智能的 MOEA, 如 MOPSO^[15]、MOGWO^[16]等。这类算法把元启发式算法与进化机制融合求解多目标问题, 具有编程实现简单, 易于理解等特点, 但该类算法的数学理论基础较为薄弱, 参数设置没有确切的理论依据。

文献[17]通过总结萤火虫的群体行为, 提出了萤火虫算法 (firefly algorithm, FA)。相比于其他进化算法, FA 参数少、学习机制易于理解、容易编程实现。为将 FA 应用于 MOP, 文献[18]提出了多目标萤火虫算法 (multi-objective FA, MOFA)。MOFA 对 FA 中的进化公式进行了优化, 让 FA 中的随机项随迭代次数呈非线性递减, 以权重比的方式确定当前最优解。MOFA 继承了 FA 的优势, 但仅依靠支配解或最优解进化, 这种单一的进化

机制导致 MOFA 在求解 MOP 时陷入早熟, 致使获得的 Pareto 最优解集的收敛性和多样性不佳。

为增强 Pareto 最优解集性能, 文献[19]提出基于非支配排序的多目标萤火虫算法 (a non-dominated sorting FA for multi-objective optimization, MONSFA)。在搜索到非支配解时提供两种学习策略, 提高了算法搜索范围, 同时引入 NSGA-II 的非支配排序和拥挤度生成子代以及档案维护。文献[20]提出一种混合型多目标萤火虫算法 (hybrid MOFA, HMOFA), 改进初始种群的产生方式, 采取三点最短路径档案维护策略。文献[21]提出了一种基于补偿因子与精英学习的多目标萤火虫算法 (MOFA based on compensation factor and elite learning, CFMOFA)。加入补偿因子提高搜索效率, 引入档案精英扩大求解范围。文献[22]提出了一种基于最大最小策略和非均匀变异的萤火虫算法 (heterogeneous variation FA with maximin strategy, HVFA-M), 引入多样性维护策略和非均匀变异提高算法的勘探能力。上述改进算法在一定程度上改善了 MOFA 优化效果, 但多数改进后的学习公式依旧单一, 没有充分利用不同个体间的差异, 无法有效互补。

上述 MOFA 及其改进算法在一定程度上增强了 Pareto 最优解集性能, 但大多数是局部优化, 并未在算法全局性能上取得进步, 且进化策略单一, 算法局限性较大。主要原因在于: ①采用全吸引模型进行学习, 没有明确引导个体, 易出现振荡, 收敛性较差; ②位置更新公式较单一, 不能很好地利用优势解。基于上述分析, 本文提出一种层级引导的增强型多目标萤火虫算法 (hierarchical guided enhanced MOFA, HGEMOFA)。HGEMOFA 具有如下特点: ①构建层级引导模型, 明确引导目标, 解决振荡问题, 增强算法收敛性能; ②引入莱维飞行^[23], 避免算法陷入早熟, 同时增强算法的全局开发能力; ③加入变异机制, 帮助算法跳出局部最优解, 增强局部开发能力; ④通过环境选择策略保留优良个体, 增强获得

<http://www.china-simulation.com>

• 1153 •

Pareto解集的综合性能。

1 相关知识

1.1 多目标优化问题

以最小化问题为例，建立多目标优化问题的数学模型：

$$\begin{cases} \min \mathbf{y} = F(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})] \\ \text{s.t. } g_i(\mathbf{X}) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p \\ h_j(\mathbf{X}) = 0, j = 1, 2, \dots, q \\ \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbf{X} \subset \mathbf{R}^n \\ \mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_m] \in \mathbf{Y} \subset \mathbf{R}^m \end{cases} \quad (1)$$

式中： \mathbf{x} 为决策向量； n 为决策变量的维度； \mathbf{X} 为已知的 n 维决策空间； \mathbf{y} 为目标向量； m 为目标数； \mathbf{Y} 为未知的 m 维的目标空间； $g_i(\mathbf{X})$ 为 p 个不等式约束； $h_j(\mathbf{X})$ 为 q 个等式约束。对于任意的2个解向量 $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in \mathbf{X}$ ，当且仅当

$$\begin{cases} \forall l \in \{1, 2, \dots, m\}; f_l(\mathbf{x}_i) \leq f_l(\mathbf{x}_j) \\ \exists h \in \{1, 2, \dots, m\}; f_h(\mathbf{x}_i) < f_h(\mathbf{x}_j) \end{cases} \quad (2)$$

称 \mathbf{x}_i Pareto 支配 \mathbf{x}_j ，记做 $\mathbf{x}_i \prec \mathbf{x}_j$ 。如果 $\neg \exists \mathbf{x} \in \mathbf{X}$ ，让 $\mathbf{x} \prec \mathbf{x}^*$ 成立，则 \mathbf{x}^* 定义为非支配解个体，种群中所有的非支配解个体在决策空间中组成的集合称之为 Pareto 最优解集 (Pareto-optimal set, PS)，这些最优解集在目标空间对应的点集合称为 Pareto 前沿。

1.2 多目标萤火虫算法

MOFA 模拟自然界中萤火虫发光吸引配偶的行为^[18]，具有参数简单且个数少，容易实现等优点。MOFA 将决策空间中的决策向量看成萤火虫，把目标空间中的目标向量看成萤火虫的光亮程度。将搜索过程模拟成亮度小的萤火虫向亮度大的萤火虫移动的过程。

(1) 吸引力。萤火虫 i 和萤火虫 j 之间的吸引力为

$$\beta_{ij}(r_{ij}) = \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} \quad (3)$$

式中： β_0 为最大吸引力，即在光源 $r=0$ 处的吸引力，通常取值为 1； γ 为光吸收系数，

$\gamma \in [0.01, 100]$ ； r_{ij} 为萤火虫 i 到萤火虫 j 的空间距离，一般用欧氏距离表示。

(2) 萤火虫位置更新。萤火虫算法的位置更新公式分为两种：

1) 萤火虫 i 在搜索过程中找到了被支配的萤火虫 j ，此时萤火虫 i 的位置更新为

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + \beta_{ij}(r_{ij}) \cdot (\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)) + \alpha_i \mathbf{\epsilon}_i^t \quad (4)$$

式中： t 为算法当前的迭代次数； $\mathbf{x}_i(t)$ 和 $\mathbf{x}_j(t)$ 分别为萤火虫 i 和萤火虫 j 当前位置； $\mathbf{x}_i(t+1)$ 为萤火虫 i 经过迭代后的新位置； α_i 为步长因子，一般取 $[0, 1]$ ； $\mathbf{\epsilon}_i^t$ 为由高斯分布、均匀分布或其他分布得到的随机数向量。

2) 萤火虫 i 在搜索过程中没有找到被支配的萤火虫，此时萤火虫 i 的位置更新为

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{g}_i^t + \alpha_i \mathbf{\epsilon}_i^t \quad (5)$$

