

9-15-2024

Study on Invulnerability of Urban Rail Network Considering Sum of the Neighbors Degree

Shuqing Li

School of Traffic & Transportation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China

Yixiao Song

School of Traffic & Transportation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China

Guojian Zhong

School of Traffic & Transportation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation. For more information, please contact xtfzxb@126.com.

Study on Invulnerability of Urban Rail Network Considering Sum of the Neighbors Degree

Abstract

Abstract: In order to solve the problem of network cascade paralysis caused by urban rail station or line failure, considering the influence of the first-order neighborhood of network nodes, the load distribution impedance coefficient is proposed based on the nonlinear capacity load model, and a nonlinear capacity load optimization model considering the sum of the neighbors degree is constructed. By optimizing load structure, the alternative probability of nodes during load redistribution is adjusted to reduce the number of node failures in the cascading process, thereby the rail network invulnerability is improved. Taking Chongqing rail network as an example, the rail network invulnerability under the two models was analyzed by simulation. The results show that the increase of load tolerance coefficient in the optimization model has a more significant effect on the improvement of network invulnerability. The larger the load distribution impedance coefficient of nodes in the optimization model, the lower the backup probability during load redistribution, the less likely to experience cascading overload.

Keywords

rail network, nonlinear capacity load model, sum of the neighbor degree, load distribution impedance coefficient, invulnerability

Recommended Citation

Li Shuqing, Song Yixiao, Zhong Guojian. Study on Invulnerability of Urban Rail Network Considering Sum of the Neighbors Degree[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(9): 2127-2136.

考虑近邻度值之和的城市轨道网络抗毁性研究

李淑庆, 宋易宵*, 钟国剑

(重庆交通大学 交通运输学院, 重庆 400074)

摘要: 为解决城市轨道交通站点或线路失效引发的网络级联瘫痪问题, 考虑了网络节点一阶邻域的影响作用, 基于非线性容量负载模型, 提出了负载分配阻抗系数, 并建立了考虑近邻度值之和的非线性容量负载优化模型, 通过优化负载结构来调整节点在负载重分配时的备择概率, 减少级联过程中节点的失效数, 提高网络抗毁性。以重庆市轨道网络为实例应用, 仿真分析网络在两种模型下的抗毁性。结果表明: 优化模型中负载容忍系数的增大对网络抗毁性的改善效果更显著; 优化模型中节点的负载分配阻抗系数越大, 节点在负载重分配时的备择概率越低, 越不容易发生级联过载。

关键词: 轨道网络; 非线性容量负载模型; 近邻度值之和; 负载分配阻抗系数; 抗毁性

中图分类号: TP391.9; U491 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2024)09-2127-10

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.23-0612

引用格式: 李淑庆, 宋易宵, 钟国剑. 考虑近邻度值之和的城市轨道网络抗毁性研究[J]. 系统仿真学报, 2024, 36(9): 2127-2136.

Reference format: Li Shuqing, Song Yixiao, Zhong Guojian. Study on Invulnerability of Urban Rail Network Considering Sum of the Neighbors Degree[J]. Journal of System Simulation, 2024, 36(9): 2127-2136.

Study on Invulnerability of Urban Rail Network Considering Sum of the Neighbors Degree

Li Shuqing, Song Yixiao*, Zhong Guojian

(School of Traffic & Transportation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: In order to solve the problem of network cascade paralysis caused by urban rail station or line failure, considering the influence of the first-order neighborhood of network nodes, the load distribution impedance coefficient is proposed based on the nonlinear capacity load model, and a nonlinear capacity load optimization model considering the sum of the neighbors degree is constructed. By optimizing load structure, the alternative probability of nodes during load redistribution is adjusted to reduce the number of node failures in the cascading process, thereby the rail network invulnerability is improved. Taking Chongqing rail network as an example, the rail network invulnerability under the two models was analyzed by simulation. The results show that the increase of load tolerance coefficient in the optimization model has a more significant effect on the improvement of network invulnerability. The larger the load distribution impedance coefficient of nodes in the optimization model, the lower the backup probability during load redistribution, the less likely to experience cascading overload.

Keywords: rail network; nonlinear capacity load model; sum of the neighbor degree; load distribution impedance coefficient; invulnerability

收稿日期: 2023-05-24

修回日期: 2023-07-17

基金项目: 国家自然科学基金(52078070); 重庆交通大学研究生科研创新项目(CYS21355)

第一作者: 李淑庆(1963-), 男, 教授, 硕士, 研究方向为交通运输规划与管理及交通安全。

通讯作者: 宋易宵(2000-), 男, 硕士生, 研究方向为交通运输规划与管理。

0 引言

我国许多大城市的轨道交通已形成网络化运营,具有“网、线、站”互联互通的特征,在面对自然灾害、客流异增和设备故障等突发事件时,某一站点或线路的失效可能会形成级联效应,引发整个网络系统瘫痪,将造成巨大损失。轨道交通网络化发展对运营管理质量和应急保障能力都提出更高要求,因此,研究城市轨道交通网络的抗毁性,系统分析其级联故障传播机理,对保障城市轨道交通网络高效、稳定和安全运营具有重要意义。

