

6-28-2024

## Optimal Trajectory of Full-duplex UAV Relaying over Hybrid Probability Channels

Tao Wang

*School of Information Science and Technology, Nantong University, Nantong 226019, China,*  
1290549851@qq.com

Ji Xiaodong

*School of Information Science and Technology, Nantong University, Nantong 226019, China,*  
jxd@ntu.edu.cn

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation. For more information, please contact [xtfzxb@126.com](mailto:xtfzxb@126.com).

---

# Optimal Trajectory of Full-duplex UAV Relaying over Hybrid Probability Channels

## Abstract

**Abstract:** A fixed-wing UAV being the full-duplex moving relay, and a hybrid probability channel being the source to send data to the destination, through the flight optimal trajectory design. On the basis of ensuring the total data amount of source-destination communication, the energy consumption of the system is minimized. Two optimization problems of runway shape and mixed trajectory are established, which are non-convex and are difficult to get the closed-form solution. The hybrid probability channels gains are replaced by the average channel gains, and the lower bounds of the received data at the UAV and the destination are calculated by Taylor's first-order expansion. The constraints are simplified, and the approximate problems are obtained. Solved by the genetic algorithm and the internal point method, the running track and mixed trajectory of UAV are designed. Simulation results show that the running track trajectory design can achieve better energy-saving effect in any cases. For the case of large data delivery and long distance between the source and destination, the mixed trajectory achieves better energy-saving effect than the straight-line and circular trajectories. The complexity of the genetic algorithm is less than the internal point method, implying that the genetic algorithm is more suitable for the case of high real-time requirement.

## Keywords

UAV communication, hybrid probability channel, trajectory design, full-duplex, energy minimization

## Recommended Citation

Wang Tao, Ji Xiaodong. Optimal Trajectory of Full-duplex UAV Relaying over Hybrid Probability Channels[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(6): 1369-1377.

# 混合概率信道下的全双工无人机中继轨迹优化

王涛, 吉晓东\*

(南通大学 信息科学技术学院, 江苏 南通 226019)

**摘要:** 研究了固定翼无人机作为全双工移动中继, 通过混合概率信道为源节点向目标节点转发数据的飞行轨迹优化设计, 在满足源与目标通信任务量要求的情况下, 最小化无人机飞行能耗。建立了跑道形和混合轨迹的两种最优化问题, 该问题是非凸问题, 难以求得闭式解, 先将混合信道增益用平均信道增益代替, 并利用泰勒展开求出中继和目标节点接收数据量的下界, 以此化简约束, 从而得到原问题的近似问题。利用遗传算法和内点法求解近似问题, 给出跑道形和混合轨迹两种无人机轨迹设计。实验结果表明: 跑道形轨迹在任何场景下均有较好的节能效果; 在大任务量和源与目标距离较远时, 混合轨迹节能效果好于直线和圆形轨迹。时间复杂度分析发现, 遗传算法的复杂度小于内点法, 更加适用于实时性要求高的场景。

**关键词:** 无人机通信; 混合概率信道; 轨迹设计; 全双工; 能耗最小化

中图分类号: TN925+.3; TP391 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2024)06-1369-09

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.23-0166

**引用格式:** 王涛, 吉晓东. 混合概率信道下的全双工无人机中继轨迹优化[J]. 系统仿真学报, 2024, 36(6): 1369-1377.

**Reference format:** Wang Tao, Ji Xiaodong. Optimal Trajectory of Full-duplex UAV Relaying over Hybrid Probability Channels[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(6): 1369-1377.

## Optimal Trajectory of Full-duplex UAV Relaying over Hybrid Probability Channels

Wang Tao, Ji Xiaodong\*

(School of Information Science and Technology, Nantong University, Nantong 226019, China)

**Abstract:** A fixed-wing UAV being the full-duplex moving relay, and a hybrid probability channel being the source to send data to the destination, through the flight optimal trajectory design. On the basis of ensuring the total data amount of source-destination communication, the energy consumption of the system is minimized. Two optimization problems of runway shape and mixed trajectory are established, which are non-convex and are difficult to get the closed-form solution. The hybrid probability channels gains are replaced by the average channel gains, and the lower bounds of the received data at the UAV and the destination are calculated by Taylor's first-order expansion. The constraints are simplified, and the approximate problems are obtained. Solved by the genetic algorithm and the internal point method, the running track and mixed trajectory of UAV are designed. Simulation results show that the running track trajectory design can achieve better energy-saving effect in any cases. For the case of large data delivery and long distance between the source and destination, the mixed trajectory achieves better energy-saving effect than the straight-line and circular trajectories. The complexity of the genetic algorithm is less than the internal point method, implying that the genetic algorithm is more suitable for the case of high real-time requirement.

收稿日期: 2023-02-20 修回日期: 2023-05-08

基金项目: 国家自然科学基金(61871241)

第一作者: 王涛(1998-), 男, 硕士生, 研究方向为无人机中继通信。E-mail: 1290549851@qq.com

通讯作者: 吉晓东(1979-), 男, 教授, 博士, 研究方向为协作中继、物理层安全以及认知无线电技术。E-mail: jxd@ntu.edu.cn

**Keywords:** UAV communication; hybrid probability channel; trajectory design; full-duplex; energy minimization

## 0 引言

无线通信技术及其应用快速发展,人们对无线通信覆盖的要求也日益增加。对于地面通信站,在应急或具有临时通信任务时,成本相对较高,此外,在海洋、山脉等地区,地面通信站不易架设。与地面通信站相比,无人机通信站部署灵活便捷,且无人机可以航行在高空,自由度高,具有更大的通信半径。与卫星通信相比,无人机通信具有成本低、部署便捷的显著优势。此外,无人机和地面终端之间常常存在视距链路(line of sight, LoS),可大大提高通信容量<sup>[1]</sup>。得益于无人机技术的快速发展,利用无人机作为移动中继协助通信成为热门应用之一<sup>[2]</sup>。

无人机移动中继就是将中继节点安装在无人机上使其可以高速移动,通过改变无人机的飞行轨迹、速度等参数,增强通信性能。与传统的地面中继相比,无人机中继通过飞行消耗更多的能量换取高机动性与性价比<sup>[3]</sup>。然而,无人机由于其负载的限制,在装备必要的通信设备后,可携带的能源有限。因此,节能成为无人机移动中继通信的一个重要问题。

无人机移动中继技术受到国内外学者的广泛关注<sup>[4-5]</sup>。文献[6]针对无人机通信中的频谱资源紧缺与能量受限问题,提出了能量效率最大化的无人机辅助通信技术。文献[7]研究了无人机通信中的轨迹优化和波束形成,将复杂问题分解为多个子问题求解,降低了问题求解的复杂度。文献[8]研究了多个无人机与地面节点的通信问题,通过优化无人机的轨迹、发射功率,最大化系统的最小安全通信速率。文献[9]通过设计无人机三维飞行轨迹来提升通信性能。文献[10]考虑一种燃料驱动的旋翼无人机中继通信系统,提出了一种功率控制和无人机轨迹设计的联合优化方法。文献[11]针对旋翼无人机通信节能问题,利用凸优化方法