式中： \mathbf{g}_i^t 为将多目标函数降维成单目标的函数，其方法为把每一个目标值通过随机加权求和，组合成单目标函数。

2 层级引导的增强型多目标萤火虫算法

2.1 算法思想

标准 MOFA 中，每只萤火虫会向所有优于自身的萤火虫进化，这种进化模型称为全吸引模型。假设种群数为 N ，问题维度为 D ，对问题 f 求解其函数值的时间复杂度为 $O(f)$ ，则种群进化一代的时间复杂度为 $O(N^2(d+f))$ 。每进化一代，每只萤火虫会被优于自身的萤火虫吸引，导致频繁移动，产生振荡，不利于解集的收敛。更严重的是，全吸引模型加重了最优势解的吸引力，整个种群向最优势解方向进化，易产生聚集现象。一旦产生聚集现象，算法极易陷入早熟。为解决进化中出现的振荡，增强算法收敛性，减少聚集现象，提出层级引导模型。层级引导模型利用非支配排序给每只萤火虫划分层级，优势层个体作为劣势层个体的引导对象。考虑到当最优势层的个体较少

时, 剩下其他层个体只朝着这部分个体进化可能导致算法出现聚集现象, 这不利于解集的收敛性和多样性。为解决聚集现象又能确保萤火虫朝着优势解进化, 随机选取比当前待进化个体层级更优的任一层级中的个体作为引导对象。由于最优个体找不到引导对象, 为增强算法的全局开发能力以及避免算法后期积累过多最优势层个体时, 算法寻优陷入停滞, 对最优势层个体加入莱维飞行^[21]。层级引导模型每只萤火虫在每一轮迭代过程中, 只移动一次, 种群进化一代的时间复杂度降为 $O(N(d+f))$, 时间复杂度远小于 MOFA, 同时有效解决了全吸引模型中多次移动产生的振荡, 个体进化方向不再强调朝着最优势层个体, 有效减少聚集现象的出现。另外, MOFA 跳出局部最优能力较弱, 为增强 HGEMOFA 算法跳出局部最优的能力, 提高局部开发能力, 扩大搜索区域, 添加变异机制, 每代进化完成后, 对当前种群进行变异。为保证优良个体进入下代进化, 将变异后种群与前一代种群合并, 采用环境选择策略筛选优良个体。

2.2 层级引导

层级引导分为两个过程:

(1) 分层级。分层级的依据是非支配排序, 利用非支配排序对种群进行层级划分。HGEMOFA 采用文献[7]提出的快速非支配排序算法: ①利用支配关系找出不被支配的个体定义为第一层级即最优势层, 同时获得所有个体的被支配数; ②找出剔除第一层级个体后被支配数为 0 的个体, 定义为第二层级; 以此类推直到完成全部个体的层级排序, 此时分层级阶段结束。

(2) 引导。种群个体分层后, 个体被分成属于最优势层和不属于最优势层两类。

当萤火虫 i 不属于最优势层个体时, 萤火虫 i 的位置更新为

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + \beta_0 e^{-\gamma_{ij}^2} \cdot (\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)) + \alpha_i \varepsilon_i^t \quad (6)$$

标准 MOFA 的取值为 1, 搜索早期较大的吸

引力能增加搜索步长, 解集能快速收敛到真实 Pareto 前沿附近, 在搜索后期时, 随着搜索已经逼近 Pareto 前沿, 不再适合较大的搜索步长, 需要较小的步长进行局部搜索。较小的吸引力能得到较小的搜索步长。在建立层级引导模型后, 由于个体随机选择优势层的引导对象, 故可能存在引导对象层级靠前, 距离个体较远, 导致吸引力较小, 个体不能快速收敛到引导对象附近的问题。为解决上述问题, 本文将 β_0 设置为

$$\beta_0 = (\beta_{\min} + (1 - t/t_{\max})^{1/t}) \quad (7)$$

式中: β_{\min} 为最小吸引力; t 为当前迭代次数; t_{\max} 为算法设定的最大迭代次数。

由式(7)可知, 吸引力随着迭代次数增加而减小。算法搜索早期可以获得较大的吸引力, 增加算法早期的搜索步长, 提高搜索效率; 算法搜索后期, 算法能获得较小的吸引力。动态的吸引力满足了算法在不同搜索时期对吸引力的不同要求。设置最小吸引力解决了个体较远, 吸引力可能较小的问题。经过多次实验比较, β_{\min} 取值为 1.5。

当萤火虫 i 属于最优势层个体时, 萤火虫 i 的位置更新为

$$\mathbf{x}_i^{F_1}(t+1) = \mathbf{x}_i^{F_1}(t) \oplus L \quad (8)$$

式中: F_1 为最优势层; $\mathbf{x}_i^{F_1}(t)$ 为最优势的萤火虫 i 当前的位置; \oplus 为点对点乘法; L 为莱维飞行产生的随机扰动。

为验证提出的层级引导模型的有效性, 对构建层级引导模型前后的实验结果进行比较。图 1 展示了 MOFA 采用全吸引模型和层级引导模型, 获得的 ZDT1 问题第 10 次迭代的 Pareto 前沿, 坐标系代表个体在二维平面上的位置。

从图 1 可知, 没有构建层级引导模型时, 种群出现大量“聚集现象”, 通过观察纵坐标可以看出, 当前种群收敛性最好的个体仅收敛到 1.5 左右, 收敛性较差。在构建层级引导模型后, 种群中的“聚集现象”得到较大改善, 解集迅速收敛到逼近真实 Pareto 前沿, 算法收敛性得到增强。

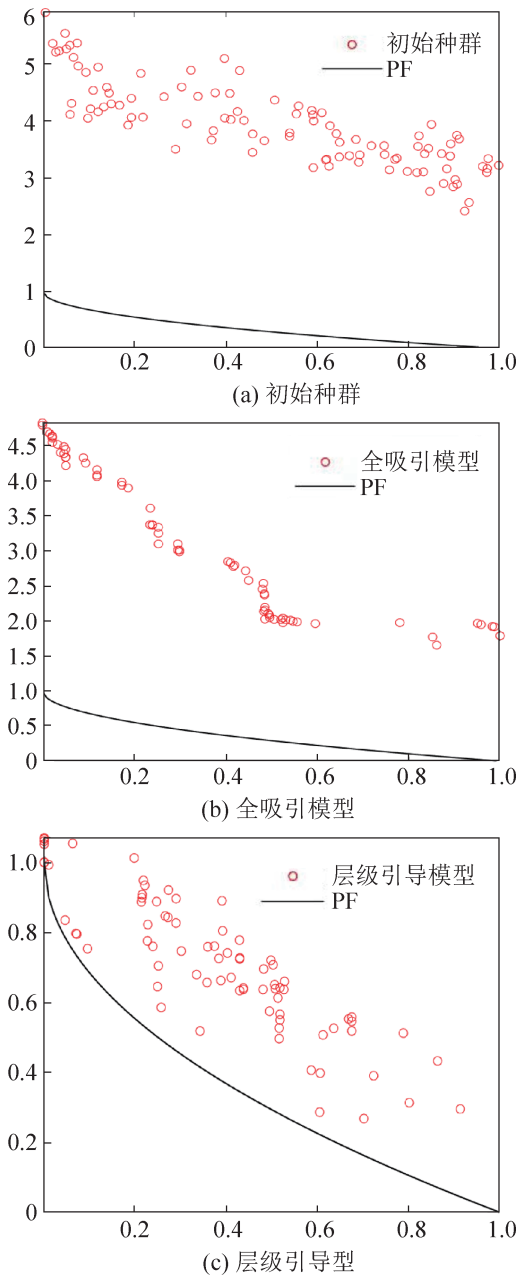


图1 MOFA用不同模型获得的ZDT1问题的Pareto前沿
Fig. 1 Pareto frontiers of ZDT1 problems obtained by MOFA with different models