文献[1]提出容量负载模型后,该模型一直被广泛用于复杂网络级联失效研究。文献[2]对容量负载模型和现实负载网络特性深入研究,提出一种双变量的非线性容量负载模型。基于上述2种模型,学者们从两方面对负载网络级联失效抗毁性展开研究:①级联失效模型的参数分析和优化,文献[3]基于无标度网络构建参数可调的级联失效模型,分析了参数对模型的影响,文献[4]基于局部加权负载重分配原则,研究了权重系数、容量参数和网络密度对小世界网络抗毁性的影响,文献[5]基于拥挤距离排序的多目标粒子群优化算法对非线性容量负载模型的参数进行优化。②对不同类型的负载网络进行级联抗毁性分析,如文献[6]基于网络效率和最大连通子图构建网络鲁棒性综合评价指标,分析城市轨道交通网络鲁棒性,文献[7]综合城市不同交通子网构建城市群复合交通网络模型,研究复合网络的级联抗毁性,文献[8]考虑客流的时空特性,构建具有客流时空特性地铁网络,文献[9]考虑现实网络节点的空闲能力,构建了过载状态的复杂网络和级联失效模型。此外,在网络关键节点识别和级联失效方面的研究也较为丰富,如文献[10]研究了关键节点主要识别方法,发现不同方法识别的关键节点分布规律存在差异,文献[11]构建了基于熵权的综合中心度关键节点识别方法,文献[12]基于TOPSIS(technique for order preference by similarity to ideal solution)融合法,从网络局部信息、全局信息和业务信息3个

方面建立关键节点综合评价指标,文献[13]基于耦合映像格子模型研究了不同网络的级联失效和恢复机理,文献[14]基于节点失效传播能力和节点间引力模型研究了海港-陆港集装箱运输网络的级联失效。

综上所述,目前对负载网络的级联抗毁性研究大多从参数优化分析、网络结构、关键节点识别等方面开展。然而,负载网络抗毁性研究的关键在于如何设定节点初始负载,大多数研究仅考虑节点的自身信息来设定初始负载,这种评判依据时常不理想。本文基于非线性容量负载模型,构建一种考虑近邻度值之和的非线性容量负载优化模型,对比分析了网络在优化模型和非线性容量负载模型下的抗毁性,研究模型参数对网络抗毁性的影响机理。

1 城市轨道交通网络拓扑构建与关键节点识别

1.1 城市轨道交通网络拓扑构建

城市轨道交通的核心要素是站点和线路。利用Space L^[15]方法构建城市轨道交通网络拓扑,将轨道站点作为网络节点,站点间线路作为连边,得到轨道网络站点*i*和*j*的邻接矩阵 $A=\{a_{ij}\}$ 。

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & i \text{ 和 } j \text{ 有直接相连的边} \\ 0, & i \text{ 和 } j \text{ 没有直接相连的边} \end{cases} \quad (1)$$

1.2 关键节点识别

关键节点失效往往会迅速引起网络全局崩溃^[16-17]。考虑将节点的度信息作为初始负载计算量,采用基于度中心性^[18]的关键节点识别方法:

$$D_{c,i} = \sum_{i \neq j \in N} 1/(N-1) \quad (2)$$

式中: N 为网络节点总数。

2 考虑近邻度值之和的非线性容量负载优化模型

2.1 考虑近邻度值之和的节点负载

以往研究认为节点的重要程度正比于度值,

以此建立节点度和初始负载的函数关系^[19]。节点初始负载为

$$L_i = k_i^\gamma, \gamma > 0 \quad (3)$$

式中: k_i 为节点 i 的度; γ 为负载可调参数。

仅考虑节点自身度值作为重要性评估依据并不全面, 考虑节点近邻关系对初始负载的影响, 提出一种新的负载定义:

$$L_i = \theta_i \left(k_i + \sum_{n \in \Gamma_i} k_n \right)^\gamma, i = 1, 2, \dots, N, n \neq i \quad (4)$$

$$\theta_i = \left(\sum_{n \in \Gamma_i} k_n \right) / k_i \quad (5)$$

式中: θ_i 为节点 i 的负载分配阻抗系数; $\sum_{n \in \Gamma_i} k_n$ 为节点 i 的邻居节点度值之和; Γ_i 为节点 i 的所有邻居节点集合。

2.2 节点最大容量

已知节点的负载与容量呈非线性关系, 初始负载小的节点常有较大的空闲容量^[20]。基于此, 参考文献[2]构建了一种双变量的非线性容量负载模型:

$$C_i = L_i + \alpha L_i^\beta, (\alpha, \beta > 0) \quad (6)$$

式中: C_i 为节点 i 的最大容量; α 为负载容忍系数; β 为容量可调参数, 可通过调整 α 和 β 的大小来调节网络节点容量。

2.3 负载重分配和失效传播过程

2.3.1 负载重分配模型

当节点受到攻击失效后, 负载按概率择优原则分配至邻居节点, 失效节点 i 的负载分配至节点 j 的概率为

$$\varphi_j = \frac{\theta_j \left(k_j + \sum_{n \in \Gamma_j} k_n \right)^\gamma}{\sum_{j \in \Gamma_i} \theta_j \left(k_j + \sum_{n \in \Gamma_j} k_n \right)^\gamma} \quad (7)$$

$$\Delta L_j = L_i \times \varphi_j \quad (8)$$

式中: φ_j 为负载重分配时节点 j 的备择概率; ΔL_j

为节点 j 获得的分配负载。

2.3.2 级联失效传播过程

节点 i 失效后负载会分配至邻居节点。当节点 j 收到分配负载后, 负载更新为 $L_j^* = L_j + \Delta L_j$, 需重新判断容量 C_j 与负载 L_j^* 的大小关系, 若 $C_j < L_j^*$, 则该节点失效并发生新一轮级联失效, 直至容量满足负载变化即停止; 反之, 级联失效在节点 j 停止, 如图 1 所示。