寻找旋翼无人机的最优悬停位置、飞行时间和速度。需要说明的是,与旋翼无人机相比,固定翼无人机更加适用于长时间通信或环境监测,且更节能。目前,关于无人机通信的研究大部分考虑LoS信道,较少考虑LoS和非视距(NLoS)链路的混合概率信道。在乡村环境中,由于没有太多的建筑物遮挡,随着无人机与源和目标节点构成的仰角变化,无人机的视距链路概率不会有太大的变化,此时信道可以当作视距链路来处理;在城市、森林等环境下,随着无人机与源和目标节点构成的仰角越小,视距链路的概率越低,此时用视距链路来处理不太符合实际。此外,无人机飞行在直线轨迹下,能够转发的数据量有限,在大任务量情况下所消耗的能耗将非常高;圆形轨迹下,无人机一般在源和目标节点的中间盘旋,但当源和目标节点距离较远时,中继转发的吞吐量也将受限,也会使能耗增高。针对混合概率信道情况下的无人机中继通信场景,研究固定翼无人机作为空中移动中继,辅助地面源和目标节点进行中继通信的系统能耗最小化问题。提出两种轨迹优化设计方案,即跑道形轨迹和混合轨迹优化设计,在满足源和目标通信任务量需求的情况下,最小化无人机飞行能耗。

## 1 系统模型和问题表述

考虑一个由单天线地面源节点 $S$ 和目标节点 $D$ 以及空中无人机中继 $R$ 组成的三节点通信系统。假设源节点 $S$ 需要在 $T$ 时间内将比特数据 $Q$ 传输到目标节点 $D$ 。由于 $S$ 和 $D$ 之间距离较远,两者无法直接进行通信,需要借助无人机中继 $R$ 进行数据的转发。无人机 $R$ 工作在全双工模式<sup>[2]</sup>,并且 $S$ 到 $R$ 和 $R$ 到 $D$ 的数据传输在不同的频带完成,因此, $R$ 端不会产生自干扰。

如图1所示, $R$ 在 $S$ 与 $D$ 之间,以高度为 $H$ 的

跑道形轨迹盘旋, 轨迹由左半圆、右半圆和上下两条直线轨迹构成。

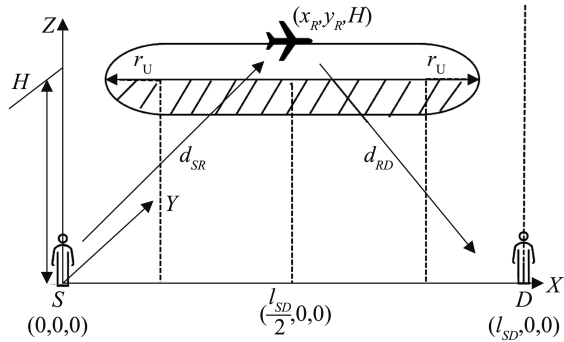


图1 跑道形轨迹坐标系

Fig. 1 Running track trajectory coordinate system

混合轨迹如图2所示, 分为3种轨道。轨道1:  $R$  以  $(0, 0, H)$  为圆心、 $r_{H1}$  为半径, 以速度  $v_{HC1}$  盘旋; 轨道2:  $R$  以速度  $v_{HS}$  在  $(r_{H1}, 0, H)$  和  $(l_{SD} - r_{H2}, 0, H)$  之间沿直线飞行; 轨道3:  $R$  从轨道2飞出后, 以  $(l_{SD} - r_{H2}, 0, H)$  为圆心、 $r_{H2}$  为半径, 以速度  $v_{HC2}$  盘旋。假设  $R$  的起始位置为  $(-r_{H1}, 0, H)$ 。

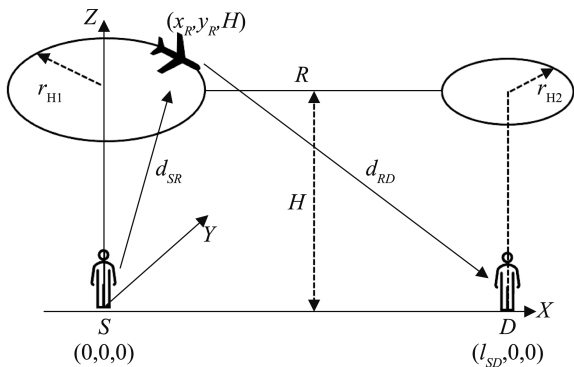


图2 混合飞行轨迹坐标系

Fig. 2 Hybrid flight trajectory coordinate system

3种轨道的持续时间需满足:

$$\begin{aligned} T_{HC1} &= 2\pi n r_{H1} v_{HC1}^{-1}, n = 1, 2, \dots, \\ T_{HS} &= (L - r_{H1} - r_{H2}) v_{HS}^{-1}, T_{HC2} \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

用  $\mathbf{q}(t) \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  表示  $t$  时刻无人机的水平坐标,  $S$ 、 $D$  和  $R$  之间的距离为<sup>[11]</sup>

$$d_{SR}(t) = \sqrt{H^2 + \|\mathbf{q}(t)\|^2} \quad (2)$$

$$d_{RD}(t) = \sqrt{H^2 + \|[l_{SD}, 0]^T - \mathbf{q}(t)\|^2} \quad (3)$$

假设  $R$  配置了足够大的数据缓冲区,  $R$  到  $S$  和  $D$  的通信链路主要由 LoS 和 NLoS 混合概率信道构成<sup>[12]</sup>。节点  $i$  与节点  $j$  存在 LoS 的概率为<sup>[12]</sup>

$$P_{ij}(t) = \left\{ 1 + \varphi \exp\{-\beta[\theta_{ij}(t) - \varphi]\} \right\}^{-1} \quad (4)$$

式中:  $ij \in \{SR, RD\}$ ;  $\varphi$  和  $\beta$  为常数, 其取值取决于具体的环境;  $\theta_{ij} = 180/\pi \arcsin[H/d_{ij}(t)]$  为  $i$  到  $j$  的仰角,  $d_{ij}(t)$  为  $t$  时刻  $i$  到  $j$  的距离。

$t$  时刻节点  $i$  与节点  $j$  之间的 LoS 和 NLoS 链路的平均信道增益为

$$\overline{h_{ij}(t)} = \left\{ P_{ij}(t)[\eta_1 - \eta_2] + \eta_2 \right\} K_{ij}^\alpha d_{ij}^\alpha(t) \quad (5)$$