2.3 变异机制

本文借鉴遗传算法中的变异操作^[24]。设个体 $\mathbf{x}_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})$ 的第 k 维决策变量空间界限为 $[V_{\min}, V_{\max}]$ ，变异率为

$$u_m = l/d \quad (9)$$

式中： d 为决策变量维度； l 为随机选择进行变异的维度个数。

u_m 决定个体在变异阶段的维度个数，故 u_m 的选取不易过大，过大易导致变异后的种群偏离最优化方向，过小也让变异失去作用。多次实验后将 u_m 设置为0.1为宜， d 不足10维时，随机选取某1维进行变异；当计算得到的 l 不为整数时，采用四舍五入法确定变异的维度个数。个体的变异公式为

$$\mathbf{x}_{ik}(t+1) = \mathbf{x}_{ik}(t) + \sigma(V_{\max} - V_{\min}) \cdot \varepsilon'_{ik} \quad (10)$$

式中： \mathbf{x}_{ik} 为第 i 个个体的第 k 个维度； σ 为步长因子，取值为0.2； $\varepsilon'_{ik} \in [-1, 1]$ 为服从正态分布的实数。

变异机制过程为：确定 u_m 大小后，根据当前测试问题由式(9)得出具体的变异维度个数 l 。将经过层级引导步骤后得到的新种群中的个体逐个随机选择其 l 维后，由式(10)得到新个体，最终获得变异后的新种群。

2.4 环境选择

变异后种群 Q_t 和前一代种群 P_t 合并成种群个数为 $2N$ 的种群 R_t 。为筛选出 N 个个体进入下一次迭代，对合并后的种群采用快速非支配排序法，按层级选择个体，直到选择到 F_l 层，而此时在 F_1, F_2, \dots, F_{l-1} 层已经保留了 K 个个体，需要从 F_l 层 M 个个体筛选出 $N-K$ 个个体。此时有两种情况：

(1) F_l 层中的个体数 M 恰好为剩余需要选择的个体数即 $M=N-K$ 时，将层中个体全部选择。

(2) F_l 层中的个体数大于剩余需要选择的个体数即 $M>N-K$ 时，借鉴CMOPSO的截断策略^[25]筛选个体。

本文的算法流程如算法1所示。

算法1 HGEMOFA

输入：决策变量维度 d ，种群规模 N ，最大迭代次数 t_{\max} ，光吸收系数 γ ，最小吸引力 β_{\min} ，步长因子 α_t ，变异率 u_m

输出：种群 P_t

(1) 种群初始化，并计算每一个目标函数上的

适应值。

(2) 非支配排序后按照支配关系划分最优势层和非最优势层。

(3) 非最优势层的个体按照式(6)(7)进化。

(4) 最优势层个体按照式(8)进化。

(5) 将经过步骤(3)和(4)的种群合并后进行变异操作。

(6) 将经过步骤(5)的种群进行环境选择后产生新的种群。

(7) 判断当前迭代数是否为最大迭代数, 若不足, 则跳转到步骤(2); 反之, 输出最终结果。

3 实验结果与分析

3.1 测试函数

为测试 HGEMOFA 的性能, 选取 9 个经典多目标问题进行测试。这 9 个测试问题由 4 个 2 目标函数^[26]和 5 个 3 目标函数组成^[27]。多目标测试函数的定义如表 1 所示。

表 1 测试函数集
Table 1 Set of test functions

问题	目标数	约束	问题特征
ZDT1	2	$n=30$	凸型
ZDT2	2	$n=30$	凹型
ZDT3	2	$n=30$	非连续型
ZDT6	2	$n=10$	凹型+多模态+有偏
DTLZ1	3	$n=7$	线性+多模态
DTLZ2	3	$n=12$	凹型
DTLZ4	3	$n=12$	凹型+有偏
DTLZ6	3	$n=12$	凹型+退化+有偏
DTLZ7	3	$n=12$	不连续+混合+多模态

注: $n=12, 0 \leq x_i \leq 1, i=1, 2, \dots, n$

3.2 与经典多目标优化算法比较

为评估 HGEMOFA 的性能, 将 HGEMOFA 与 MOEA/D^[10]、MOPSO^[15]、NSGAI^[7]、PESAI^[28]、MOFA^[17] 5 种经典多目标优化算法进行比较。具体参数设置: HGEMOFA 中 $\alpha=0.2$ 、 $\beta_{\min}=1.5$ 、 $\gamma=1$ 、 $u_m=0.1$ 、 $\sigma=0.2$; MOFA 中 $\alpha=0.2$ 、 $\beta_0=1$ 、 $\gamma=1$; 其余采用 PlatEMO^[29] 平台的参数设置。

为验证 HGEMOFA 的收敛性和分布性, 选择 GD^[30]、SP^[31] 性能评价指标, 以量化的方式直观地比较各算法性能。其中, GD 指标衡量算法所求 Pareto 前沿和真实 Pareto 前沿逼近程度, GD 值越小代表算法获得的 Pareto 前沿收敛性越好; SP 指标衡量算法求得的 Pareto 前沿的分布性, SP 值越小代表算法获得的 Pareto 前沿分布性越好。为进一步分析算法的综合性能, 防止出现算法由于收敛不佳而分布更广的问题, 采用 IGD^[32] 综合评价算法的收敛性和多样性, IGD 值越小代表算法的综合性能越好。为保证比较的公平性, 所有算法均在 Matlab 2021b 下编写, 实验操作平台为 PlatEMO-3.4, 且在同一环境内运行; 所有算法独立运行 30 次, 记录各指标的均值和方差, 2 目标测试问题种群规模设置为 100, 最大评估次数为 30 000, 3 目标测试问题种群规模设置为 200, 最大评估次数为 120 000。

表 2~4 展示了 HGEMOFA 与 5 种经典算法在 GD、SP、IGD 上的均值、方差。从表 2 来看, HGEMOFA 在 9 个测试函数中取得了 6 次最优, 其中, 2 目标测试问题全部占优, 5 个 3 目标问题占优 2 个, 除去 DTLZ1 问题与最优的 MOEA/D 有差距外, 剩下 DTLZ2 和 DTLZ4 与占优的 MOEA/D 差距较小。充分体现出 HGEMOFA 寻优效果好, 收敛性强的特点。从表 3 来看, HGEMOFA 在 9 个测试函数中取得了 6 次最优, 其中, 4 个 2 目标占优 3 个, 5 个 3 目标问题占优 3 个, 值得指出的是, 在 ZDT3 和 DTLZ7 问题上 HGEMOFA 的 SP 值与最优值之间量级相同, 即两者差异性小。可以看出无论是在求解 2 目标问题或是 3 目标问题, HGEMOFA 都在求解时体现出良好的分布性。从表 4 来看, 9 个测试函数中 HGEMOFA 占优了 7 个, 2 目标问题全部占优, 在 5 个 3 目标问题占优 3 个, 且在不占优的 DTLZ1、DTLZ2 上与最优值之间并无较大差距。由此可以看出, HEGMOFA 求解问题时在收敛性和多样性方面具有较好的性能。