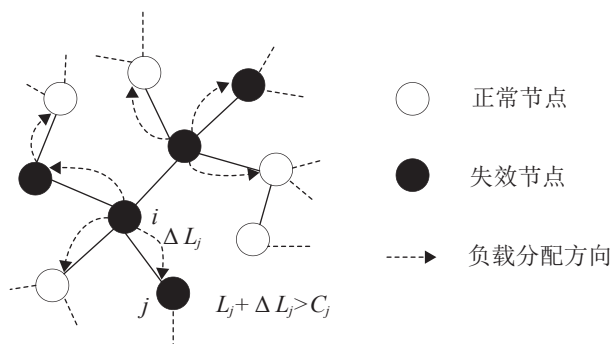


图 1 负载重分配
Fig. 1 Load redistribution

2.4 网络抗毁性评估指标

基于最大蓄意攻击策略攻击网络关键节点, 以最大连通子图规模和网络效率作为网络抗毁性评估指标。

(1) 最大连通子图规模, 其值越大表明网络抗毁性越好:

$$S = N' / N \quad (9)$$

式中: N' 为最大连通子图节点数; N 为网络节点总和。

(2) 网络效率, 用于度量整个网络的平均传输效率, 在轨道网络中可用于表示网络节点到任意节点的可达性。值越大表明网络传输效率和可达性越高, 网络抗毁性越好:

$$E = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{j=1, i \neq j}^N \frac{1}{d_{ij}} \quad (10)$$

式中: d_{ij} 为节点 i 到 j 的最短距离。

2.5 级联失效仿真流程

级联失效仿真流程如下。

step 1: 构建城市轨道交通网络拓扑结构。

step 2: 识别城市轨道交通网络关键节点。

step 3: 初始化网络, 确保数据始终为原始数据, 保证网络在第 n 次级联失效结束后, 第 $n+1$ 次攻击时的网络仍为初始状态。

step 4: 按照排序攻击关键节点, 关键节点失效后负载重分配给邻居节点并移除失效关键节点, 同时更新网络状态。

step 5: 判断节点接收负载后是否发生过载或孤立, 若节点发生过载或孤立则视为失效并移除该节点, 转至 step 4, 否则转至 step 6。

step 6: 判断网络是否还存在过载或孤立节点, 若存在, 继续执行 step 4, 否则转至 step 7。

step 7: 输出最大连通子图规模和网络效率。

3 实例应用研究

3.1 重庆市轨道网络拓扑和特性分析

以重庆市轨道交通网络为例进行应用研究。截至2022年, 重庆市轨道网络站点229座, 连边246条, 构建重庆市轨道网络, 如图2所示。

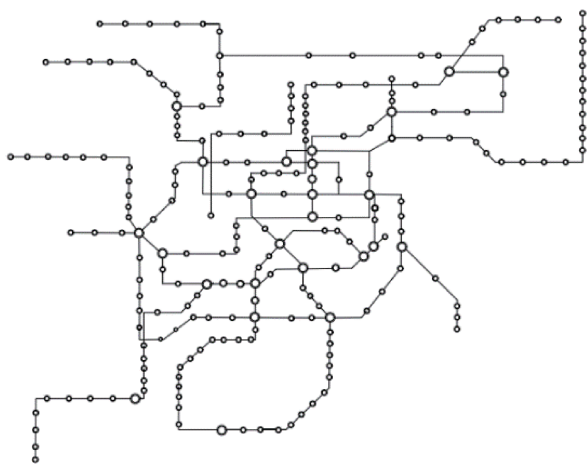


图2 重庆市轨道网络拓扑结构

Fig. 2 Topology of Chongqing rail network

对重庆市轨道网络站点的度概率分布进行拟合, 得到轨道网络站点的度和度概率分布的双对

数拟合结果, 如图3所示。

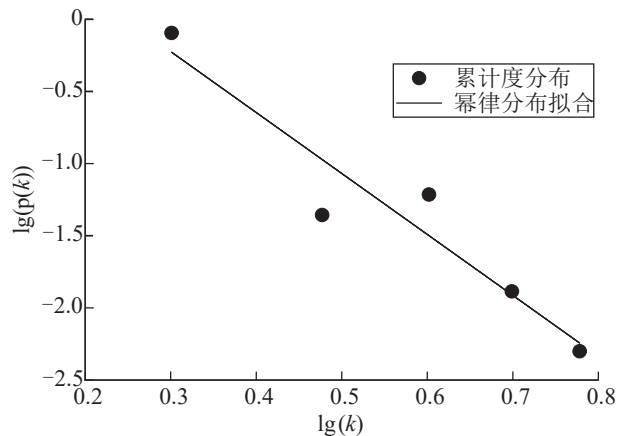


图3 重庆轨道网络双对数坐标累积度分布拟合曲线
Fig. 3 Fitting curve of cumulative degree distribution of Chongqing rail network in log-log plot

从图3可见, 在双对数坐标轴下节点度和度概率分布呈线性关系, 两者关系可用幂律分布函数 $p(k) = 0.0183k^{-4.224}$ 表示, 比例因子为4.224, 证明重庆市轨道交通网络具有无标度网络特性。