式中:  $K_{ij} = 4\pi f_{ij}/c$ ,  $f_{ij}$  为  $i$  到  $j$  链路的载波频率<sup>[13]</sup>;  $\alpha$  为大尺度衰落因子, 通常取值 2~4;  $\eta_1$  和  $\eta_2$  为 LoS 和 NLoS 的路径损耗参数<sup>[12]</sup>;  $c$  为光速<sup>[12]</sup>。

$R$  和  $D$  在  $t$  时刻收到的信号分别为

$$y_R(t) = \sqrt{P_S^{\text{Tr}} \overline{h_{SR}(t)}} x_S(t) + n_R(t) \quad (6)$$

$$y_D(t) = \sqrt{P_R^{\text{Tr}} \overline{h_{RD}(t)}} x_R(t) + n_D(t) \quad (7)$$

式中:  $P_S^{\text{Tr}}$  和  $P_R^{\text{Tr}}$  分别为  $S$  和  $R$  的发射功率;  $x_S(t)$  和  $x_R(t)$  分别为  $S$  和  $R$  发射的单位功率信号;  $n_R(t)$  和  $n_D(t)$  分别为  $S$  和  $R$  处的高斯白噪声。

$R$  和  $D$  在  $t$  时刻的接收数据量为

$$Q_R(t) = \int_0^t \text{lb}(1 + P_S^S \overline{h_{SR}(\tau)} \sigma^{-2}) d\tau \quad (8)$$

$$Q_D(t) = \int_0^t \text{lb}(1 + P_R^R \overline{h_{RD}(\tau)} \sigma^{-2}) d\tau \quad (9)$$

由于  $R$  不额外产生数据, 只转发已从  $S$  收到的数据, 因此, 需要满足如下的信息因果约束:

$$Q_D(t) \leq Q_R(t) \quad (10)$$

另外, 由于要在  $T$  时刻内完成  $Q$  比特数据传输, 因此须要满足下面的约束条件:

$$Q_R(T) \geq Q, Q_D(T) \geq Q \quad (11)$$

$R$  功耗由 2 部分组成: ①维持飞行向前推进所需要的功耗; ②携带的通信设备运行的功耗。实际情况下, 通信功耗远小于飞行推进功耗, 因此, 忽略通信功耗。由文献[5]可知, 固定翼无人机在直线和圆形飞行轨迹下的飞行功耗分别为

$$P_R^{ST} = c_1 v^3 + c_2 v^{-1} \quad (12)$$

$$P_R^{CT} = [c_1 + c_2 g^{-2} r^{-2}] v^3 + c_2 v^{-1} \quad (13)$$

式中： $c_1$ 和 $c_2$ 为无人机的空气动力参数(典型值为 $c_1 = 9.26 \times 10^{-4}$ ， $c_2 = 2250$ )； $g$ 为重力加速度； $r$ 为圆形轨迹半径； $v$ 为飞行速度。

假设跑道形轨迹在 $S$ 与 $D$ 之间，令 $\xi$ 为左半圆或右半圆的圆心与 $S$ 或 $D$ 之间的距离，则有 $\xi \geq r_U$ 。跑道形轨迹下的无人机飞行能耗最小化问题可写为(P1)

$$\begin{aligned} & \{v_{U1}^*, v_{U2}^*, r_U^*, T_{U1}^*, T_{U2}^*\} = \\ & \arg \min_{v_{U1}, v_{U2}, r_U, T_{U1}, T_{U2}} T_{U1} (c_1 v_{U1}^3 + c_2 v_{U1}^{-1}) + \\ & T_{U2} [(c_1 + c_2 g^{-2} r_U^{-2}) v_{U2}^3 + c_2 v_{U2}^{-1}] \quad (14) \\ \text{s. t. } & \begin{cases} Q_D(t) \leq Q_R(t) \\ 0 \leq t \leq T_{U1} + T_{U2} \\ |v_{\min}| \leq |v_{U1}|, |v_{U2}| \leq |v_{\max}| \\ |v_{U1}| = |v_{U2}|, T_{U1} + T_{U2} = T \\ T_{U1}, T_{U2}, |v_{U1}|, |v_{U2}|, r_U > 0 \\ Q_R(T_{U1} + T_{U2}) \geq Q \\ Q_D(T_{U1} + T_{U2}) \geq Q \\ 0 < 2r_U + v_{U1} T_{U1}/2 \leq l_{SD} \end{cases} \end{aligned}$$

式中： $r_U$ 为跑道形轨迹中的半圆形轨迹半径； $v_{U2}$ 为半圆轨迹下的飞行速度； $v_{U1}$ 为直线轨迹下的飞行速度； $T_{U2}$ 、 $T_{U1}$ 分别为无人机在两个半圆形和直线轨迹上的飞行时间。

混合飞行轨迹情况下，以无人机飞行能耗最小为目标，则最优化问题可写为(P2)

$$\begin{aligned} & \{r_{H1}^*, r_{H2}^*, v_{HC1}^*, v_{HS}^*, v_{HC2}^*, T_{HC1}^*, T_{HS}^*, T_{HC2}^*, n^*\} = \\ & \arg \min_{r_{H1}, r_{H2}, v_{HC1}, v_{HS}, v_{HC2}, T_{HC1}, T_{HS}, T_{HC2}, n} T_{HC1} [(c_1 + \\ & c_2 g^{-2} r_{H1}^{-2}) v_{HC1}^3 + c_2 v_{HC1}^{-1}] + T_{HS} (c_1 v_{HS}^3 + c_2 v_{HS}^{-1}) + \\ & T_{HC2} [(c_1 + c_2 g^{-2} r_{H2}^{-2}) v_{HC2}^3 + c_2 v_{HC2}^{-1}] \quad (15) \\ \text{s. t. } & \begin{cases} r_{H1} + r_{H2} \leq l_{SD} \\ v_{\min} \leq v_{HC1}, v_{HS}, v_{HC2} \leq v_{\max} \\ T_{HC1} = 2\pi n r_{H1} v_{HC1}^{-1}, n = 1, 2, \dots \\ T_{HS} = (l_{SD} - r_{H1} - r_{H2}) v_{HS}^{-1} \\ r_{H1}, r_{H2} > 0, T_{HC2} \geq 0 \\ Q_R(T), Q_D(T) \geq Q \\ Q_D(t) \leq Q_R(t) \\ 0 \leq t \leq T_{HC1} + T_{HS} + T_{HC2} \\ T_{HC1}, T_{HS}, T_{HC2} \geq 0 \\ T_{HC1} + T_{HS} + T_{HC2} = T \end{cases} \end{aligned}$$

式中： $r_{H1}$ 、 $r_{H2}$ 分别为轨道1、3的圆形轨迹半径； $v_{HC1}$ 为轨道1下的飞行速度； $v_{HS}$ 为轨道2下的飞行速度； $v_{HC2}$ 为轨道3下的飞行速度； $T_{HC1}$ 、 $T_{HS}$ 、 $T_{HC2}$ 分别为在轨道1、2、3下的飞行时间。