表 2 HGEMOFA 与 5 种经典算法在 GD 上的实验结果
Table 2 Experimental results of HGEMOFA and 5 classical algorithms on GD

问题	指标	HGEMOFA	MOPSO	MOEA/D	NSGAI	PESAI	MOFA
ZDT1	均值	5.74e-05	8.98e-02	5.67e-04	1.67e-04	1.82e-04	5.82e-02
	方差	(2.68e-5)	(2.20e-2)	(1.52e-4)	(4.83e-5)	(6.60e-5)	(2.73e-2)
ZDT2	均值	3.83e-05	1.16e+00	1.48e-03	1.34e-04	2.14e-04	2.96e-02
	方差	(2.49e-5)	(6.51e-1)	(1.01e-3)	(3.07e-5)	(1.02e-4)	(6.49e-3)
ZDT3	均值	6.05e-05	1.01e-01	2.28e-03	7.84e-05	1.20e-04	3.68e-02
	方差	(1.98e-3)	(3.56e-2)	(1.98e-3)	(2.51e-5)	(6.33e-5)	(2.47e-2)
ZDT6	均值	3.55e-06	4.45e-02	8.17e-04	3.81e-05	1.11e-02	1.88e-01
	方差	(1.88e-4)	(9.13e-2)	(1.88e-4)	(1.80e-5)	(1.44e-2)	(2.42e-2)
DTLZ1	均值	6.01e-04	3.87e+00	1.36e-04	1.64e-04	3.00e-02	2.60e+00
	方差	(1.89e-6)	(8.74e-1)	(1.89e-6)	(1.26e-4)	(8.15e-2)	(1.48e+0)
DTLZ2	均值	3.62e-04	4.58e-03	3.57e-04	7.63e-04	7.93e-04	4.19e-04
	方差	(4.56e-7)	(1.11e-3)	(4.56e-7)	(7.62e-5)	(9.33e-5)	(2.40e-4)
DTLZ4	均值	3.54e-04	1.76e-02	3.49e-04	7.37e-04	7.85e-04	1.52e-03
	方差	(3.53e-5)	(1.02e-2)	(3.53e-5)	(5.75e-5)	(8.25e-5)	(1.29e-3)
DTLZ6	均值	3.37e-06	1.54e-01	2.08e-03	3.48e-06	3.39e-06	2.89e-01
	方差	(1.18e-7)	(7.17e-2)	(5.19e-3)	(9.66e-8)	(1.62e-7)	(1.96e-2)
DTLZ7	均值	1.10e-03	7.48e-02	2.38e-03	1.68e-03	1.56e-03	8.43e-02
	方差	(3.14e-4)	(1.28e-1)	(3.14e-4)	(2.41e-4)	(3.87e-4)	(6.87e-2)

表 3 HGEMOFA 与 5 种经典算法在 SP 上的实验结果
Table 3 Experimental results of HGEMOFA and 5 classical algorithms on SP

问题	指标	HGEMOFA	MOPSO	MOEA/D	NSGAI	PESAI	MOFA
ZDT1	均值	3.72e-03	1.23e-02	7.24e-03	7.00e-03	1.09e-02	1.25e-02
	方差	(6.77e-4)	(1.66e-3)	(2.24e-3)	(6.07e-4)	(1.52e-3)	(2.02e-3)
ZDT2	均值	3.86e-03	7.89e-03	1.36e-02	7.06e-03	1.07e-02	1.08e-02
	方差	(4.90e-4)	(1.51e-3)	(3.54e-3)	(6.91e-4)	(1.28e-3)	(6.81e-4)
ZDT3	均值	8.51e-03	1.38e-02	2.27e-02	7.71e-03	1.27e-02	6.57e-03
	方差	(2.09e-3)	(2.87e-3)	(5.41e-3)	(7.66e-4)	(2.50e-3)	(2.35e-3)
ZDT6	均值	2.61e-03	3.65e-02	3.87e-03	5.99e-03	3.67e-02	6.39e-03
	方差	(3.79e-4)	(4.51e-2)	(5.33e-4)	(5.20e-4)	(5.82e-2)	(5.47e-3)
DTLZ1	均值	5.26e-03	2.65e+00	1.01e-04	1.58e-02	3.81e-01	5.74e-02
	方差	(3.28e-4)	(9.37e-1)	(1.70e-5)	(1.69e-3)	(1.26e+0)	(7.82e-2)
DTLZ2	均值	1.57e-02	4.28e-02	3.79e-02	3.91e-02	3.93e-02	2.53e-02
	方差	(1.10e-3)	(3.84e-3)	(8.62e-6)	(2.16e-3)	(1.99e-3)	(1.09e-2)
DTLZ4	均值	1.85e-02	3.39e-02	3.47e-02	4.04e-02	4.05e-02	2.46e-02
	方差	(1.50e-3)	(1.86e-2)	(9.44e-3)	(2.18e-3)	(1.94e-3)	(8.64e-3)
DTLZ6	均值	1.64e-03	8.21e-02	2.30e-02	5.58e-03	7.72e-03	1.97e-01
	方差	(1.29e-4)	(6.11e-2)	(4.10e-2)	(3.11e-4)	(1.30e-3)	(1.87e-2)
DTLZ7	均值	2.89e-02	2.26e-02	1.35e-01	4.84e-02	4.41e-02	5.06e-02
	方差	(2.43e-3)	(1.13e-2)	(1.42e-3)	(5.65e-3)	(5.41e-3)	(1.27e-2)

表4 HGEMOFA与5种经典算法在IGD上的实验结果
Table 4 Experimental results of HGEMOFA and 5 classical algorithms on IGD