3.2 重庆市轨道网络关键站点识别

基于度中心性识别的关键节点均为换乘站点, 该类站点的客流往往大于普通站点, 对其连接的多条线路影响较大, 与普通站点相比, 换乘站点在结构和功能上对网络的影响更大。因此, 选取重庆市轨道网络度中心性排序前8%的站点作为关键站点进行研究, 结果见表1。

3.3 重庆市轨道网络抗毁性分析

为研究在非线性容量负载模型和优化模型下参数变化对网络抗毁性的影响, 对比2种模型下的负载容忍系数 α 、容量可调参数 β 和负载可调参数 γ 的不同取值对网络抗毁性的影响。利用MATLAB进行数值仿真, 采用控制变量法, 得出网络抗毁性评估指标与参数之间的变化关系, 进而分析参数变化对网络抗毁性的影响。将非线性容量负载模型称为模型I, 本文优化模型称为模型II。

表 1 重庆市轨道网络关键站点
Table 1 Critical stations of Chongqing rail network

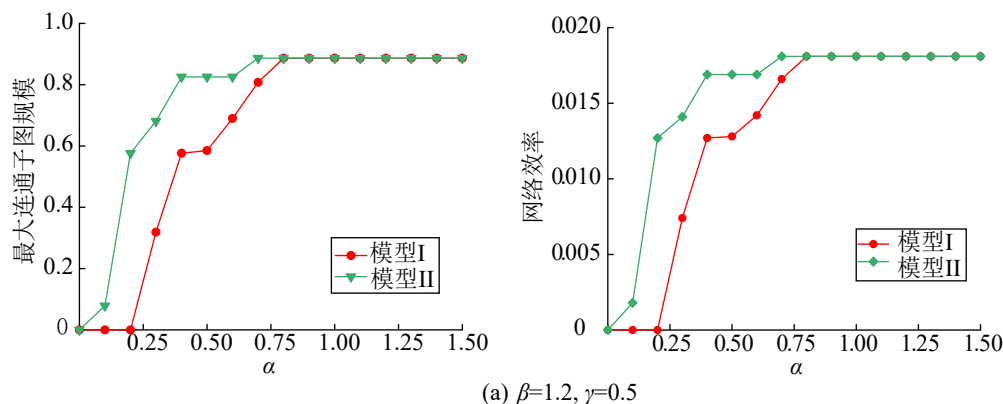
站点编号	站点名称	$D_{c,i}$
72	重庆北站南广场	0.026 3
12	沙坪坝	0.021 9
126	冉家坝	0.021 9
150	五里店	0.021 9
19	大坪	0.017 5
21	两路口	0.017 5
24	小什字	0.017 5
39	谢家湾	0.017 5
43	牛角沱	0.017 5
61	四公里	0.017 5
66	观音桥	0.017 5
67	红旗河沟	0.017 5
92	重庆北站北广场	0.017 5
93	保税港	0.017 5
120	重庆西站	0.017 5
149	红土地	0.017 5
153	上新街	0.017 5
186	上湾路	0.017 5

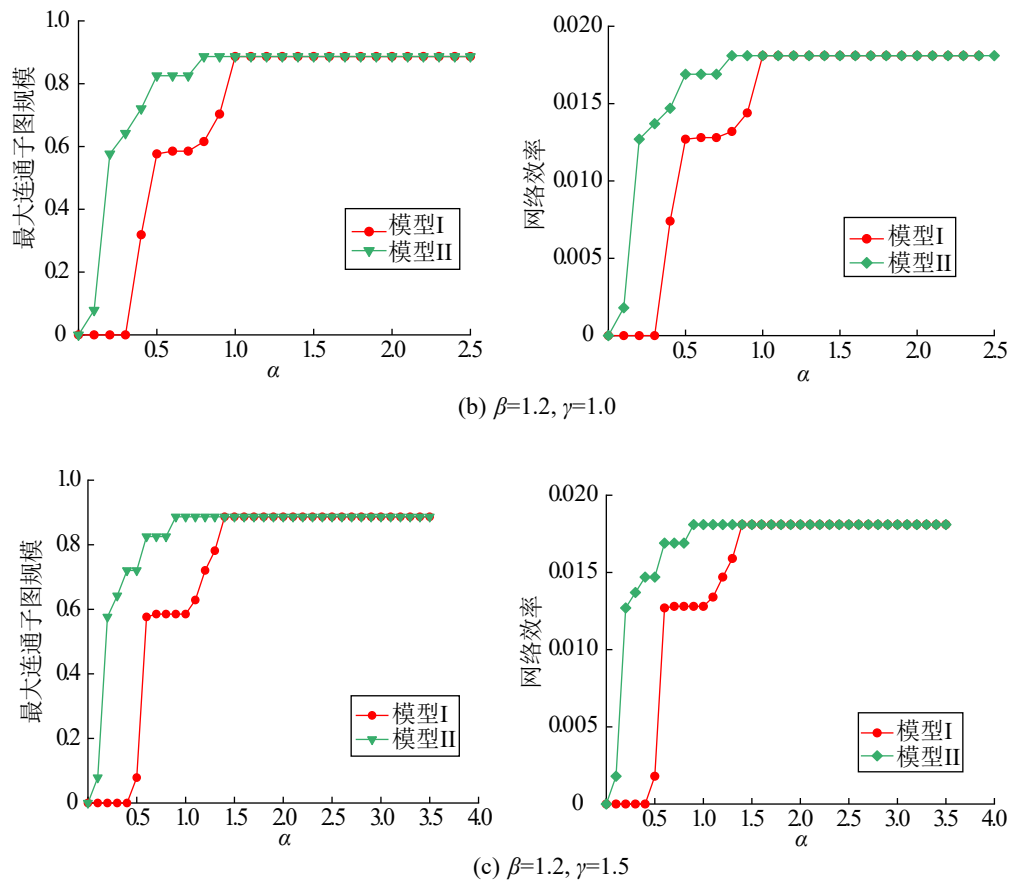
为研究 α 和 γ 对网络抗毁性的影响, 固定 β , 攻击重庆市轨道网络前 8% 的关键节点, 在不同 γ 取值下, 逐步增大 α 直至网络未发生级联失效, 步长为 0.1, 观察最大连通子图规模和网络效率的变化曲线, 进而分析网络抗毁性与 α 和 γ 的变化关系。当 $\beta=1$ 时, 非线性容量负载模型退化为容量负载模型。因此, 固定 $\beta=1.2$, 最大连通子图规模