## 2 最优化问题的求解

### 2.1 跑道形轨迹的求解

可以将问题P1拆解成两部分。首先考虑图1阴影部分，即轨迹周期的1/2。设：

$$\begin{aligned} H_\eta(w, s, u, t) &= \int_0^w G_\eta(s, u, t) dt = \\ & \int_0^w \text{lb} \left\{ 1 + P_S^{\text{Tr}} \left\{ d_\eta^\alpha(t) \sigma^2 s [(\eta_1 - \eta_2) u + \eta_2] \right\}^{-1} \right\} dt \quad (16) \end{aligned}$$

此时， $R$ 接收到 $S$ 发送的数据量为

$$\begin{aligned} Q_{R1}^{ST} + Q_{R1}^{CT} &= H_{SR1} [T_{U1}/2, K_o^\alpha, P_{SR}^S(t), t] + \\ & H_{SR2} [T_{U2}/4, K_o^\alpha, P_{SR}^{C1}(t), t] + \\ & H_{SR3} [T_{U2}/4, K_o^\alpha, P_{SR}^{C2}(t), t] \quad (17) \end{aligned}$$

式中： $Q_{R1}^{ST}$ 、 $Q_{R1}^{CT}$ 为阴影部分中 $R$ 在直线和圆形轨迹上接收到的数据量； $P_{SR}^S(t)$ 、 $P_{SR}^{C1}(t)$ 、 $P_{SR}^{C2}(t)$ 为 $S$ 与 $R$ 在直线、左下半圆、右下半圆轨迹上的LoS概率，其中， $d_{SR1}(t)$ 、 $d_{SR2}(t)$ 、 $d_{SR3}(t)$ 为 $R$ 在直线、左下半圆、右下半圆轨迹时与 $S$ 之间的距离。

同理，可得 $D$ 接收的数据量为

$$\begin{aligned} Q_{D1}^{ST} + Q_{D1}^{CT} &= H_{RD1} [T_{U1}/2, K_1^\alpha, P_{RD}^S(t), t] + \\ & H_{RD2} [T_{U2}/4, K_1^\alpha, P_{RD}^{C1}(t), t] + \\ & H_{RD3} [T_{U2}/4, K_1^\alpha, P_{RD}^{C2}(t), t] \quad (18) \end{aligned}$$

式中： $Q_{D1}^{ST}$ 、 $Q_{D1}^{CT}$ 为阴影部分中 $R$ 在直线和圆形轨迹上 $D$ 接收到的数据量； $P_{RD}^S(t)$ 、 $P_{RD}^{C1}(t)$ 、 $P_{RD}^{C2}(t)$ 为 $D$ 与 $R$ 之间在直线、左下半圆、右下半圆轨迹上的LoS概率，其中， $d_{RD1}(t)$ 、 $d_{RD2}(t)$ 、 $d_{RD3}(t)$ 为 $R$ 在直线、左下半圆、右下半圆轨迹时与 $D$ 之间的距离；

整个轨迹下 $R$ 和 $D$ 接收的数据量分别为

$$Q_R(T) = 2(Q_{R1}^{ST} + Q_{R1}^{CT}), Q_D(T) = 2(Q_{D1}^{ST} + Q_{D1}^{CT}) \quad (19)$$

式中： $T = T_{U1} + T_{U2}$ 。

对于问题P1, 引入定理1。

定理1: 对于 $Q_R(T) \geq Q$ ,  $Q_D(T) \geq Q$ ,  $Q_R(t) \geq Q_D(t)$ , 在 $t \in [0, +\infty]$ 时,  $Q_R(t)$ 和 $Q_D(t)$ 是单调增的,  $Q_R(t)$ 是关于 $t$ 的凸函数,  $Q_D(t)$ 是关于 $t$ 的凹函数。又有 $Q_R(0) = Q_D(0) = 0$ , 所以一定满足 $Q_R(T) \geq Q_D(T)$ 。假设 $Q_D(T^*) > Q$ ,  $T^*$ 满足目标函数, 则必定存在一个 $\Delta > 0$ , 使得 $T^* - \Delta$ 满足约束, 从而使能耗进一步降低, 但这样与 $T^*$ 的最优性假设矛盾, 所以, 能耗最低的最优解必定满足 $Q_D(T^*) = Q$ 。

使用定理1可得:

$$I_U(T) = Q_R(T) - Q_D(T) \geq 0 \quad (20)$$

$$Q = Q_D(T) \quad (21)$$

由于 $I_U(T)$ 的闭合表达式难以得到, 为此利用泰勒一阶展开找到它的下界 $I_{Ulb}(T)$ , 并令 $I_{Ulb}(T) \geq 0$ 。

$I_{Ulb}(T)$ 可写为

$$I_{Ulb}(T) = I_{Ulb1} + I_{Ulb2} + I_{Ulb3} \quad (22)$$

$$\text{设 } Z_b(a, f, m) = 2G_{SRb}(k_0^a, a, m) - 2G_{RDb}(k_1^a, a, m),$$

$$Y_b(a, f, m^*) = \partial Z_b(a, f, m) / \partial m \Big|_{m^*}.$$

可得

$$I_{Ulb1} = T_{U1} Z_1(\hat{P}_{S1b}^{SR}, \hat{P}_{Sub}^{RD}, T_{U1}/2) + U_1 Y_1(\hat{P}_{S1b}^{SR}, \hat{P}_{Sub}^{RD}, T_{U1}/2) \quad (23)$$

$$I_{Ulb2} = T_{U2}/2 Z_2(\hat{P}_{C11b}^{SR}, \hat{P}_{C1ub}^{RD}, \pi/2) + U_2 Y_2(\hat{P}_{C11b}^{SR}, \hat{P}_{C1ub}^{RD}, \pi/2) \quad (24)$$

$$I_{Ulb3} = T_{U2}/2 \text{lb}[Z_3(\hat{P}_{C21b}^{SR}, \hat{P}_{C2ub}^{RD}, \pi)] + U_3 Y_3(\hat{P}_{C21b}^{SR}, \hat{P}_{C2ub}^{RD}, \pi) \quad (25)$$

式中:  $\hat{P}_{S1b}^{SR} = \hat{P}_{C1ub}^{RD} = F(x_1)$ ,  $x_1 = H^2 + (l_{SD} - \zeta)^2 + r_U^2$ ;  $\hat{P}_{Sub}^{RD} = \hat{P}_{C11b}^{SR} = F(x_2)$ ,  $x_2 = H^2 + \zeta^2 + r_U^2$ ;  $\hat{P}_{C21b}^{SR} = F(x_3)$ ,  $x_3 = H^2 + (l_{SD} - \zeta + r_U)^2$ ;  $\hat{P}_{C2ub}^{RD} = F(x_4)$ ,  $x_4 = H^2 + (\zeta - r_U)^2$ ;  $U_1 = T_{U1}^2/4$ ;  $U_2 = \frac{T_{U2}^2 \nu_{U2}}{16r_U} - \frac{\pi T_{U2}}{4}$ ;  $U_3 = \frac{T_{U2}^2 \nu_{U2}}{2r_U} - \frac{5\pi T_{U2}}{2} + \frac{9\pi^2}{2}$ 。