问题	指标	HGEMOFA	MOPSO	MOEA/D	NSGAI	PESAII	MOFA
ZDT1	均值	3.82e-03	8.75e-01	1.12e-02	4.78e-03	1.06e-02	3.70e-02
	方差	(6.36e-5)	(1.99e-1)	(2.15e-3)	(1.61e-4)	(1.50e-3)	(4.30e-3)
ZDT2	均值	3.86e-03	1.72e+00	2.58e-02	4.86e-03	1.16e-02	4.62e-02
	方差	(3.66e-5)	(4.28e-1)	(3.41e-2)	(2.44e-4)	(1.91e-3)	(7.90e-3)
ZDT3	均值	5.24e-03	7.85e-01	2.95e-02	6.36e-03	2.12e-02	1.87e-02
	方差	(4.13e-4)	(2.47e-1)	(1.20e-2)	(5.35e-3)	(2.16e-2)	(2.78e-3)
ZDT6	均值	3.09e-03	1.93e-01	6.98e-03	3.72e-03	7.41e-03	1.56e+00
	方差	(3.98e-5)	(9.14e-1)	(1.27e-3)	(1.54e-4)	(6.12e-4)	(1.49e-1)
DTLZ1	均值	1.62e-02	4.46e+00	1.37e-02	1.89e-02	1.80e-02	5.21e-02
	方差	(1.87e-3)	(1.87e+0)	(1.22e-5)	(6.89e-4)	(6.43e-4)	(1.63e-2)
DTLZ2	均值	3.67e-02	7.09e-02	3.63e-02	4.88e-02	4.49e-02	1.31e-01
	方差	(1.79e-4)	(6.68e-3)	(1.92e-7)	(1.39e-3)	(8.99e-4)	(3.95e-2)
DTLZ4	均值	3.95e-02	1.71e-01	1.39e-01	4.82e-02	4.57e-02	1.32e-01
	方差	(5.08e-4)	(1.15e-1)	(1.54e-1)	(1.39e-3)	(8.61e-4)	(1.69e-2)
DTLZ6	均值	2.04e-03	1.64e+00	2.26e-02	2.92e-03	7.71e-03	3.13e+00
	方差	(1.13e-5)	(7.34e-1)	(4.30e-6)	(1.31e-4)	(1.46e-3)	(3.15e-1)
DTLZ7	均值	3.94e-02	1.48e+00	1.14e-01	5.24e-02	6.01e-02	8.45e-02
	方差	(4.80e-4)	(7.08e-1)	(1.05e-3)	(2.35e-3)	(5.42e-2)	(4.38e-3)

为直观地比较各算法在3种指标的占优情况,表5展示了6种算法在GD、SP、IGD这3指标上占优的统计情况。从统计结果来看, HGEMOFA在9个测试问题的3种指标共占优19次,其次是MOEA/D占优6次, PESAII和NSGAI最差占优0次。综合考量, HGEMOFA对其他比较算法而言具有显著的优势。

表5 各算法占优统计

Table 5 Each algorithm dominates statistics

算法	GD	SP	IGD	合计
HGEMOFA	6	6	7	19
MOPSO	0	1	0	1
MOEA/D	3	1	2	6
NSGAI	0	0	0	0
PESAII	0	0	0	0
MOFA	0	1	0	1

为更深入地对比各算法的优劣,表6展示了在Friedman检验下6种算法在3种评价指标下的秩平均值。Friedman检验用于评估样本之间的差异,

秩平均值越小代表算法性能越佳。从表6可以看出, HGEMOFA的3种指标的秩平均值都是最好的,且与第二的NSGAI的秩平均值差距较大。Friedman检验实验结果表明, HGEMOFA对比其余5种经典算法在求解问题时算法的求解精度和解集的分布性方面都是最佳的,综合性能最好。

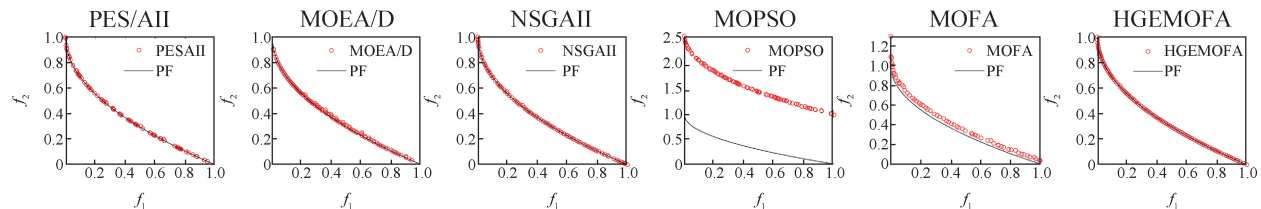
表6 6种算法在GD、SP和IGD上
基于Friedman检验的平均排名

Table 6 Average ranking of 6 algorithms on GD, SP and IGD based on Friedman test

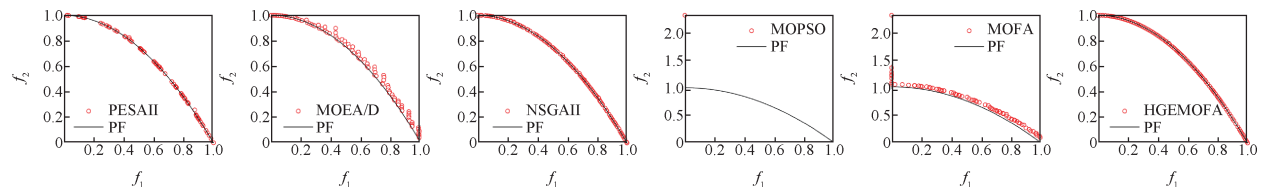
算法	GD	SP	IGD
HGEMOFA	1.44	1.44	1.22
MOPSO	5.67	4.33	5.67
MOEA/D	2.89	3.89	3.56
NSGAI	2.56	3.00	2.56
PESAII	3.33	4.44	3.11
MOFA	5.11	3.89	4.89