和网络效率的变化如图 4 所示。

从图 4 可以看出, 当 α 相同时, 网络在模型 II 下的连通性和可达性均大于模型 I。随着 α 增长, 最大连通子图规模和网络效率一致增大, 表明网络抗毁性随 α 增加而增大, 这是因为随着 α 增大, 节点空闲容量也越大, 节点越不容易发生过载, 因此, 网络抗毁性也更好。当 α 增长区间相同时, 模型 II 对网络抗毁性的改善效果比模型 I 更显著。因此, 建议在满足日常客运量的基础上采取疏散、限入和引流等方式适当增加站点的空闲容量, 使网络抗毁性在小幅度优化措施下有较大的改善。 α 、 β 取值相同, 网络在模型 I 中的最大连通子图规模和网络效率均随 γ 增大而减小, 表明网络抗毁性随 γ 取值增大而减弱。这是由于随着 γ 增大节点负载也在增加, 节点失效后由于负载重分配, 邻居节点更容易发生过载而失效。在模型 II 中, γ 增大对网络抗毁性影响甚微, 这是因为模型 II 的节点初始负载考虑了节点近邻关系, 容量得到调整, 而模型 I 的初始负载仅考虑节点自身信息, 容量计算未考虑邻居节点失效后负载重分配的情况, 节点容易出现过载。故此, 在改建、新建站点时可将邻居站点的客流量纳入容量设计考虑范围。

为研究 β 对网络抗毁性的影响, 设置 α 取值区间为 [0.6, 0.8], γ 固定为 1, 攻击关键节点, 逐步增大 β 至网络未发生级联失效, 观察最大连通子图规模随容量可调参数的变化情况, 如图 5 所示。



图 4 网络抗毁性随负载容忍系数 α 与负载可调参数 γ 的变化Fig. 4 Network invulnerability varying with load tolerance coefficient α and the load adjustable parameter γ

从图 5 可以看出, 当 α 和 γ 不变, 网络抗毁性随 β 增大而增强, 在模型 II 中, 当 $\beta=0.5$ 时, 网络的抗毁性开始改善, 且改善速度快于模型 I。在模型 I 里, 当最大连通子图规模 S 刚达到 0.585 时, 将 β 记作 β^* , 当 β 在 $[\beta^*, \beta^*+0.6]$ 区间内调整时, 网络抗毁性并无明显改善。这是因为模型 I 的节点负载仅与自身度相关, 当关键节点容量的调整措施已接近最优时, β 在区间 $[\beta^*, \beta^*+0.6]$ 调整对节点容量的影响并不显著, 而在 $\beta > \beta^*+0.6$ 的范围调整又将考虑成本和效益问题。此时模型 II 中, β 在该区间内调整仍会使节点容量有较大改善。基于此, 当关键站点的调整措施已接近最优而网络抗毁性无显著变化时, 可通过在小范围内调整邻居站点的负载, 以增加关键站点的空闲容量, 从而改善网络的抗毁性。

在单独攻击实验中, 单个高负载节点遭受攻击时的级联故障规模和其局域结构关系密切^[21]。

设 θ_i 为负载分配阻抗系数, α_c 为网络某个节点遭受攻击时, 使网络不发生级联崩溃的负载容忍参数 α 的最小值, 其值越小, 表明网络的抗毁性越好。仿真攻击网络度中心性排名前 10 的节点, 分析 θ_i 和 α_c 之间的关系, 如表 2 所示。

负载分配阻抗系数 θ 和负载容忍系数阈值 α_c 的关系如图 6 所示。

从图 6 可以看出, θ 越大, α_c 就越小, 网络抗毁性就越好。这是因为当节点度值相同时, 节点的近邻度值之和越大, 节点在局部处就越重要, 发生过载时更易影响其他节点。因此, 当负载重分配时, 若出现备择节点度值相同的情况, 在 θ 的调节下, 负载会优先分配给近邻度值之和小的节点, 以此减少网络节点失效数, 改善网络抗毁性。