将式(4)转换为与距离相关的函数, 使 $\theta_{ij}$ 转化成与 $d_{ij}$ 相关的函数, 即 $P^{ij}(t) = P^{ij}(d_{ij}) = F(d_{ij})$ 。

同样,  $Q_D(T)$ 的下界为

$$Q_{Dlb}(T) = Q_{Dlb1} + Q_{Dlb2} + Q_{Dlb3} \quad (26)$$

$$\text{设 } M_b(a, m) = 2G_{SRb}(k_1^a, a, m), \quad N_b(a, m^*) =$$

$\partial M_b(a, m) / \partial m \Big|_{m^*}$ , 其中,

$$Q_{Dlb1} = T_{U1} \log_2[M_1(\hat{P}_{Sub}^{RD}, T_{U1}/2)] - U_1 N_1(\hat{P}_{Sub}^{RD}, T_{U1}/2) \quad (27)$$

$$Q_{Dlb2} = \{T_{U2}/2\} \log_2[M_2(\hat{P}_{C11b}^{RD}, \pi/2)] \sqrt{2} + U_2 N_2(\hat{P}_{C11b}^{RD}, \pi/2) \quad (28)$$

$$Q_{Dlb3} = \{T_{U2}/2\} \log_2[M_3(\hat{P}_{C21b}^{RD}, \pi)] + U_3 N_3(\hat{P}_{C21b}^{RD}, \pi) \quad (29)$$

其中,  $\hat{P}_{Sub}^{RD} = F(x_1)$ ,  $\hat{P}_{C11b}^{RD} = F(x_3)$ ,  $\hat{P}_{C21b}^{RD} = F(x_2)$ 。

这样, 最优化问题P1即可转化为P1-1:

$$\{v_{U1}^*, v_{U2}^*, r_U^*, T_{U1}^*, T_{U2}^*\} =$$

$$\arg \min_{v_{U1}, v_{U2}, r_U, T_{U1}, T_{U2}} T_{U1} (c_1 v_{U1}^3 + c_2 v_{U1}^{-1}) + T_{U2} [(c_1 + c_2 g^{-2} r_U^{-2}) v_{U2}^3 + c_2 v_{U2}^{-1}] \quad (30)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} 0 \leq t \leq T_{U1} + T_{U2} \\ |v_{\min}| \leq |v_{U1}|, |v_{U2}| \leq |v_{\max}| \\ |v_{U1}| = |v_{U2}| \\ T_{U1} + T_{U2} = T \\ T_{U1}, T_{U2}, |v_{U1}|, |v_{U2}|, r_U > 0 \\ 0 < 2r_U + v_{U1} T_{U1}/2 \leq l_{SD} \\ Q_{Dlb}(T) = Q, I_{Ulb}(T) \geq 0 \end{cases}$$

问题简化成P1-1后, 利用遗传算法, 式(30)的目标函数作为适应度函数, 在式(30)的约束条件中求解。

## 2.2 混合轨迹的求解

对于混合轨迹, 使用跑道轨迹类似的几何处理方法将其拆解成三部分, 分别为左边圆、直线和右边圆。 $R$ 接收到 $S$ 发送的数据量分别为 $Q_R^{CT1} + Q_R^{ST} + Q_R^{CT2}$ ,  $D$ 接收的数据量分别为 $Q_D^{CT1} + Q_D^{ST} + Q_D^{CT2}$ 。所以, 整个轨迹下,  $R$ 和 $D$ 接收的数据量分别为

$$Q_R(T) = Q_R^{CT1} + Q_R^{ST} + Q_R^{CT2} \quad (31)$$

$$Q_D(T) = Q_D^{CT1} + Q_D^{ST} + Q_D^{CT2} \quad (32)$$

式中:  $T = T_{HC1} + T_{HS} + T_{HC2}$ 。

对于优化问题P2, 使用定理1可得

$$J_H(T) = Q_R(T) - Q_D(T) \geq 0, \quad Q = Q_D(T) \quad (33)$$

由于 $J_H(T)$ 的闭合表达式难得到, 为此找它的下界 $J_{Hb}(T)$ , 并令 $J_{Hb}(T) \geq 0$ .

同上一节的数学处理,  $J_{Hb}(T)$ 可写为

$$J_{Hb}(T) = J_{Hb1} + J_{Hb2} + J_{Hb3} \quad (34)$$

$Q_D(T)$ 的下界 $Q_{Dlb}(T)$ 可写为

$$Q_{Dlb}(T) = Q_{Dlb1} + Q_{Dlb2} + Q_{Dlb3} \quad (35)$$

由于式(15)的约束里含有整数, 对于左边圆形轨道,  $R$ 主要接收 $S$ 发出的数据, 为了简化问题, 给出第一个子问题:

$$\{\tilde{r}_{H1}, \tilde{v}_{HC1}\} = \arg \min_{r_{H1}, v_{HC1}} 2\pi n r_{H1} v_{HC1}^{-1} [(c_1 + c_2 g^{-2} r_{H1}^{-2}) v_{HC1}^3 + c_2 v_{HC1}^{-1}] \quad (36)$$

s. t.

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_R^{CT1} = 2\pi n r_{H1} v_{HC1}^{-1} \times \\ \text{lb}^{-1} \left\{ 1 + \frac{P_{Tr}^S}{d_{SR1}^a(t) \sigma^2 k_0^a [(\eta_1 - \eta_2) \hat{P}_{Club}^{SR} + \eta_2]} \right\} \\ v_{\min} \leq v_{HC1} \leq v_{\max} \end{array} \right.$$

将(36)第一个约束代入(36)目标函数, 则问题(36)可转化为

$$\{\tilde{r}_{H1}, \tilde{v}_{HC1}\} = \arg \min_{r_{H1}, v_{HC1}} [(c_1 + c_2 g^{-2} r_{H1}^{-2}) v_{HC1}^3 + c_2 v_{HC1}^{-1}] \times \text{lb}^{-1} \left\{ 1 + \frac{P_{Tr}^S}{d_{SR1}^a(t) \sigma^2 k_0^a [(\eta_1 - \eta_2) \hat{P}_{Club}^{SR} + \eta_2]} \right\} \quad (37)$$

s. t.  $v_{\min} \leq v_{HC1} \leq v_{\max}$

对(37)的目标函数在 $\tilde{v}_{HC1}$ 处求导, 可得极值点为

$$\tilde{v}_{HC1} = \begin{cases} v_{\min}, v_{\min} > \{c_2/[3c_1 + 3c_2/(g^2 r_{H1}^2)]\}^{\frac{1}{4}} \\ v_{\max}, v_{\max} < \{c_2/[3c_1 + 3c_2/(g^2 r_{H1}^2)]\}^{\frac{1}{4}} \\ \{c_2/[3c_1 + 3c_2/(g^2 r_{H1}^2)]\}^{\frac{1}{4}}, \\ v_{\max} \leq \{c_2/[3c_1 + 3c_2/(g^2 r_{H1}^2)]\}^{\frac{1}{4}} \leq v_{\min} \end{cases} \quad (38)$$