为更直观地体现HGEMOFA性能优势,图2展示各算法在9个MOPs上的Pareto前沿拟合图。从图2可以看出, HGEMOFA在2目标测试问题的

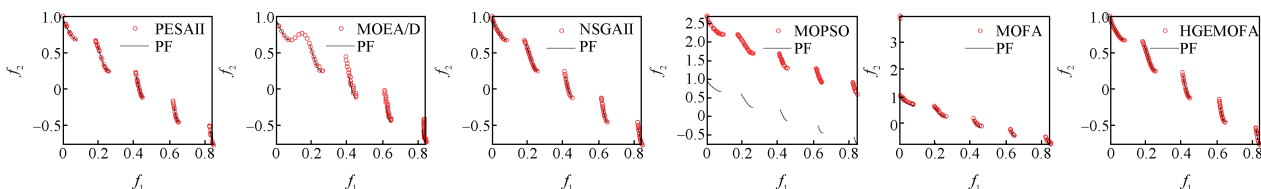
前沿线和 3 目标测试问题的前沿面都具有良好的收敛性和分布性。



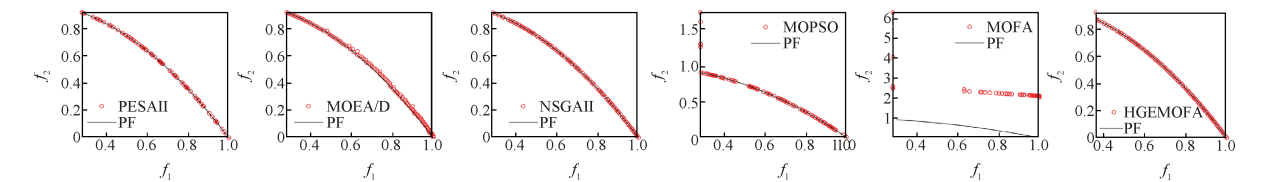
(a) ZDT1



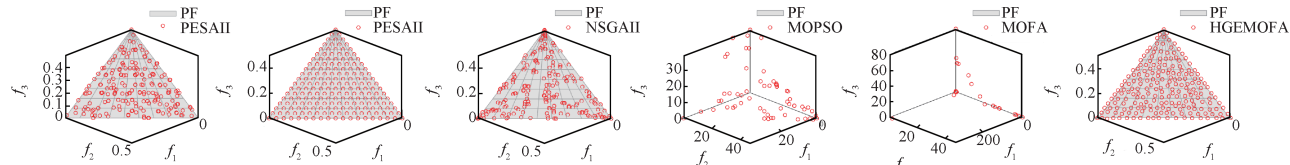
(b) ZDT2



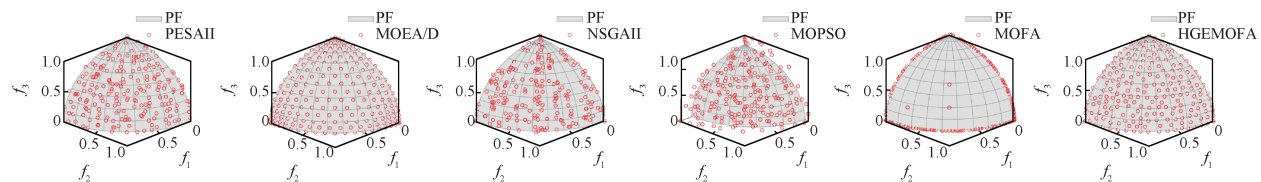
(c) ZDT3



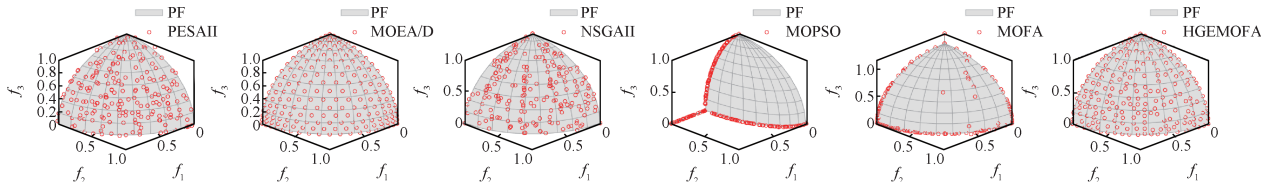
(d) ZDT6



(e) DTLZ1



(f) DTLZ2



(g) DTLZ4

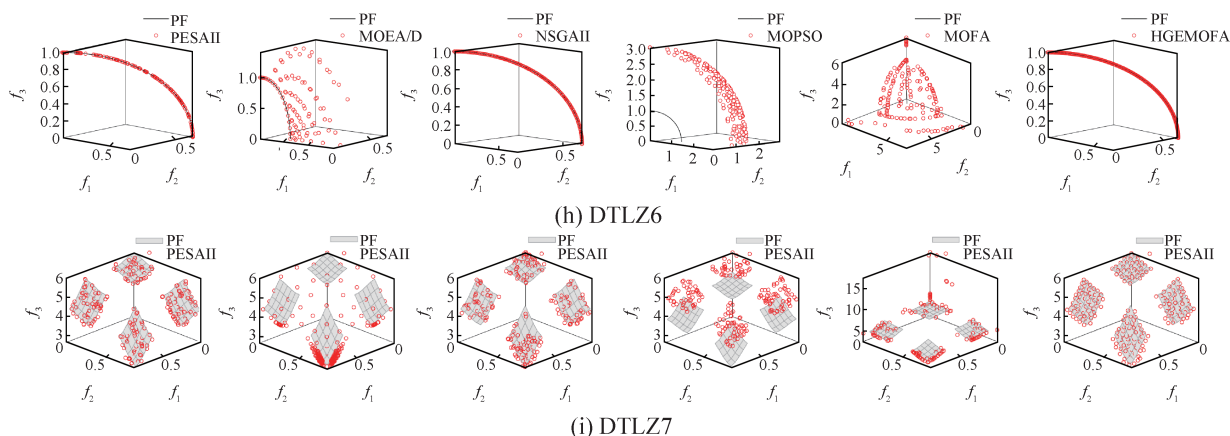


图 2 各算法的 Pareto 前沿拟合图
Fig. 2 Pareto front fitting graph of each algorithm

3.3 与新兴多目标优化算法比较

为进一步测试 HGEMOFA 的性能，将 HGEMOFA 与 CMOPSO^[25]、NMPSO^[33]、CFMOFA^[21]、RVEAiGNG^[34]、MMOPSO^[35]、SMPSO^[36]、NSGA-II-SDR^[37]、MOPSO-CD^[38]、NLS^[39]、dMOPSO^[40]、MOEAPSL^[41] 进行比较。具体参数设置：HGEMOFA 中 $\alpha=0.2$ 、 $\beta_{\min}=1.5$ 、 $\gamma=1$ 、 $u_m=0.1$ 、 $\sigma=0.2$ ；CFMOFA 中 $\alpha=0.2$ 、 $\beta_0=1$ 、 $\gamma=1$ ；其余采用 PlatEMO^[29] 平台的参数设置。

采用和 3.1 节相同的测试问题，选择 IGD 评价算法的综合性能。为保证实验的公平性，所有算法独立运行 30 次，记录 IGD 的均值。实验设置同 3.2 节。实验结果见表 7。

根据表 7 可知，HGEMOFA 在 9 个测试问题中取得了 7 次占优，CMOPSO 和 RVEAiGNG 分别占优一次，剩下算法均无一占优。表 8 展示了 HGEMOFA 与 11 种 MOEA 在 IGD 上基于 Friedman 检验的平均排名，HGEMOFA 的秩平均值最小，排名第十，与排名第 2 的 CMOPSO 的秩平均值有较大差异，反映了 HGEMOFA 在 IGD 指标上与 11 种 MOEA 有显著优势，体现了 HGEMOFA 求解时有较好的收敛性和多样性。

综上，HGEMOFA 在面对多数测试问题时，都表现出较好的收敛性和分布性，获得的 Pareto 前沿也具有不错的拟合效果，是一种可靠的多目标优化算法。

表 7 HGEMOFA 与 11 种 MOEA 在 IGD 上的实验结果
Table 7 Experimental results of HGEMOFA and 11 MOEA on IGD

算法	ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT6	DTLZ1	DTLZ2	DTLZ4	DTLZ6	DTLZ7
HGEMOFA	3.82e-03	3.87e-03	5.24e-03	3.10e-03	1.62e-02	3.67e-02	3.96e-02	2.04e-03	3.95e-02
CMOPSO	4.21e-03	4.12e-03	4.64e-03	3.10e-03	7.57e-01	3.97e-02	4.12e-02	2.09e-03	5.23e-02
NMPSO	2.79e-02	1.92e-02	1.01e-01	4.41e-03	1.69e-02	5.67e-02	1.06e-01	1.29e-02	4.58e-02
NLS	2.43e-01	4.49e-01	2.17e-01	5.89e-03	1.54e-01	3.79e-02	1.48e-01	2.19e-03	8.58e-02
CFMOFA	8.79e-03	1.31e-02	1.45e-02	9.77e-02	1.56e+02	6.01e-02	9.10e-02	5.65e-01	5.59e-02
RVEAiGNG	4.07e-03	4.14e-03	7.80e-03	3.28e-03	1.44e-02	4.00e-02	3.97e-02	2.32e-03	5.00e-02
MMOPSO	4.91e-03	5.03e-03	5.41e-03	4.29e-03	2.82e-02	4.93e-02	4.88e-02	3.37e-03	9.42e-02
SMPSO	4.95e-03	4.96e-03	5.37e-03	3.86e-03	1.27e+00	4.86e-02	2.54e-01	2.64e-03	8.82e-02
NSGAIIISDR	6.92e-03	5.23e-03	1.38e-02	4.40e-03	1.84e-02	4.35e-01	3.87e-01	3.40e-02	5.97e-02
MOPSOCD	4.00e-03	4.11e-03	4.75e-03	3.39e-03	1.19e+01	4.83e-02	1.18e-01	2.63e-03	5.73e-02
dMOPSO	1.52e-02	1.33e-01	1.66e-02	3.22e-03	1.45e+00	9.03e-02	2.39e-01	2.25e-02	1.00e-01
MOEAPSL	4.62e-03	4.75e-03	6.27e-03	3.62e-03	1.97e-02	5.04e-02	4.91e-02	2.66e-03	5.43e-02