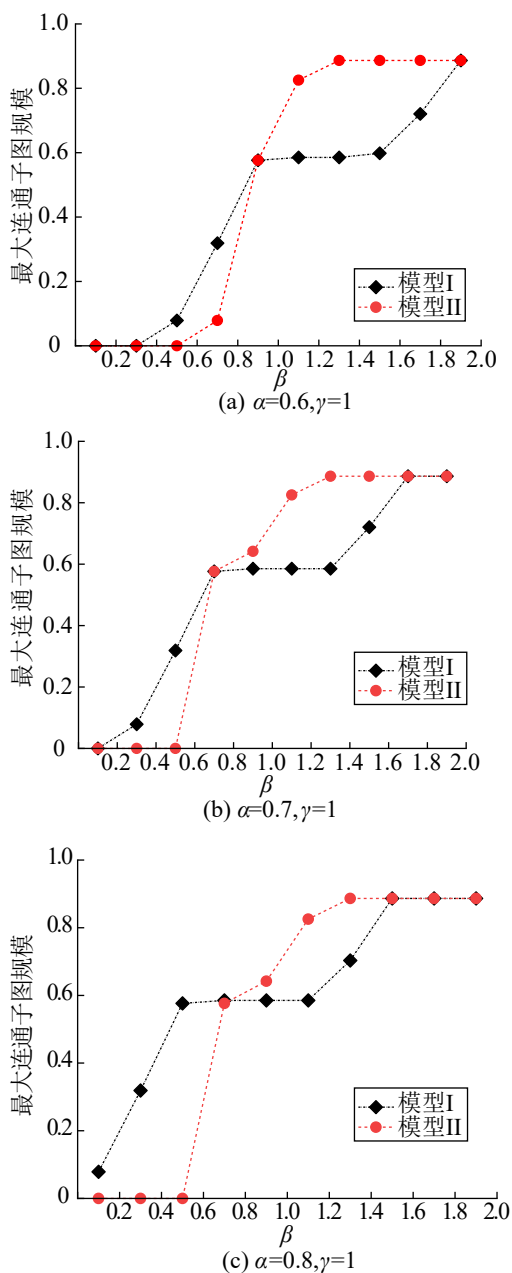


图5 最大连通子图规模随容量可调参数 β 的变化
Fig. 5 Maximum connected subgraph scale varying with capacity parameter β

3.4 其他网络仿真分析

为进一步验证本文模型的普适性,对成都市轨道交通网络进行仿真实验。成都市轨道交通运营里程已超 500 km, 现已进入网络化运营阶段。截至 2023 年, 成都市轨道交通网络站点 287 座, 换乘站 47 座。图 7 为 $\beta=1.2, \gamma=1$ 时, 最大蓄意攻击成都市轨道网

络度中心性排名前 10% 的关键节点, 最大连通子图规模和网络效率随 α 的变化曲线; 图 8 为单独攻击该网络度中心性排序前 10 的节点, 负载容忍系数阈值 α_c 随负载分配阻抗系数 θ 的变化情况。

表2 网络度值排名前 10 的节点 θ 与 α_c 值 ($\beta=1.2, \gamma=1$)
Table 2 $\beta=1.2, \gamma=1, \theta$ and α_c values of top 10 nodes in terms of network degree value

节点名称	$\sum_{n \in I_i} k_n$	k_i	θ_i	α_c
重庆北站南广场	15	6	2.5	0.349
沙坪坝	11	5	2.2	0.396
冉家坝	11	5	2.2	0.396
五里店	13	5	2.6	0.335
大坪	8	4	2.0	0.436
两路口	10	4	2.5	0.349
小什字	10	4	2.5	0.349
谢家湾	8	4	2.0	0.436
牛角沱	10	4	2.5	0.349
四公里	8	4	2.0	0.436

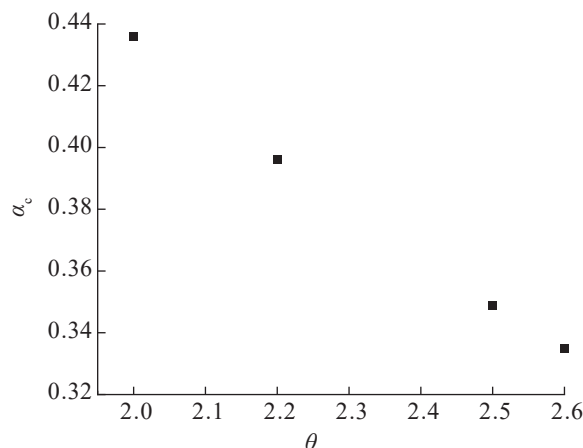
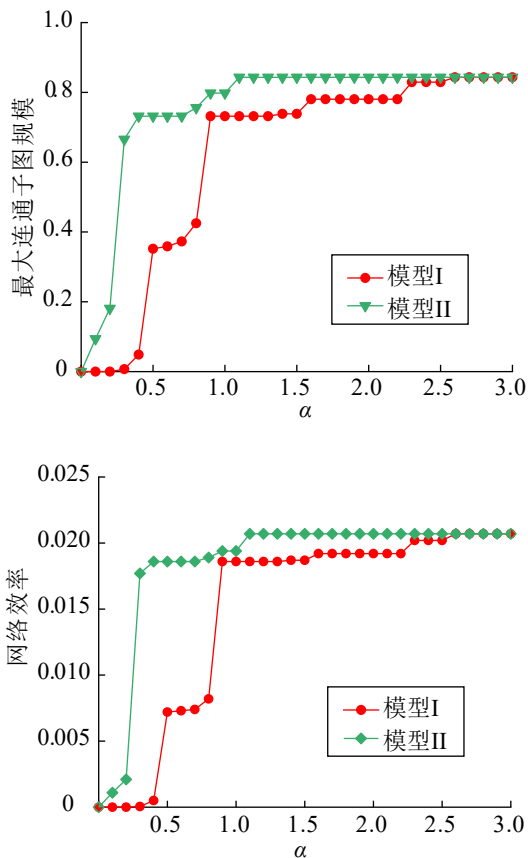
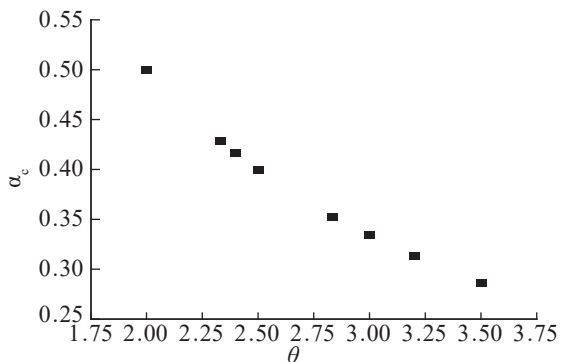