将式(38)代入式(37)的目标函数, 且要满足式(37)的约束条件, 可以得到 $\tilde{r}_{H1}$ . 若暂不考虑第一个圆转整数圈, 给出第二个子问题:

$$\{\tilde{r}_{H2}, \tilde{v}_{HS}, \tilde{v}_{HC2}, \tilde{T}_{HC1}, \tilde{T}_{HC2}\} = \arg \min_{r_{H2}, v_{HS}, v_{HC2}, T_{HC1}, T_{HC2}} T_{HC1} [(c_1 + c_2 g^{-2} \tilde{r}_{H1}^{-2}) \tilde{v}_{HC1}^3 + c_2 \tilde{v}_{HC1}^{-1}] + (l_{SD} - r_{H1} - r_{H2}) \times v_{HS}^{-1} (c_1 v_{HS}^3 + c_2 v_{HS}^{-1}) + T_{HC2} [(c_1 + c_2 g^{-2} r_{H2}^{-2}) v_{HC2}^3 + c_2 v_{HC2}^{-1}] \quad (39)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} v_{\min} \leq v_{HC1} \leq v_{\max} \\ T_{HC1}, T_{HS}, T_{HC2} \geq 0 \\ Q_{Dlb}(T) = Q, J_{Hb}(T) \geq 0 \end{cases}$$

对式(39)用遗传算法求解得出 $\tilde{T}_{HC1}$ , 然后回到原问题考虑整数圈, 则整数 $n$ 可以用分支界限法表示为

$$n \in \left\{ \left\lfloor \frac{\tilde{T}_{HC1} \tilde{v}_{HC1}}{2\pi \tilde{r}_{H1}} \right\rfloor, \left\lceil \frac{\tilde{T}_{HC1} \tilde{v}_{HC1}}{2\pi \tilde{r}_{H1}} \right\rceil \right\} \quad (40)$$

这样, 最优化问题P2即可转化为P2-1:

$$\{r_{H1}^*, r_{H2}^*, v_{HC1}^*, v_{HS}^*, v_{HC2}^*, T_{HC1}^*, T_{HS}^*, T_{HC2}^*, n^*\} = \arg \min_{r_{H1}, r_{H2}, v_{HC1}, v_{HS}, v_{HC2}, T_{HC1}, T_{HS}, T_{HC2}, n} T_{HC1} [(c_1 + c_2 g^{-2} r_{H1}^{-2}) v_{HC1}^3 + c_2 v_{HC1}^{-1}] + T_{HS} (c_1 v_{HS}^3 + c_2 v_{HS}^{-1}) + T_{HC2} [(c_1 + c_2 g^{-2} r_{H2}^{-2}) v_{HC2}^3 + c_2 v_{HC2}^{-1}] \quad (41)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} v_{\min} \leq v_{HC1}, v_{HS}, v_{HC2} \leq v_{\max} \\ T_{HC1} = 2\pi n r_{H1} v_{HC1}^{-1}, n = 1, 2, \dots \\ T_{HS} = (l_{SD} - r_{H1} - r_{H2}) v_{HS}^{-1} \\ r_{H1}, r_{H2} > 0, T_{HC2} \geq 0 \\ T_{HC1}, T_{HS}, T_{HC2} \geq 0, r_{H1} + r_{H2} \leq l_{SD} \\ T_{HC1} + T_{HS} + T_{HC2} = T \\ J_{Hb}(T) \geq 0, Q_{Dlb}(T) = Q \\ n \in \left\{ \left\lfloor \frac{\tilde{T}_{HC1} \tilde{v}_{HC1}}{2\pi \tilde{r}_{H1}} \right\rfloor, \left\lceil \frac{\tilde{T}_{HC1} \tilde{v}_{HC1}}{2\pi \tilde{r}_{H1}} \right\rceil \right\} \end{cases}$$

问题简化成P2-1后, 利用遗传算法, 式(41)的目标函数作为适应度函数, 在(41)的约束条件中求解。

由于解决问题P1-1与P2-1的遗传算法类似, 所以给出解决问题P2-1遗传算法, 该算法的具体流程如下。

步骤1: 设置迭代次数 $\kappa_{\max}$ , 初始化种群规模、交叉变异概率。

步骤2: 将问题P2-1的目标函数转化为适应度函数, 并生成一组随机解, 作为遗传算法的初始种群的解, 其中, 整数变量 $n$ 需要满足式(40)。



步骤 3: 对种群进行选择, 选择适应度较高的个体, 并使用轮盘赌选择用于交叉和变异的个体。

步骤 4: 在选择的个体中执行交叉操作, 生成新的解, 使用多点交叉操作。

步骤 5: 在交叉后的解中执行变异操作, 产生新的解, 约束相关交叉函数为非线性约束选择。

步骤 6: 对新生成的解进行适应度评估, 并将其添加到种群中。

步骤 7: 如果算法达到最大迭代次数  $\kappa_{\max}$ , 则停止; 否则, 重复步骤 3~6 直到达到最大迭代次数。

步骤 8: 输出混合轨迹的能耗。

### 3 仿真实验及分析

仿真实验对所提出的跑道形轨迹和混合轨迹优化问题进行了求解, 同时计算对应的能耗性能, 并对比现有文献提出的直线和圆形轨迹<sup>[11]</sup>性能, 通过不同源与目标距离或任务量需求下的无人机飞行能耗比较, 验证所提算法的正确性和有效性。仿真实验在 MATLAB R2021b 中进行, 跑道形和混合轨迹下的遗传算法种群数量分别为 50 和 70。为了进行比较, 对直线和圆形轨迹下的系统能耗也进行了优化计算, 其种群数量分别为 10 和 20。遗传算法的迭代次数  $\kappa_{\max}$  为 100 次。内点法的迭代精度为  $1 \times 10^{-10}$ , 光速  $c$  为  $3 \times 10^8$  m/s, 其余参数设置如表 1 所示<sup>[14-16]</sup>。

表 1 参数设置  
Table 1 Parameter setting

参数	值	参数	值
$\alpha$	3	$\sigma^2/\text{dBm}$	-110
$f_{SR}/\text{GHz}$	2.5	$f_{RD}/\text{GHz}$	2.4
$v_{\min}/(\text{m/s})$	5	$v_{\max}/(\text{m/s})$	50
$P_S^{\text{Tr}}/\text{W}$	1	$P_R^{\text{Tr}}/\text{W}$	1
$\beta$	0.43	$\varphi$	4.88
$\eta_1$	3	$\eta_2$	23