表8 各算法在IGD上基于Friedman检验的平均排名
Table 8 Average ranking of algorithms on IGD based on Friedman test

平均排名	算法	秩平均值
1	HGEMOFA	1.33
2	CMOPSO	3.33
3	RVEAiGNG	3.56
4	MOPSOCD	5.22
5	MOEAPSL	5.78
6	MMOPSO	6.89
7	SMPSO	7.33
8	NMPSO	8.00
9	NLS	8.56
10	NSGAIISDR	8.89
11	CFMOFA	9.44
12	dMOPSO	9.67

3.4 策略有效性分析

本文提出的HGEMOFA是MOFA与层级引导模型(S1)、变异机制(S2)和环境选择策略(S3)相结合而来。为分析层级引导模型、变异机制和环境选择策略对算法性能产生的影响，将MOFA分别与之结合进行测试。

环境选择策略是在变异机制的基础上实现的，故无法展示仅添加环境选择策略的实验结果。表9

给出了添加不同策略的MOFA在9个测试问题上得到的IGD均值，实验设置同3.2节。

表9可以看出，仅建立层级引导模型或仅添加变异机制对增强MOFA性能作用有限。在结合层级引导模型和变异机制后算法性能相较于仅建立层级引导模型或仅添加变异机制得到较大增强。这是因为算法在进化时不再发生振荡，算法迅速收敛到真实Pareto前沿，变异机制增强算法局部搜索能力，增强获得更优质解集的能力。结合变异机制和环境选择策略后算法性能也有明显改善，变异机制和环境选择策略可以保证算法在扩大搜索范围的同时不丢失优势解。在添加不同的策略时，算法性能都有不同程度的提高，从算法得到的最优值的数目上分析，结合层级引导模型、变异机制和环境选择策略的HGEMOFA最大程度增强了MOFA的性能。

表10给出了HGEMOFA与各策略组合基于IGD指标的Friedman检验结果。可以看出，HGEMOFA的性能最优。

表9 算法策略分析在IGD上的实验结果
Table 9 Experimental results of algorithm strategy analysis on IGD

问题	MOFA	MOFA+S1	MOFA+S2	MOFA+S1+S2	MOFA+S2+S3	HGEMOFA
ZDT1	3.70e-02	7.36e-03	6.08e-03	5.98e-03	4.19e-03	3.82e-03
ZDT2	4.62e-02	7.47e-03	6.35e-03	6.11e-03	4.19e-03	3.86e-03
ZDT3	1.87e-02	1.14e-02	7.12e-03	7.07e-03	5.89e-03	5.24e-03
ZDT6	1.56e+0	6.80e-03	5.93e-03	5.79e-03	3.47e-03	3.09e-03
DTLZ1	5.21e-02	2.47e-01	3.31e-02	2.64e-02	2.05e-02	1.62e-02
DTLZ2	1.30e-01	5.19e-02	5.11e-02	5.08e-02	4.10e-02	3.67e-02
DTLZ4	1.32e-01	6.30e-02	4.94e-02	4.86e-02	4.22e-02	3.95e-02
DTLZ6	3.13e+00	3.92e-03	3.27e-03	3.34e-03	2.35e-03	2.04e-03
DTLZ7	8.45e-02	5.92e-02	5.37e-02	5.33e-02	4.22e-02	3.94e-02

表10 HGEMOFA与各策略组合在IGD上基于Friedman检验的平均排名

Table 10 Average ranking of HGEMOFA and each strategy combination on IGD based on the Friedman test

平均排名	算法	秩平均值
1	HGEMOFA	1.00
2	MOFA+S2+S3	2.00
3	MOFA+S1+S2	3.11
4	MOFA+S2	3.89
5	MOFA+S1	5.11
6	MOFA	5.89

4 结论

全吸引模型易产生振荡，不利于解集的收敛，易出现聚集现象；局部开发能力较弱，陷入局部最优难以主动跳出。上述问题导致获得解集的收敛性和多样性较差。针对上述问题，本文提出层级引导的增强型多目标萤火虫算法。构建层级引导模型，消除振荡和减少聚集现象，获得更多逼近真实Pareto前沿的解集；变异机制增强局部开

发能力, 增加搜索到优势解的概率; 环境选择策略在保留优良解的同时增强综合性能。多策略合作下, 求得的 Pareto 解集具有更好的收敛性和多样性。将 HGEMOFA 与 5 种经典算法和 11 种新兴算法比较, 并在不同评价指标上分析。实验结果表明, HGEMOFA 具有良好的性能, 是解决多目标优化问题的一种行之有效的方法。

大规模多目标优化问题越来越受到关注, 对大规模多目标优化算法的研究对解决实际工程问题具有重要意义。下一步将测试 HGEMOFA 在大规模优化问题上的性能, 并用于求解实际工程问题。

参考文献:

- [1] Farag M A, El-Shorbagy M A, Mousa A A, et al. A New Hybrid Metaheuristic Algorithm for Multiobjective Optimization Problems[J]. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 2020, 13(1): 920-940.
- [2] Suraj S Meghwani, Manoj Thakur. Adaptively Weighted Decomposition Based Multi-objective Evolutionary Algorithm[J]. *Applied Intelligence*, 2021, 51(6): 3801-3823.
- [3] Emilio Barocio, Jose Regalado, Erick Cuevas, et al. Modified Bio-inspired Optimisation Algorithm with a Centroid Decision Making Approach for Solving a Multi-objective Optimal Power Flow Problem[J]. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2017, 11(4): 1012-1022.
- [4] Liagkouras K, Metaxiotis K. Enhancing the Performance of MOEAs: An Experimental Presentation of a New Fitness Guided Mutation Operator[J]. *Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence*, 2017, 29(1): 91-131.
- [5] 程鹏宇, 赵嘉, 韩龙哲, 等. 双向多尺度LSTM的短时温度预测[J]. *江西师范大学学报(自然科学版)*, 2022, 46(2): 134-139.
Cheng Pengyu, Zhao Jia, Han Longzhe, et al. The Short-term Temperature Prediction Based on Bidirectional Multi-scale LSTM[J]. *Journal of Jiangxi Normal University(Natural Sciences Edition)*, 2022, 46(2): 134-139.
- [6] Khan A, Baig A R. Multi-objective Feature Subset Selection Using Non-dominated Sorting Genetic Algorithm[J]. *Journal of Applied Research and Technology*, 2015, 13(1): 145-159.
- [7] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [8] Deb K, Himanshu Jain. An Evolutionary Many-objective Optimization Algorithm Using Reference-point-based Nondominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems with Box Constraints[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4): 577-601.
- [9] Christian von Lüken, Benjamín Barán, Carlos Brizuela. A Survey on Multi-objective Evolutionary Algorithms for Many-objective Problems[J]. *Computational Optimization and Applications*, 2014, 58(3): 707-756.
- [10] Zhang Qingfu, Li Hui. MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712-731.
- [11] Li Hui, Zhang Qingfu. Multiobjective Optimization Problems with Complicated Pareto Sets, MOEA/D and NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, 13(2): 284-302.
- [12] Liu Ruochen, Zhou Runan, Ren Rui, et al. Multi-layer Interaction Preference Based Multi-objective Evolutionary Algorithm Through Decomposition[J]. *Information Sciences*, 2020, 509: 420-436.
- [13] Basseur M, Liefooghe A, Le K, et al. The Efficiency of Indicator-based Local Search for Multi-objective Combinatorial Optimisation Problems[J]. *Journal of Heuristics*, 2012, 18(2): 263-296.
- [14] Johannes Bader, Eckart Zitzler. Hype: An Algorithm for Fast Hypervolume-based Many-objective Optimization [J]. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1): 45-76.
- [15] Coello C A C, Pulido G T, Lechuga M S. Handling Multiple Objectives with Particle Swarm Optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2004, 8(3): 256-279.
- [16] Seyedali Mirjalili, Shahrzad Saremi, Seyed Mohammad Mirjalili, et al. Multi-objective Grey Wolf Optimizer: A Novel Algorithm for Multi-criterion Optimization[J]. *Expert Systems with Applications*, 2016, 47: 106-119.
- [17] 赵嘉, 谢智峰, 吕莉, 等. 深度学习萤火虫算法[J]. *电子学报*, 2018, 46(11): 2633-2641.
Zhao Jia, Xie Zhifeng, Lü Li, et al. Firefly Algorithm with Deep Learning[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(11): 2633-2641.
- [18] Yang Xinshe. Multiobjective Firefly Algorithm for Continuous Optimization[J]. *Engineering with Computers*, 2013, 29(2): 175-184.
- [19] Tsai C W, Huang Yaoting, Chiang M C. A Non-dominated Sorting Firefly Algorithm for Multi-objective

<http://www.china-simulation.com>

- Optimization[C]//2014 14th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2014: 62-67.
- [20] 谢承旺, 肖驰, 丁立新, 等. HMOFA: 一种混合型多目标萤火虫算法[J]. 软件学报, 2018, 29(4): 1143-1162.
Xie Chengwang, Xiao Chi, Ding Lixin, et al. HMOFA: A Hybrid Multi-objective Firefly Algorithm[J]. Journal of Software, 2018, 29(4): 1143-1162.
- [21] Lü Li, Zhao Jia, Wang Jiayuan, et al. Multi-objective Firefly Algorithm Based on Compensation Factor and Elite Learning[J]. Future Generation Computer Systems, 2019, 91: 37-47.
- [22] 赵嘉, 陈丹丹, 肖人彬, 等. 一种基于最大最小策略和非均匀变异的萤火虫算法[J]. 智能系统学报, 2022, 17(1): 116-130.
Zhao Jia, Chen Dandan, Xiao Renbin, et al. A Heterogeneous Variation Firefly Algorithm with Maximin Strategy[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2022, 17(1): 116-130.
- [23] Fogedby H C. Lévy Flights in Random Environments[J]. Physical Review Letters, 1994, 73(19): 2517.
- [24] 郑树泉. 工业智能技术与应用[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2019: 250-251.
- [25] Zhang Xingyi, Zheng Xiutao, Cheng Ran, et al. A Competitive Mechanism Based Multi-objective Particle Swarm Optimizer with Fast Convergence[J]. Information Sciences, 2018, 427: 63-76.
- [26] Eckart Zitzler, Kalyanmoy Deb, Lothar Thiele. Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results[J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 173-195.
- [27] Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable Multi-objective Optimization Test Problems[C]//Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002: 825-830.
- [28] Bhargav Gadhvi, Vimal Savsani, Vivek Patel. Multi-objective Optimization of Vehicle Passive Suspension System Using NSGA-II, SPEA2 and PESA-II[J]. Procedia Technology, 2016, 23: 361-368.
- [29] Tian Ye, Cheng Ran, Zhang Xingyi, et al. PlatEMO: A MATLAB Platform for Evolutionary Multi-objective Optimization[J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, 12(4): 73-87.
- [30] Zheng Liming, Wang Qiang, Zhang Shengxin, et al. Population Recombination Strategies for Multi-objective Particle Swarm Optimization[J]. Soft Computing, 2017, 21(16): 4693-4705.
- [31] Schott J R. Fault Tolerant Design Using Single and Multicriteria Genetic Algorithm Optimization[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1995.
- [32] Carlos A Coello Coello, Nareli Cruz Cortés. Solving Multiobjective Optimization Problems Using an Artificial Immune System[J]. Genetic Programming and Evolvable Machines, 2005, 6(2): 163-190.
- [33] Lin Qiuzhen, Liu Songbai, Zhu Qingling, et al. Particle Swarm Optimization with a Balanceable Fitness Estimation for Many-objective Optimization Problems [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(1): 32-46.
- [34] Liu Qiqi, Jin Yaochu, Heiderich M, et al. An Adaptive Reference Vector-guided Evolutionary Algorithm Using Growing Neural Gas for Many-objective Optimization of Irregular Problems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(5): 2698-2711.
- [35] Lin Qiuzhen, Li Jianqiang, Du Zhihua, et al. A Novel Multi-objective Particle Swarm Optimization with Multiple Search Strategies[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 247(3): 732-744.
- [36] Nebro A J, Durillo J J, Garcia-Nieto J, et al. SMPSO: A New PSO-based Metaheuristic for Multi-objective Optimization[C]//2009 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multi-criteria Decision-making(MCDM). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 66-73.
- [37] Tian Ye, Cheng Ran, Zhang Xingyi, et al. A Strengthened Dominance Relation Considering Convergence and Diversity for Evolutionary Many-objective Optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(2): 331-345.
- [38] Carlo R Raquel, Prospero C Naval. An Effective Use of Crowding Distance in Multiobjective Particle Swarm Optimization[C]//Proceedings of the 7th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2005: 257-264.
- [39] Chen Bili, Zeng Wenhua, Lin Yangbin, et al. A New Local Search-based Multiobjective Optimization Algorithm[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 19(1): 50-73.
- [40] Saúl Zapotecas Martínez, Carlos A Coello Coello. A Multi-objective Particle Swarm Optimizer Based on Decomposition[C]//Proceedings of the 13th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2011: 69-76.
- [41] Tian Ye, Lu Chang, Zhang Xingyi, et al. Solving Large-scale Multiobjective Optimization Problems with Sparse Optimal Solutions via Unsupervised Neural Networks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(6): 3115-3128.