图6 负载容忍系数阈值 α_c 随负载分配阻抗系数 θ 的变化
Fig. 6 Threshold of load tolerance coefficient α_c varying with load distribution impedance coefficient θ

从图 7~8 可以看出, 在相同攻击条件下, 采用模型 II 的初始负载定义方式, 成都市轨道交通网络的抗毁性优于模型 I, 且随负载容忍系数增大而增强。在单个高负载节点攻击仿真中, 节点的负载分配阻抗系数 θ 越大, 负载容忍系数阈值 α_c 就越小, 网络抗毁性也越好。

图7 成都市轨道交通网络抗毁性随 α 的变化Fig. 7 Chengdu rail network invulnerability varying with α 图8 成都市轨道交通网络负载容忍系数阈值 α_c 随负载分配阻抗系数 θ 的变化Fig. 8 Threshold of load tolerance coefficient of Chengdu railway network α_c varying with load distribution impedance coefficient θ

4 结论

本文基于非线性容量负载模型构建了考虑近邻度值之和的非线性容量负载优化模型,以重庆

市和成都市的城市轨道交通网络为实例,对比研究了网络在2种模型下的抗毁性,得出如下结论:

(1) 网络抗毁性随负载容忍系数增大而增强、随负载可调参数的增大而减弱。本文模型负载容忍系数的增大对网络抗毁性的改善更显著。建议在满足日常客运的基础上采取限入、疏散等措施来调整站点空闲容量,同时在改建、新建站点的容量设计时可将邻居站点的客流量纳入考虑范围,以此改善网络在面对突发事件的抗毁性。

(2) 一般而言,容量可调参数越大,网络的抗毁性就越强。但在非线性容量负载模型下,当网络抗毁性达到一定水平后,容量可调参数的增大对抗毁性的影响并不显著,此时本文模型的网络抗毁性仍有较大提升。因此,在规划、运营和维护关键站点时,可通过控制邻居站点的客流量来调整关键站点的空闲容量,不仅能改善网络抗毁性,又能避免资源浪费。

(3) 当节点度值相同时,近邻度值之和较大的节点发生故障更易影响网络其他节点。本文模型在负载重分配时,若备择节点的度值相同,通过负载分配阻抗系数降低近邻度值之和较大的节点备择概率,以此改善网络抗毁性。

(4) 本文模型能有效改善网络抗毁性,但最大连通子图规模和网络效率仅是从网络结构层面评估抗毁性,对现实轨道交通网络而言,还需考虑未满足的出行需求、断面客流量及优化成本等功能性和经济性指标,未来将对网络抗毁性综合评估指标展开深入研究,为网络抗毁性分析提供更精准和切合实际的评估依据。

参考文献:

- [1] Motter A E, Lai Yingcheng. Cascade-based Attacks on Complex Networks[J]. Physical Review E, 2002, 66(6): 065102.
- [2] 王学光, 张爱新, 窦炳琳. 复杂网络上的非线性负载容量模型[J]. 计算机科学, 2021, 48(6): 282-287.
Wang Xueguang, Zhang Aixun, Dou Binglin. Non-linear Load Capacity Model of Complex Networks[J]. Computer Science, 2021, 48(6): 282-287.