图 3 给出 4 种轨迹在不同  $l_{SD}$  下的能耗情况, 其中,  $Q=600$  bit。由图 3 可知, 遗传算法和内点法得到的能耗值非常接近; 当  $l_{SD}$  较小时, 直线轨迹的能耗比圆形轨迹小; 当  $l_{SD}$  增大时, 无人机在

直线轨迹所需能耗要大于圆形轨迹; 跑道形轨迹能耗最低, 混合轨迹最高。

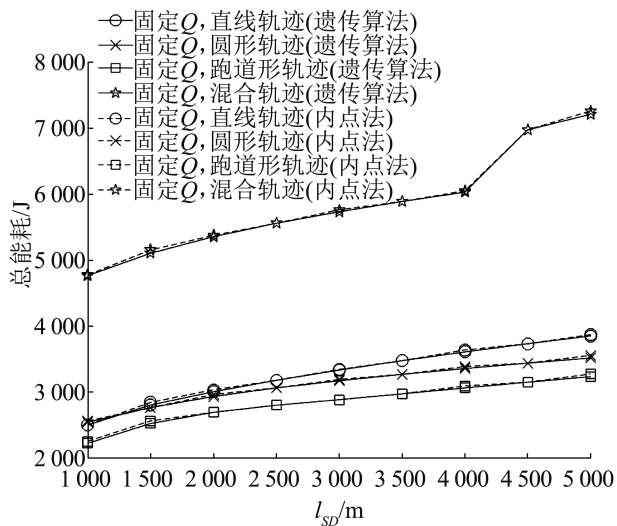


图 3 距离变化能耗图  
Fig. 3 Energy consumption of different distance

图 4 给出任务量  $Q$  在 100~600 bit 时的无人机能耗, 假设  $l_{SD}=5000$  m。图 4 显示, 两种算法得到的能耗值基本相等; 当任务量  $Q<350$  bit 时, 直线轨迹的能耗要小于圆形轨迹; 跑道形轨迹所需的能耗依然最低, 混合轨迹所需能耗最高。由于传输的任务量比较少, 且混合轨迹的轨道 1 必须飞行整数圈, 所以导致能耗偏高。

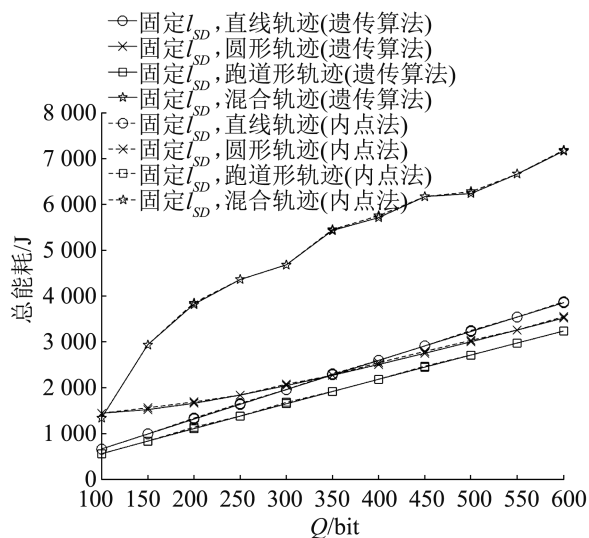


图 4  $Q$ (低任务量)变化能耗图  
Fig. 4 Energy consumption of different  $Q$ (low task load)

图5给出任务量 $Q$ 在1 000~4 000 bit时的无人机能耗,其中, $l_{SD}=5\ 000\text{ m}$ 。如图5所示,混合轨迹的能耗随着 $Q$ 的增加慢慢低于直线轨迹和圆形轨迹,且慢慢接近跑道形轨迹,跑道形轨迹的能耗依然最低。

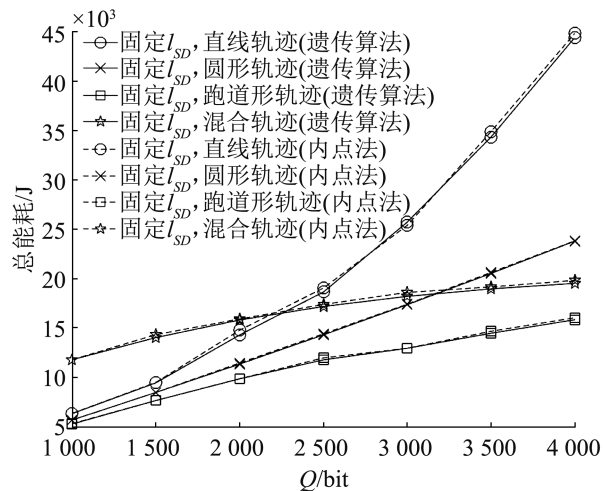


图5  $Q$ (中任务量)变化能耗图  
Fig. 5 Energy consumption of different  $Q$ (medium task load)

图6给出任务量 $Q$ 在5 000~12 000 bit时的无人机能耗,其中, $l_{SD}=5\ 000\text{ m}$ 。图6显示, $Q$ 在7 000~8 000 bit时,混合轨迹的能耗略低于跑道形轨迹,但当 $Q>9\ 000\text{ bit}$ 时,混合轨迹的能耗会慢慢高于跑道形轨迹的能耗,这是由于混合轨迹的轨道1是从一个整数圈到下一个整数圈所产生的,但仍然远低于直线和圆形轨迹的能耗。

因此,在大任务量和大距离情况下,混合轨迹节能效果要好于直线和圆形轨迹。混合轨迹适用于大任务量、大距离情况,跑道形轨迹适用于任何任务量和距离情况。因此,所提出的优化问题得到了很好的求解,轨迹满足了低能耗的需求。

遗传算法主要由变异、交叉、重组三个部分组成,每个部分的复杂度都不超过 $O(n)$ ,而且整个迭代过程相当于二重迭代过程,因此,遗传算法的时间复杂度不超过 $O(n^2)$ ,其中, $n$ 为初始定

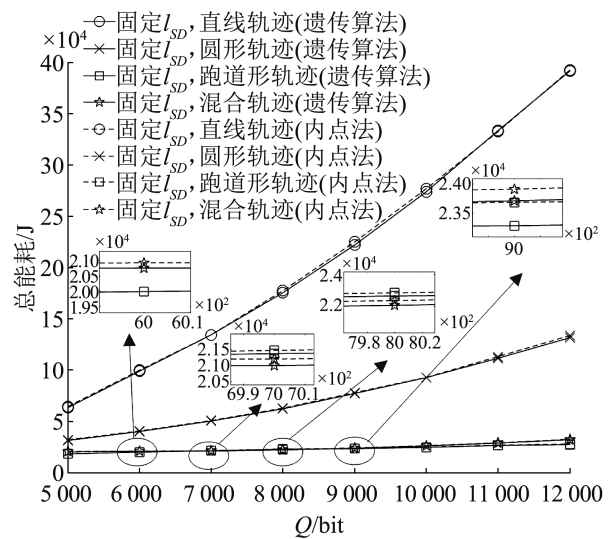


图6  $Q$ (高任务量)变化能耗图  
Fig. 6 Energy consumption of different  $Q$ (high task load)

义的种群数量。

内点法是线性规划的多项式算法,复杂度与整个过程的迭代精度和变量维数有关,其复杂度可表示为 $O[N^{3.5} \text{lb}(\epsilon^{-1})]$ ,其中, $N$ 是变量的维数, $\epsilon$ 是迭代的精度。

图7给出4种轨迹在2种不同算法下的时间复杂度柱状图。图7显示,内点法的时间复杂度要高于遗传算法的时间复杂度,所以遗传算法适用于实时性要求高的场景。

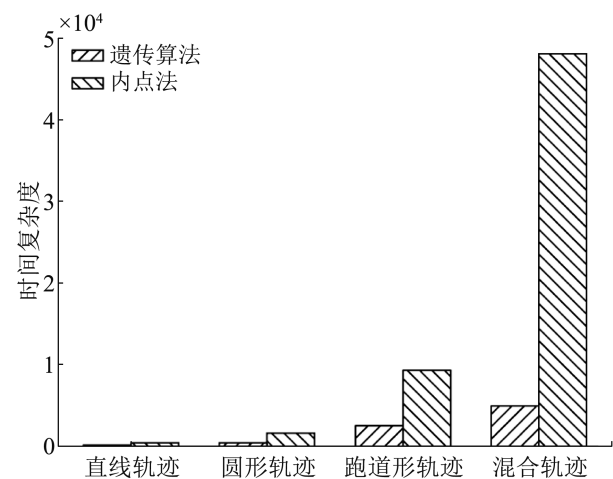


图7 时间复杂度柱状图  
Fig. 7 Time complexity bar graph

## 4 结论

本文研究了基于4种轨迹: 直线轨迹、圆形轨迹、跑道形轨迹、混合轨迹来处理混合概率信道下的无人机能耗最小化问题。首先对混合概率信道进行平均处理, 然后找到中继和目标节点接收数据量的下界, 再利用泰勒一阶展开得到下界的下界, 将求解原问题变为处理其近似问题。对于混合轨迹中的整数规划问题, 通过分支定界法进行处理。利用遗传算法和内点法对优化问题进行求解。通过仿真实验发现, 大多数情况下跑道形轨迹均优于直线轨迹、圆形轨迹和混合轨迹, 满足了低能耗的需求; 在大任务量和大距离情况下, 混合轨迹能耗也较低, 比较节能。对使用的两种优化算法进行了时间复杂度分析, 发现对于轨迹优化设计问题, 遗传算法的时间复杂度比内点法的时间复杂度更低, 更加适用于实时性要求高的应用场景。该工作考虑的是单用户对场景, 未来可以将其推广到多用户对场景, 研究无人机轨迹设计和用户调度的联合优化问题。

## 参考文献:

- [1] Zeng Yong, Zhang Rui, Teng Joon Lim. Wireless Communications with Unmanned Aerial Vehicles: Opportunities and Challenges[J]. IEEE Communications Magazine, 2016, 54(5): 36-42.
- [2] 刘志敏, 孙婕, 丁家瑞. 同频同时全双工系统信道建模及组网仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(5): 1631-1640. Liu Zhimin, Sun Jie, Ding Jiarui. Channel Modeling and Networking Simulation of Full Duplex Communication[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(5): 1631-1640.
- [3] Zhang Zhensheng. Routing in Intermittently Connected Mobile Ad Hoc Networks and Delay Tolerant Networks: Overview and Challenges[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2006, 8(1): 24-37.
- [4] Zeng Yong, Zhang Rui, Teng Joon Lim. Throughput Maximization for UAV-enabled Mobile Relaying Systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2016, 64(12): 4983-4996.
- [5] Zeng Yong, Zhang Rui. Energy-efficient UAV Communication with Trajectory Optimization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(6): 3747-3760.
- [6] 谷奕龙, 宋旻旻, 黄仰超. 认知无人机辅助边缘通信的能效优化[J]. 无线电通信技术, 2022, 48(1): 117-125. Gu Yilong, Song Minmin, Huang Yangchao. Optimization of Energy Efficiency for Cognitive UAV-assisted Edge Communication[J]. Radio Communications Technology, 2022, 48(1): 117-125.
- [7] Ge Linghui, Dong Peihao, Zhang Hua, et al. Joint Beamforming and Trajectory Optimization for Intelligent Reflecting Surfaces-assisted UAV Communications[J]. IEEE Access, 2020, 8: 78702-78712.
- [8] Du Yu, Chen Zijing, Hao Jianjun, et al. Joint Optimization of Trajectory and Communication in Multi-UAV Assisted Backscatter Communication Networks[J]. IEEE Access, 2022, 10: 40861-40871.
- [9] Yao Jianping, Xu Jie. Joint 3D Maneuver and Power Adaptation for Secure UAV Communication with CoMP Reception[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 19(10): 6992-7006.
- [10] Zeng Shuhao, Zhang Hongliang, Di Boya, et al. Trajectory Optimization and Resource Allocation for OFDMA UAV Relay Networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(10): 6634-6647.
- [11] Zeng Yong, Xu Jie, Zhang Rui. Energy Minimization for Wireless Communication with Rotary-wing UAV[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(4): 2329-2345.
- [12] Mozaffari M, Saad W, Bennis M, et al. Mobile Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) for Energy-efficient Internet of Things Communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(11): 7574-7589.
- [13] 冀保峰, 杨佳, 王一丹, 等. 基于能效最优准则的双跳中继网络功率分配算法[J]. 通信学报, 2016, 37(7): 124-131. Ji Baofeng, Yang Jia, Wang Yidan, et al. Power Allocation Algorithms in Two-hop Relaying Networks Based on Optimal Energy Efficiency[J]. Journal on Communications, 2016, 37(7): 124-131.
- [14] Wang Wei, Li Xinrui, Wang Rui, et al. Robust 3D-trajectory and Time Switching Optimization for Dual-UAV-enabled Secure Communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2021, 39(11): 3334-3347.
- [15] Zhang Tong, Liu Gongliang, Zhang Haijun, et al. Energy-efficient Resource Allocation and Trajectory Design for UAV Relaying Systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(10): 6483-6498.
- [16] Zhou Xiaobo, Wu Qingqing, Yan Shihao, et al. UAV-enabled Secure Communications: Joint Trajectory and Transmit Power Optimization[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(4): 4069-4073.