- [3] Yin Mengmeng, Wang Lei, Yao Changhua, et al. Research on a Cascade Failure Model of Improved Scale-free Network[C]//2021 7th International Conference on Computer and Communications (ICCC). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2021: 2021-2027.
- [4] 吴晓平, 王甲生, 秦艳琳, 等. 非线性负载容量模型的小世界网络级联抗毁性研究[J]. 通信学报, 2014, 35(6): 1-7.
Wu Xiaoping, Wang Jiasheng, Qin Yanlin, et al. Invulnerability of Small-world Network Against Cascading Failure Based on Nonlinear Load-capacity Model[J]. Journal on Communications, 2014, 35(6): 1-7.
- [5] 陈世明, 庞少鹏, 邹小群, 等. 面向级联失效的加权网络负载容量非线性模型鲁棒性优化[J]. 控制与决策, 2013, 28(7): 1041-1045.
Chen Shiming, Pang Shaopeng, Zou Xiaoqun, et al. Robustness Optimization of Load-capacity Nonlinear Model in Weighted Network for Cascading Failure[J]. Control and Decision, 2013, 28(7): 1041-1045.
- [6] 杨景峰, 朱大鹏, 赵瑞琳. 城市轨道交通网络特性与级联失效鲁棒性分析[J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(7): 250-258.
Yang Jingfeng, Zhu Dapeng, Zhao Ruilin. Analysis on Characteristics of Urban Rail Transit Network and Robustness of Cascading Failure[J]. Computer Engineering and Applications, 2022, 58(7): 250-258.
- [7] 李成兵, 魏磊, 高巍, 等. 城市群复合交通网络级联抗毁性[J]. 公路交通科技, 2018, 35(6): 95-104.
Li Chengbing, Wei Lei, Gao Wei, et al. Invulnerability of Urban Agglomeration Compound Traffic Network Against Cascading Failure[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2018, 35(6): 95-104.
- [8] Fan Yi, Zhang Fan, Jiang Shihong, et al. Dynamic Robustness Analysis for Subway Network with Spatiotemporal Characteristic of Passenger Flow[J]. IEEE Access, 2020, 8: 45544-45555.
- [9] 郝羽成, 李成兵, 魏磊. 考虑节点过载的复杂网络级联失效模型[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(10): 2282-2287.
Hao Yucheng, Li Chengbing, Wei Lei. Cascading Failure Model of Complex Networks Considering Overloaded Nodes[J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(10): 2282-2287.
- [10] 路庆昌, 崔欣, 谢驰, 等. 城市轨道交通网络关键站点识别方法对比与分析[J]. 北京交通大学学报, 2022, 46(3): 18-25.
Lu Qingchang, Cui Xin, Xie Chi, et al. Comparison and Analysis of Identification Methods for Critical Stations in Urban Rail Transit Networks[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2022, 46(3): 18-25.
- [11] 徐凤, 朱金福, 陈丹. 东航空铁联运双层加权网络的关键节点识别与抗毁性分析[J]. 铁道运输与经济, 2023, 45(1): 93-100.
Xu Feng, Zhu Jinfu, Chen Dan. Identification of Key Nodes and Invulnerability Analysis of Double-layer Weighted Network of Air-rail Inter-modal Transport by China Eastern Airlines[J]. Railway Transport and Economy, 2023, 45(1): 93-100.
- [12] 李亚飞, 梁琛. 基于TOPSIS融合合法的航路网关键节点识别及抗毁性研究[J]. 飞行力学, 2022, 40(6): 83-87.
Li Yafei, Liang Chen. Research on Key Node Identification and Damage Resistance of Airway Network Based on TOPSIS Fusion Method[J]. Flight Dynamics, 2022, 40(6): 83-87.
- [13] 朱璋元, 王秋玲. 考虑级联失效与恢复接续性的复杂网络恢复动力学[J/OL]. 计算物理. (2023-01-30) [2024-03-18]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2011.04.20230130.1120.004.html>.
Zhu Zhangyuan, Wang Qiuling. Complex Network Restoration Dynamics Method Considering Continuity Between Cascading Failure and Restoration[J/OL]. Chinese Journal of Computational Physics. (2023-01-30) [2024-03-18]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2011.04.20230130.1120.004.html>.
- [14] 许波桅, 唐灿璇, 李建军. 级联失效下海港-陆港集装箱运输网络鲁棒性分析[J]. 交通运输系统工程与信息, 2023, 23(3): 265-279.
Xu Bowei, Tang Canxuan, Li Junjun. Robustness Analysis of Seaport-dry Port Container Transport Networks Under Cascading Failure[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2023, 23(3): 265-279.
- [15] Qiao Ke, Zhao Peng, Yao Xiangming. Performance Analysis of Urban Rail Transit Network[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2012, 12(4): 115-121.
- [16] 杨洋, 王俊峰. 基于GCN的复杂网络关键节点识别研究[J]. 四川大学学报(自然科学版), 2023, 60(3): 49-58.
Yang Yang, Wang Junfeng. Research on Key Node Identification of Complex Network Based on GCN[J]. Journal of Sichuan University(Natural Science Edition), 2023, 60(3): 49-58.
- [17] 王亨, 张永, 周明妮, 等. 融合网络拓扑结构特征与客流量的城市轨道交通关键节点识别研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2022, 22(6): 201-211.
Wang Ting, Zhang Yong, Zhou Mingni, et al. Identification of Key Nodes of Urban Rail Transit

- Integrating Network Topology Characteristics and Passenger Flow[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2022, 22(6): 201-211.
- [18] Freeman L C. Centrality in Social Networks Conceptual Clarification[J]. *Social Networks*, 1978, 1(3): 215-239.
- [19] Wei Duqu, Luo Xiaoshu, Zhang Bo. Analysis of Cascading Failure in Complex Power Networks Under the Load Local Preferential Redistribution Rule[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2012, 391(8): 2771-2777.
- [20] Kim D H, Motter A E. Resource Allocation Pattern in Infrastructure Networks[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2008, 41(22): 224019-224027.
- [21] 邹艳丽, 汪洋, 刘树生, 等. 带有邻居度信息的容量负载模型下电网级联故障研究[J]. *广西师范大学学报(自然科学版)*, 2019, 37(4): 27-36.
- Zou Yanli, Wang Yang, Liu Shusheng, et al. Study of Cascading Failure in the Grid Under the Capacity Load Model with Neighbors Degree Information[J]. *Journal of Guangxi Normal University(Natural Science Edition)*, 2019, 37(4): 27-36.